

# **CUADERNILLO RECUPERACIÓN MATEMÁTICAS A**

## **4º ESO**

**1º-** Realizar las siguientes operaciones con números enteros:

**a)**  $(-2)^3 : (-2) - [ -(-7 - (23 - 8 \cdot 6) : (-5) + 9 \cdot (-1)^2 ) ]$

**b)**  $(-2)^5 : (3+1)^2 + 2 \cdot (-5 - 4 + 3)$       **c)**  $(-3) \cdot (-5)^2 - [ 4 + 2^5 - 3^2 \cdot (-2)^2 ]^5 - (-1)^{10}$

**2º-** Operar expresando el resultado en su fracción irreducible:

**a)**  $\frac{-3}{2} - \left(\frac{2}{5} - 1\right)^{-2} : \frac{1}{5} + \frac{3}{4}$       **b)**  $\left(\frac{-5}{3} + 1\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$       **c)**  $\frac{1}{-1 + \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2}}$

**d)**  $\left(1 - \frac{1}{3}\right)^{-3} : \left[ 6 \cdot \left(\frac{-3}{4}\right)^3 \right]^2$       **e)**  $\frac{\frac{7}{5} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}}{3 - \frac{1}{4}}$

**3º-** Expresar como una única potencia: **a)**  $\frac{1 - 2^{-1}}{\left(2 - \frac{3}{2}\right)^{-4}}$       **b)**  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2$

**4º-** Simplificar y expresar el resultado en forma de potencias cuyas bases sean números primos y exponentes positivos:

**a)**  $\frac{(-15)^3 \cdot 8^{-2}}{5^4 \cdot (-6)^2}$       **b)**  $\left[ \left(\frac{8}{5}\right)^{-2} \cdot 8 \right] : \left[ \left(\frac{4}{18}\right)^{-1} \right]^3$       **c)**  $\frac{(-6)^3 \cdot 9^2}{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^{-2}}$

**5º-** Decir el tipo de número decimal que son,   


**a)** 2,14333...      **b)** 3,999...      **c)** 2,138763412...      **d)** 1,02

**6º-** Calcular   
            

**7º-** Del dinero de una cuenta bancaria, retiramos primero los  $\frac{3}{8}$  y, después, los  $\frac{7}{10}$  de lo que quedaba. Si el saldo actual es 1893€:

**a)** ¿Qué fracción representa el saldo actual?      **(Sol.  $\frac{3}{16}$ )**

**b)** ¿cuánto había al principio?      **(Sol. 10096€)**

## PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

- 5.- Por tres horas de trabajo, Alberto ha cobrado 60 € ¿Cuánto cobrará por 8 horas?
- 6.- Tres obreros descargan un camión en dos horas. ¿Cuánto tardarán dos obreros?
- 7.- Trescientos gramos de queso cuestan 6€ ¿Cuánto podré comprar con 4,5€?
- 8.- Un camión a 60 km/h tarda 40 minutos en cubrir cierto recorrido. ¿Cuánto tardará un coche a 120 km/h?
- 9.- Por 5 días de trabajo he ganado 390 euros. ¿Cuánto ganaré por 18 días?
- 10.- Una máquina embotelladora llena 240 botellas en 20 minutos. ¿Cuántas botellas llenará en hora y media?
- 11.- Un coche que va a 100 km/h necesita 20 minutos en recorrer la distancia entre dos pueblos. ¿Qué velocidad ha de llevar para hacer el recorrido en 16 minutos?
- 12.- Un corredor de maratón ha avanzado 2,4 km en los 8 primeros minutos de su recorrido. Si mantiene la velocidad, ¿cuánto tardará en completar los 42 km del recorrido?
- 13.- Un camión que carga 3 toneladas necesita 15 viajes para transportar cierta cantidad de arena. ¿Cuántos viajes necesitará para hacer transportar la misma arena un camión que carga 5 toneladas?
- 14.- Un padre le da la paga a sus tres hijas de forma que a cada una le corresponde una cantidad proporcional a su edad. A la mayor, que tiene 20 años, le da 50 euros. ¿Cuánto dará a las otras dos hijas de 15 y 8 años de edad?
- 15.- Un ganadero tiene 20 vacas y pienso para alimentarlas durante 30 días. ¿Cuánto tiempo le durará el pienso si se mueren 5 vacas?
- 16.- En un campamento de 25 niños hay provisiones para 30 días. ¿Para cuántos días habrá comida si se incorporan 5 niños a la acampada?
- 17.- Un taller de ebanistería, si trabaja 8 horas diarias, puede servir un pedido en 6 días. ¿Cuántas horas diarias deberá trabajar para servir el pedido en 3 días?
- 18.- En el aparcamiento de unos grandes almacenes hay 280 coches, de los que el 35 % son blancos. ¿Cuántos coches hay no blancos?
- 19.- El 15% de la plantilla de un club de fútbol está lesionada. Si la plantilla consta de 20 jugadores, ¿cuántos sufren lesiones?
- 20.- Para el cumpleaños de mi hermano han comprado dos docenas de pasteles y yo me he comido 6. ¿Qué porcentaje del total me he comido?
- 21.- Una máquina que fabrica tornillos produce un 2% de piezas defectuosas. Si hoy se han apartado 41 tornillos defectuosos, ¿cuántas piezas ha fabricado la máquina?
- 22.- ¿Cuánto me costará un abrigo de 325 euros si me hacen una rebaja el 10%?

23.- A un trabajador que ganaba 1750 euros mensuales le van a aumentar el sueldo un 8%. ¿Cuál será su nuevo salario?

24.- En una tienda en la que todo está rebajado el 15% he comprado un pantalón por el que he pagado 85€. ¿Cuál era el precio antes de la rebaja?

25.- Hoy ha subido el precio del pan el 10%. Si una barra me ha costado 0,55€ ¿cuánto valía ayer?

26.- Cincuenta terneros de engorde consumen 4 200 kg de alfalfa a la semana.

- a) ¿Cuál es el consumo de alfalfa por ternero y día?
- b) ¿Cuántos kilos de alfalfa se necesitarán para alimentar a 20 terneros durante 15 días?
- c) ¿Durante cuántos días podemos alimentar a 10 terneros si disponemos de 600 kg de alfalfa?

27.- Una pieza de tela de 2,5 m de larga y 80 cm de ancha cuesta 30 €. ¿Cuánto costará otra pieza de tela de la misma calidad de 3 m de larga y 1,20 m de ancha?

28.- Para llenar un pilón de riego hasta una altura de 80 cm se ha necesitado aportar un caudal de 20 litros por minuto durante 1 h 20 min. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse ese mismo pilón hasta una altura de 90 cm si se le aporta un caudal de 15 litros por minuto?

29.- Cinco máquinas iguales envasan 7 200 litros de aceite en una hora. ¿Cuántos litros envasarán tres máquinas en dos horas y media? ¿Cuánto tiempo tardarán cuatro máquinas en envasar 12 000 litros?

30.- Doce obreros, trabajando 8 horas diarias, terminan un trabajo en 25 días. ¿Cuánto tardarán en hacer ese mismo trabajo 5 obreros trabajando 10 horas diarias?

31.- Dos albañiles cobran 340 € por un trabajo realizado conjuntamente. Si el primero trabajó tres jornadas y media y el segundo cinco jornadas, ¿cuánto cobrará cada uno?

32.- Tres socios han obtenido en su negocio un beneficio de 12 900 €. ¿Qué parte corresponde a cada uno si el primero aportó inicialmente 18 000 €, el segundo, 15 000 €, y el tercero, 10 000 €?

33.- El dueño de una cafetería reparte a final de mes una gratificación de 550 € entre sus tres camareros, de manera inversamente proporcional al número de días de ausencia, que han sido 2, 4 y 6 días. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

## IGUALDADES NOTABLES

## EJERCICIOS

$$\begin{aligned}(A+B)^2 &= A^2 + 2AB + B^2 \\ (A-B)^2 &= A^2 - 2AB + B^2 \\ (A+B)(A-B) &= A^2 - B^2\end{aligned}$$

- Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la identidad notable correspondiente, y simplificar. Obsérvense los primeros ejemplos:

1.  $(x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

2.  $(x-6)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = x^2 - 12x + 36$

3.  $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

4.  $(x+2)^2 =$  (Soluc:  $x^2 + 4x + 4$ )

5.  $(x-3)^2 =$  (Soluc:  $x^2 - 6x + 9$ )

6.  $(x+4)(x-4) =$  (Soluc:  $x^2 - 16$ )

7.  $(x+3)^2 =$  (Soluc:  $x^2 + 6x + 9$ )

8.  $(x-4)^2 =$  (Soluc:  $x^2 - 8x + 16$ )

9.  $(x+5)(x-5) =$  (Soluc:  $x^2 - 25$ )

10.  $(a+4)^2 =$  (Soluc:  $a^2 + 8a + 16$ )

11.  $(a-2)^2 =$  (Soluc:  $a^2 - 4a + 4$ )

12.  $(a+3)(a-3) =$  (Soluc:  $a^2 - 9$ )

13.  $(2x+3)^2 =$  (Soluc:  $4x^2 + 12x + 9$ )

14.  $(3x-2)^2 =$  (Soluc:  $9x^2 - 12x + 4$ )

15.  $(2x+1)(2x-1) =$  (Soluc:  $4x^2 - 1$ )

# Operaciones con polinomios

Sean los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 2$$

$$Q(x) = -3x^3 + 2x^2 - 5x + 3$$

$$R(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 - 5x - 3$$

Realizar las siguientes operaciones:

a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) - Q(x)$

c)  $P(x) + R(x)$

d)  $P(x) - R(x)$

e)  $Q(x) + R(x)$

f)  $Q(x) - R(x)$

Dados los polinomios  $P(x,y) = 3x^2y - 2x^3y^2$  ;  $Q(x,y) = 2x^2y^3 - 5x^3y^2 + 3x^2y$

Calcula  $P(x,y) + Q(x,y)$  y  $P(x,y) - Q(x,y)$

Sean los polinomios

$$P(x) = 3x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 2$$

$$Q(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$$

$$R(x) = 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x - 3$$

Realiza las siguientes operaciones:

a)  $P(x) \cdot Q(x)$

b)  $P(x) \cdot R(x)$

c)  $Q(x) \cdot R(x)$

Efectúa las operaciones y simplifica las siguientes expresiones:

a)  $x \cdot (x^2 + 1) - 3x \cdot (-x + 3) + 2 \cdot (x^2 - x)^2$

b)  $2 \cdot (x^2 + 3) - 2x \cdot (x - 3) + 6 \cdot (x^2 - x - 1)$

c)  $-4x \cdot (x - 4)^2 + 3 \cdot (x^2 - 2x + 3) - 2x \cdot (-x^2 + 5)$

d)  $-3x \cdot (x + 7)^2 + (2x - 1) \cdot (-3x + 2)$

e)  $(2a^2 + a - 1) \cdot (a - 3) - (2a - 1) \cdot (2a + 1)$

f)  $(3b - 1) \cdot (3b + 1) - (4b - 3)^2 - 2 \cdot (2b^2 + 16b - 16)$

Dados los polinomios

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x - 4$$

$$Q(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x + 2$$

Se pide, calcular:

a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) - Q(x)$

c)  $3 \cdot P(x)$

d)  $3 \cdot P(x) - 2 \cdot Q(x)$

e)  $P(x) \cdot Q(x)$

Calcular los productos:

a)  $(3x^2 - 7x + 5) \cdot (x^2 - x + 1)$

b)  $(x^3 - x) \cdot (x^2 - 1)$

c)  $(x^3 - 3x^2 - 2) \cdot (x^2 + 1)$

Hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a)  $(3x^2 - 7x + 5) : (x^2 - x + 1)$

b)  $(x^3 - x) : (x^2 - 1)$

c)  $(x^3 - 3x^2 - 2) : (x^2 + 1)$

d)  $(x^5 + 7x^3 - 5x + 1) : (x^3 + 2x)$

e)  $(x^3 - 5x^2 + x) : (x^2 - 1)$

f)  $(2x^3 - 6x^2 + x) : (2x^2 - 1)$

Aplica la Regla de Ruffini para hacer las divisiones

a)  $(2x^3 - 4x^2 + 2x + 1) : (x + 1)$

b)  $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$

c)  $(6x^5 - 3x^4 + 2x) : (x + 1)$

d)  $(3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13) : (x - 4)$

e)  $(6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9) : (x + 3)$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \frac{x}{2} - \frac{2(x+2)}{7} = \frac{x-3}{4}$$

$$b) \frac{(2x-1)(2x+1)}{4} = \frac{3(4x^2+1)}{12} - x$$

$$c) 4(2x+7) - 3(3x+1) = 2 - (7-x)$$

$$d) 4(2x+1) - 3(x+3) = 5(x-2)$$

$$e) \frac{x(x-1)}{3} - \frac{x(x+1)}{4} + \frac{3x+4}{12} = 0$$

$$f) (x+4)^2 - (2x-1)^2 = 12x$$

$$g) 3x^2 - 24x = 0$$

$$h) x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$i) x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$j) \frac{1}{2}x^2 - 3x = -5$$

**21°-** Resolver las siguientes ecuaciones:

**a)**  $\frac{x}{2} - (4x - 5) = -2(x - 1) - \frac{x - 2}{4}$

**b)**  $(1 - 2x)^2 - (x + 2)^2 = -4x + 1$

**c)**  $x(x^2 + 9)(2x^2 - 4x) = 0$

**d)**  $5x + 2 - 2\sqrt{x + 1} = -3$

**d)**  $\frac{3x - 17}{8} - \frac{1 - 4x}{12} = \frac{1 - x}{4} - \frac{9 + x}{6}$

**e)**  $(3x - 1)^2 - 2(3x - 1) + 1 = 0$

**f)**  $\frac{3(x^2 - 11)}{5} - \frac{2(x^2 - 60)}{7} = 36$

**g)**  $\frac{x^2 - 32}{4} = -\frac{28}{x^2 - 9}$

**22°-** Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

**a)** Por el método gráfico:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - 7y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 5y = 9 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

**b)** Resuelve por sustitución:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - 7y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 8y = 19 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

**c)** Resuelve por igualación:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - 7y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x - 3y = 15 \end{cases}$$

**d)** Resuelve por reducción:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x - 7y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 8y = 19 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$$

**e)**  $\begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 5x + 3y = -3 \end{cases} \quad (x = -3, y = 4)$

**f)**  $\begin{cases} \frac{2(x - y + 1)}{3} + \frac{x}{2} = \frac{9}{2} \\ \frac{x - 1}{4} - \frac{2(x - y)}{2} = -1 \end{cases} \quad (x = 5, y = 3)$

**g)**  $\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y+1} = 1 \\ \frac{4}{x-1} - \frac{1}{y-3} = 1 \end{cases} \quad (17/5, 9/2)$

**h)**  $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ xy = -2 \end{cases} \quad (x = 1, y = -2)(x = -2/3, y = 3)$

**23°-** En un triángulo rectángulo, las longitudes de los catetos son números consecutivos. Si se toma la hipotenusa como lado de un cuadrado, su perímetro es de 20 metros. Calcula la longitud de los lados del triángulo.



24°. En una fábrica de zumos se mezclan dos tipos de calidades, una de 50 céntimos el litro y otra de 80 céntimos el litro. ¿Cuántos litros de zumo han de mezclarse de cada tipo para obtener 120 litros con un coste total de 85,50 €?

25° En un taller hay 50 vehículos entre motos y coches. Si el número total de ruedas es 140, ¿cuántos vehículos hay de cada tipo?

26° Hace 5 años la edad de mi padre era el triple de la de mi hermano y dentro de 5 años sólo será el doble. ¿Cuáles son las edades de mi padre y de mi hermano?

1. De las siguientes variables de una población, indicar razonadamente las que son cualitativas y las que son cuantitativas:

a) Sexo b) Nacionalidad c) Edad d) Número de hermanos e) Color del pelo f) Nota de Matemáticas g) Estatura h) Número de calzado

2. De las siguientes variables, indicar razonadamente las que son discretas y las que son continuas:

a) Número de vecinos de un edificio b) Número de horas que un determinado individuo ve la televisión c) Nota de Matemáticas en un examen d) Nota de Matemáticas en el boletín de notas e) Contenido en cm<sup>3</sup> de una lata de conservas

3. Se aplica un test de inteligencia para averiguar el cociente intelectual de 40 alumnos de 4o de ESO, obteniéndose los siguientes resultados:

106 136 81 110 95 92 99 106 81 95 110 103 88 81 81  
99 110 114 128 103 103 74 95 136 95 88 106 121 106  
114 117 92 85 125 95 110 132 95 103 81

Razonar qué tipo de variable es. Construir una tabla estadística en la que figuren todas las frecuencias. Construir el diagrama de barras y polígono de frecuencias absolutas, y el diagrama de sectores.

4. El número de horas de sol registradas en un determinado mes en 50 estaciones meteorológicas es:

83 82 78 72 107 107 93 72 85 98 71 76 75 83 72  
126 102 76 112 99 155 118 150 129 119 148 181 151  
167 156 180 173 149 80 131 121 110 200 162 214 176  
186 187 186 141 212 186 199 198 219

a) Razonar de qué clase de variable se trata. Confeccionar una tabla de frecuencias con los datos agrupados.

b) Dibujar el histograma de frecuencias relativas y el polígono de frecuencias absolutas.

c) Calcular la media de horas de sol, el intervalo modal y el intervalo mediano.

5. En la siguiente tabla se detallan el número de hermanos de los alumnos de un centro educativo:

| Nº hermanos | Frecuencia |
|-------------|------------|
| 0           | 25         |
| 1           | 60         |
| 2           | 10         |
| 3           | 5          |

Calcula todos los parámetros de centralización estudiados ( media, mediana y moda) y los parámetros de centralización (rango, varianza, desviación típica y coeficiente de variación)

6. Se han medido los pesos y las alturas de 6 personas, obteniéndose los datos siguientes:

|             |     |     |     |     |     |     |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Peso (kg)   | 65  | 60  | 65  | 63  | 68  | 68  |
| Altura (cm) | 170 | 150 | 168 | 170 | 175 | 180 |

Dibuja la nube de puntos correspondiente.

7. Se sortea un viaje a Roma entre los 120 mejores clientes de una agencia de automóviles. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas.

- ¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?
- Si del afortunado se sabe que es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

8. Un taller sabe que por término medio acuden: por la mañana tres automóviles con problemas eléctricos, ocho con problemas mecánicos y tres con problemas de chapa, y por la tarde dos con problemas eléctricos, tres con problemas mecánicos y uno con problemas de chapa.

a) Calcula el porcentaje de los que acuden por la tarde.

b) Calcula el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.

c) Calcula la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.

d) Calcula la probabilidad de que tenga un problema mecánico o acuda por la Tarde

9. Tenemos una urna con 3 bolas amarillas y 5 bolas negras si extraemos 2 bolas **con** devolución calcular la probabilidad de:

- a) Que sean las dos amarillas
- b) Que sean las dos negras
- c) Que sean del mismo color
- d) Que sean de distinto color

10. Tenemos una urna con 4 bolas verdes y 3 bolas azules si extraemos 2 bolas **sin** devolución calcular la probabilidad de:

- a) Que sean las dos verdes
- b) Que sean las dos azules
- c) Que sean del mismo color
- d) Que sean de distinto color

Realiza un estudio completo de las siguientes funciones, indicando:

Dominio, recorrido, puntos de corte, crecimiento, decrecimiento, máximos, mínimos, continuidad y periodicidad.

