Matemáticas cc ss

2º bachillerato

MATRICES.

EJERCICIOS. (libro SM)

página 24.

19.-Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 & 4 & 2 & 2 \\ 5 & -1 & -1 & 3 & 5 & 0 \\ -4 & 1 & 3 & -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

- a) Indica su dimensión.
  3x6
- b) Indica los elementos que forman su cuarta columna.
  $(a_{i4})=\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$
- c) Indica los elementos que forman su tercera fila.
  $(a_{3j})=(-4 \quad 1 \quad 3 \quad -3 \quad 2 \quad 3)$
- d) Indica el valor de los elementos : $a_{22}, a_{32}, a_{23}, a_{45}$
  $a_{22}=-1, a_{32}=1, a_{23}=-1, no\ existe\ a_{45}$
- e) ¿Cómo designas la ubicación de los elementos cuyo valor es -5 y 0?
  $-5=a_{21} \qquad 0=a_{26}$

20.- Escribe una matriz cuadrada, B, de orden tres tal que todos sus elementos verifiquen que $b_{ij}=2i-3j+1$

$$b_{11}=2\cdot1-3\cdot1+1=2-3+1=0$$
$$b_{21}=2\cdot2-3\cdot1+1=2$$
$$b_{31}=2\cdot3-3\cdot1+1=4$$
$$b_{12}=2\cdot1-3\cdot2+1=-3$$
$$b_{22}=2\cdot2-3\cdot2+1=-1$$
$$b_{32}=2\cdot3-3\cdot2+1=1$$
$$b_{13}=2\cdot1-3\cdot3+1=-6$$
$$b_{23}=2\cdot2-3\cdot3+1=-4$$
$$b_{33}=2\cdot3-3\cdot3+1=-2$$

$$B=\begin{pmatrix} 0 & -3 & -6 \\ 2 & -1 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

21.- Escribe una matriz cuadrada , C , de orden 4 tal que sus elementos verifiquen que :

$$c_{ij}=\begin{Bmatrix} \frac{i+2j}{3} & i<j \\ \frac{2i+j}{3} & i\geqslant j \end{Bmatrix}$$

$$c_{11}=\frac{2\cdot1+1}{3}=1 \quad c_{12}=\frac{1+2\cdot2}{3}=\frac{5}{3} \quad c_{13}=\frac{1+2\cdot3}{3}=\frac{7}{3} \quad c_{14}=\frac{1+2\cdot4}{3}=3$$
$$c_{21}=\frac{2\cdot2+1}{3}=\frac{5}{3} \quad c_{22}=\frac{2\cdot2+2}{3}=2 \quad c_{23}=\frac{2+2\cdot3}{3}=\frac{8}{3} \quad c_{24}=\frac{2+2\cdot4}{3}=\frac{10}{3}$$
$$c_{31}=\frac{2\cdot3+1}{3}=\frac{7}{3} \quad c_{32}=\frac{2\cdot3+2}{3}=\frac{8}{3} \quad c_{33}=\frac{2\cdot3+3}{3}=3 \quad c_{34}=\frac{3+2\cdot4}{3}=\frac{11}{3}$$
$$c_{41}=\frac{2\cdot4+1}{3}=3 \quad c_{42}=\frac{2\cdot4+2}{3}=\frac{10}{3} \quad c_{43}=\frac{2\cdot4+3}{3}=\frac{11}{3} \quad c_{44}=\frac{12}{3}=4$$

$$C=\begin{pmatrix} 1 & \frac{5}{3} & \frac{7}{3} & 3 \\ \frac{5}{3} & 2 & \frac{8}{3} & \frac{10}{3} \\ \frac{7}{3} & \frac{8}{3} & 3 & \frac{11}{3} \\ 3 & \frac{10}{3} & \frac{11}{3} & 4 \end{pmatrix}$$

22.- Escribe una matriz D, de dimensión 2x4 tal que sus elementos verifiquen que :

$$d_{ij}=\begin{cases} 2\mathrm{i}+j & i<j-2 \\ 2\mathrm{j}+i & i=j-2 \\ i+j & i>j-2 \end{cases}$$

$$d_{11}=1+1=2 \quad d_{12}=1+2=3 \quad d_{13}=2\cdot 3+1=7 \quad d_{14}=2\cdot 1+4=6$$
$$d_{21}=2+1=3 \quad d_{22}=2+2=4 \quad d_{23}=2+3=5 \quad d_{24}=2\cdot 4+2=10$$
$$D=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

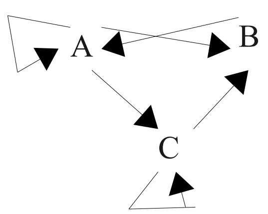
23.- Calcula el valor de las letras a, b, y c para que las matrices A y B sean iguales.

$$A=\begin{pmatrix} a+b & 2\mathrm{a}-3\mathrm{b} & 4\mathrm{a}+5\mathrm{b} \\ -a^2+a+c & b+2\mathrm{c} & c^2+2\mathrm{a}-b \\ a+b+c & -2\mathrm{a}+3\mathrm{c} & b^2+c^2-a \end{pmatrix} y\, B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

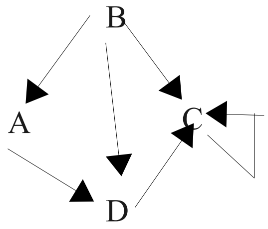
$$a+b=0\Rightarrow a=-b$$
$$2\mathrm{a}-3\mathrm{b}=0\Rightarrow -2\mathrm{b}-3\mathrm{b}=0\Rightarrow b=0\Rightarrow a=0$$
$$b+2\mathrm{c}=-2\Rightarrow 2\mathrm{c}=-2\Rightarrow c=-1$$
$$\textit{comprobamos}:$$
$$a+b+c=-1;-a^2+a+c=-1;-2\mathrm{a}+3\mathrm{c}=-3;b+2\mathrm{c}=-2;b^2+c^2-a=1;c^2+2\mathrm{a}-b=1$$

24.- escribe la matriz asociada a cada uno de los siguientes grafos.

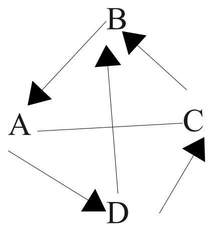
a)



b)



c)



$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

25.-

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(a)\quad A+B=\begin{pmatrix}3&-2&-1\\0&2&-4\\1&-2&5\end{pmatrix}\qquad 2\mathrm{A}-3\mathrm{B}=\begin{pmatrix}-4&-4&3\\0&9&2\\-3&-14&-5\end{pmatrix}\qquad A-B=\begin{pmatrix}-1&-2&1\\0&4&0\\-1&-6&-1\end{pmatrix}$$

$$(b)\quad AB=\begin{pmatrix}2&2&3\\-2&-7&-12\\2&8&14\end{pmatrix}\qquad BA=\begin{pmatrix}2&0&-2\\0&5&-2\\1&-8&2\end{pmatrix}$$

$$(c)\,ABA=\begin{pmatrix}2&-10&2\\-2&31&-10\\2&-36&12\end{pmatrix}$$

26.-

$$(a)2\mathrm{A}+3\mathrm{B}=\begin{pmatrix}7&-4&-8\\11&3&-9\\4&-1&-6\end{pmatrix}\qquad A-2\mathrm{B}=\begin{pmatrix}0&5&3\\-5&-2&-1\\2&3&-3\end{pmatrix}\qquad A-2\mathrm{B}-3\mathrm{C}=\begin{pmatrix}3&5&3\\-11&-8&-1\\-7&-6&-3\end{pmatrix}$$

$$2\mathrm{A}-B+4\mathrm{C}=\begin{pmatrix}-1&4&0\\7&7&-5\\16&15&-6\end{pmatrix}$$

$$(b)\,ABC=\begin{pmatrix}-24&-19&0\\-3&-2&0\\-20&-15&0\end{pmatrix}\qquad BAB=\begin{pmatrix}-7&-6&9\\11&-4&-12\\-1&-2&2\end{pmatrix}$$

$$(c)\,A^2B^3=\begin{pmatrix}-27&7&14\\8&18&24\\-7&17&24\end{pmatrix}$$

27.-

$$\begin{pmatrix}-1&0\\-2&-3\\4&8\end{pmatrix}es\,3\mathrm{x}2\qquad \begin{pmatrix}-1&1&3\\-2&-3&2\end{pmatrix}es\,2\,x3\quad y\quad \begin{pmatrix}0&-3\\-4&5\\-5&6\end{pmatrix}es\,3\mathrm{x}2\,;$$

luego sí es posible y el resultado será 3x2

$$\begin{pmatrix}19&-32\\32&-61\\-60&128\end{pmatrix}$$

28.-

$$(a)(A+B)C^t=\left[\begin{pmatrix}-2&3&1&2\\0&1&0&2\\0&0&-1&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1&1&1&2\\1&1&0&2\\0&3&0&-4\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}-2&1\\-3&0\\4&1\\2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10&-5\\0&-3\\-15&0\end{pmatrix}$$

$$(b)\,AC^t+BC^t=\begin{pmatrix}-2&3&1&2\\0&1&0&2\\0&0&-1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&1\\-3&0\\4&1\\2&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-1&1&1&2\\1&1&0&2\\0&3&0&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&1\\-3&0\\4&1\\2&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10&-5\\0&3\\-15&0\end{pmatrix}$$

29.-

$$(AB^t)^t+BA^t=\left[\begin{pmatrix}-1 & 3 & 2 & 4 & 0\\ 2 & 3 & -1 & 1 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\2\\1\\0\\4\end{pmatrix}\right]^t+\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1 & 0 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 3 & 3\\ 2 & -1\\ 4 & 1\\ 0 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18 & 38\end{pmatrix}$$

30.-

$$(a)\,ABC=\begin{pmatrix}0 & 4 & -2\\ 2 & 0 & 0\\ 2 & 0 & 0\end{pmatrix}\qquad (b)\,CBA=\begin{pmatrix}2 & -2 & 0\\ 2 & -4 & 2\\ 0 & -2 & 2\end{pmatrix}\qquad (c)\,AB^2C=ABBC=\begin{pmatrix}2 & -2 & 0\\ 2 & -4 & 2\\ 0 & -2 & 2\end{pmatrix}$$

31.-

$$(a)\,A+I=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & -2 & 1\end{pmatrix}\qquad (b)\,(A+I)^2\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 0 & -4 & 1\end{pmatrix}$$

$$(c)(A+I)^3\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 3 & 1 & 0\\ -3 & -6 & 1\end{pmatrix}\qquad (d)(A+I)^4\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 4 & 1 & 0\\ -8 & -8 & 1\end{pmatrix}$$

32.-

$$AB\ \textit{es posible y resulta de dimensión}\ 2\mathrm{x}4:\begin{pmatrix}-4 & 3 & -2 & 5\\ 7 & 1 & -2 & -8\end{pmatrix}$$

$$BA\ \textit{no es posible.}$$

33.-

$$(a)\,C=AB^t\Rightarrow c_{31}=\sum_{i=1}^{12}a_{3i}\cdot b^t_{i1}=-3+8+4+27-24+6-2+2+8=26$$

$$(d)\,D=BA^t\Rightarrow nd_{13}=\sum_{i=1}^{12}b_{1i}\cdot a^t_{i3}=-3+8+4+27-24+6-2+2+8=26$$

34.-

$$(a)\,M^2-N^2=MM-NN=\begin{pmatrix}6 & 0 & -1\\ -3 & 2 & 0\\ -6 & 3 & -1\end{pmatrix}$$

$$(b)(M+N)(M-N)=\begin{pmatrix}6 & 3 & -2\\ -9 & 3 & 0\\ -3 & 6 & -2\end{pmatrix}$$

$$(c)(M+N)(M-N)=(M+N)M-(M+N)N$$

$$MM+NM-MN-NN=M^2+NM-MN-N^2=M^2-N^2\Leftrightarrow NM-MN=0\Leftrightarrow NM=MN$$

y esto no siempre es cierto, como pasa en este caso.

35.-

$$(a)\,A^2=AA=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -9 & 10\end{pmatrix}\qquad A^3=AAA=\begin{pmatrix}13 & -14\\ 21 & 22\end{pmatrix}\qquad A^4=A^2A^2=A^3A=\begin{pmatrix}-8 & -58\\ -45 & -130\end{pmatrix}$$

$$(b)\,A^2-3\mathrm{A}+2\mathrm{I}=\begin{pmatrix}-6 & 12\\ -18 & 24\end{pmatrix}$$

36.-

llamemos $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -3 & -1\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}-2 & 5 & -1\\ 0 & 3 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & -2\\ 3 & 6\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16 & 32\\ 5 & 26\end{pmatrix}$

entonces :

$$2X-3(A-3B)=C\Rightarrow 2X=C+3(A-3B)\Rightarrow X=\frac{C+3(A-3B)}{2}=\begin{pmatrix}\frac{13}{2} & \frac{29}{2}\\ 19 & 22\end{pmatrix}$$

37.-

llamemos : $C=\begin{pmatrix}7 & -2\\ 3 & 8\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}-15 & 14\\ -4 & -22\end{pmatrix}$

entonces:

$$\begin{matrix}2A+3B=C\\ 3A-4B=D\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}6A+9B=3C\\ -6A+8B=-2D\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}2A+3B=C\\ 17B=3C-2D\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}2A+3B=C\\ B=\frac{3C-2D}{17}\end{matrix}\Rightarrow\begin{matrix}A=\frac{8C-6D}{34}\\ B=\frac{3C-2D}{17}\end{matrix}$$

$$A=\begin{pmatrix}\frac{73}{17} & \frac{-50}{17}\\ \frac{24}{17} & \frac{98}{17}\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & \frac{-20}{17}\end{pmatrix}$$

38.-

$$X=\frac{3A-2B}{11}=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 0 & 2 & 4\end{pmatrix}\qquad Y=\frac{3B+A}{11}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 3\\ -1 & 2 & 0\end{pmatrix}$$

39.-

$$(a)\,A^2=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}\qquad A^3=\begin{pmatrix}1 & 6\\ 0 & 1\end{pmatrix}\qquad A^4=\begin{pmatrix}1 & 8\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$(b)\,A^{23}=\begin{pmatrix}1 & 46\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

40.-

$$A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}\qquad A^{-1}=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$z=\frac{1}{2}\qquad t=0\qquad x=0\qquad y=\frac{1}{2}\Rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & 0\end{pmatrix}$$

41.-

Debemos calcular AB y BA y constatar que en ambos casos resulta : $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

42.-

Del mismo modo que en el ejercicio 40 , obtenemos que : $A^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

43.-

$$(a)\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (-F_1)\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (F_2-2F_1)\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (F_1-F_2)\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b)\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (-F_1)\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (F_2-F_1)\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$(-F_2)\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow (F_1+2F_2)\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow B^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(c)\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\begin{matrix} F_2+2F_1 \\ F_3-3F_1 \end{matrix}\right)\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 5 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}F_2\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -7 & 5 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\begin{matrix} F_1-F_2 \\ F_3+7F_2 \end{matrix}\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{-7}{3} & \frac{7}{3} & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$(3F_3)\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 7 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\begin{matrix} F_1+\frac{1}{3}F_3 \\ F_2+\frac{2}{3}F_3 \end{matrix}\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 7 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$C^{-1}=\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 2 \\ -7 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(d)\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (-F_1)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (F_2+2F_1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (F_3+F_2)\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (-F_3)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left(\begin{matrix} F_1+2F_3 \\ F_2+4F_3 \end{matrix}\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 6 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$D^{-1}=\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 6 & -3 & -4 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

44.-

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{7}{5} & -3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \qquad A^t=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \qquad (A^t A^{-1})^2 A=\begin{pmatrix} 130 & -203 \\ -73 & 114 \end{pmatrix}$$

45.-

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{-3}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \qquad B^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{-1}{2} & 0 \end{pmatrix} \qquad (2A)^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{-3}{10} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{10} \end{pmatrix} \qquad \left(\frac{1}{3}B\right)^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{9}{2} & 3 \\ \frac{-3}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \frac{-3}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{-3}{10} & \frac{1}{10} \\ \frac{2}{10} & \frac{1}{10} \end{pmatrix}=(2\mathrm{A})^{-1}$$

$$3B^{-1}=3\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{-1}{2} & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{9}{2} & 3 \\ \frac{-3}{2} & 0 \end{pmatrix}\left(\frac{1}{3}B\right)^{-1}$$

$$\left(2\mathrm{A}\frac{1}{3}B\right)^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{-3}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{9}{20} & \frac{-3}{20} \end{pmatrix}=\frac{3}{2}B^{-1}A^{-1}$$

46.-

$$(a)\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} F_2+F_1 \\ F_3+F_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \rho(A)=2$$

$$(b)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (F_3-F_1)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow (F_3+2F_2)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 15 \end{pmatrix} \Rightarrow \rho(B)=3$$

$$(c)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & -2 \\ 5 & 5 & 5 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} F_2-2F_1 \\ F_3-5F_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -8 \end{pmatrix} \Rightarrow \rho(C)=2$$

$$(d)\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & -5 & 3 \\ -3 & 6 & 8 & -3 & 0 \\ -2 & 5 & 12 & -8 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} F_2+3F_1 \\ F_3+2F_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 & -5 & 3 \\ 0 & 3 & 20 & -18 & 9 \\ 0 & 3 & 20 & -18 & 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \rho(D)=2$$

47.-

Si las filas de la matriz fuesen combinación lineal unas de otras, pasaría lo siguiente:

(-1 2 5 -3 1) = a (2 -2 1 0 4) + b (1 2 17 -9 11) + c (-1 1 -1/2   0 -2) , en ese caso:

$$\left\{\begin{matrix} -1=2a+b-c \\ 2=-2a+2b+c \\ 5=a+17b-\frac{c}{2} \\ -3=-9b \\ 1=4a+11b-2c \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} b=3 \\ 2a-c=-4 \\ -2a+c=-4 \\ a-\frac{c}{2}=-46 \\ 4a-2c=-32 \end{matrix}\right\} \Rightarrow\Rightarrow \left\{\begin{matrix} b=3 \\ 2a-c=-4 \\ 0=-8 \end{matrix}\right\}$$ al observar la segunda y la tercera ecuaciones, vemos que sale un resultado absurdo, esto significa que las cuatro filas no pueden ser linealmente dependientes, luego serán linealmente independientes, es decir, el rango de la matriz es 4.

48.-

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & -1 & -1 & 2 \\ -4 & -2 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} F_2-2F_1 \\ F_3-3F_1 \\ F_4+4F_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & 6 & -4 & 2 & -4 \\ 0 & -6 & 4 & -2 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} F_3-3F_2 \\ F_4+3F_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \rho(A)=3$$

49.-

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \qquad llamemos\ B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AX=B \Rightarrow A^{-1}AX=A^{-1}B \Rightarrow IX=A^{-1}B \Rightarrow X=A^{-1}B=\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -9 & 14 \end{pmatrix}$$

50.-

$$llamemos\ A=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 0 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$XA=B \Rightarrow XAA^{-1}=BA^{-1} \Rightarrow XI=BA^{-1} \Rightarrow X=BA^{-1}$$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad X=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

51.-

$$3X+BA=AB \Rightarrow 3X=AB-BA \Rightarrow X=\frac{1}{3}(AB-BA)=\begin{pmatrix} \frac{-8}{3} & 0 & 5 \\ \frac{-13}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 10 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

52.-

$$A^2X+BX=C \Rightarrow (A^2+B)X=C \Rightarrow (A^2+B)^{-1}(A^2+B)X=(A^2+B)^{-1}C \Rightarrow IX=(A^2+B)^{-1}C \Rightarrow$$

$$X=(A^2+B)^{-1}C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

53.-

$$AXB = I \Rightarrow A^{-1}(AXB) = A^{-1}I \Rightarrow XB = A^{-1} \Rightarrow XBB^{-1} = A^{-1}B^{-1} \Rightarrow X = A^{-1}B^{-1} = (BA)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$