

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1 Números

Los números irracionales son números _____

El conjunto de los números reales está formado por _____

2 Recta real

En la recta real, el punto común de cualquier sucesión decimal de segmentos encajados es un _____

¿Cómo se define un intervalo en la recta real? _____

¿Qué tipos de intervalos se utilizan? _____

¿Qué representa $[a, b]$? _____Completa: Si $a > b$, y $c < 0$:

$$a + c \text{ ______ } b + c \quad a \cdot c \text{ ______ } b \cdot c$$

Con $a > 0$, escribe $|x| < a$ como un intervalo: _____**3** Potencias y radicales

Completa las propiedades de las operaciones con potencias:

a) $(a \cdot b)^m = \text{ ______ }$ **c)** $(a^m)^n = \text{ ______ }$ **e)** $a^m/a^n = \text{ ______ }$

b) $(a/b)^m = \text{ ______ }$ **d)** $a^m \cdot a^n = \text{ ______ }$ **f)** $(a \cdot b)^m = \text{ ______ }$

¿Qué es un radical? _____

Completa las propiedades de las operaciones con radicales:

a) $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^p} = \text{ ______ }$ **c)** $(\sqrt[n]{a})^m = \text{ ______ }$

b) $\sqrt[n]{a^m} / \sqrt[n]{a^p} = \text{ ______ }$ **d)** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \text{ ______ }$

¿Cuándo se pueden sumar o restar radicales? _____

¿Qué se debe hacer para multiplicar o dividir radicales de diferente índice? _____

¿Cómo se expresa $\sqrt[n]{a^m}$ en forma de potencia? _____**4** Aproximaciones y redondeos

¿Qué significa aproximar un número real? _____

¿Cómo se calcula el error absoluto de una aproximación? _____

Define redondeo. ¿Cuál es el máximo error absoluto que se comete al realizar un redondeo? _____

¿Cómo se calcula el error relativo de una aproximación? _____

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

5 Calcula:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot (2\sqrt{2})^5 \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^3$

c) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^{-2}$

b) $\frac{3^{-2} \cdot (\sqrt{3})^3}{\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot (\sqrt{3})^{-2}}$

d) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^0 - \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^2$

6 Opera y simplifica:

a) $\sqrt[6]{a^8}$

d) $\sqrt[3]{125^5} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{5^6}}$

b) $\sqrt[3]{a^7} \cdot a \cdot \sqrt[3]{a^2}$

e) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{40}$

c) $\frac{\sqrt[3]{a^7}}{\sqrt[3]{a^5}}$

f) $3\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$

7 Opera:

a) $3,2 \cdot 10^3 (1 + 6,2 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-1})$

b) $10^3 - (3 \cdot 10^{-2})^{-2} \cdot 4,1 \cdot 10^4$

8 Realiza las siguientes operaciones:

a) $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$

b) $2\sqrt{6} \cdot (2\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$

c) $(1 - 2\sqrt{5})^2 \cdot (1 + 2\sqrt{5})^2$

d) $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2})$

e) $(3 - 2\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{3} + 5)$

f) $(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})$

g) $(2a - \sqrt{a})^3$

9 Extrae factores de los radicales y realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[6]{8} + \sqrt[4]{4} - 7\sqrt{72}$

b) $\sqrt{75} - \frac{1}{3}\sqrt{18} + \frac{3\sqrt{12}}{4} - \sqrt{\frac{2}{25}}$

c) $\frac{1}{3}\sqrt{108} - 5\sqrt{75} + \sqrt{243} - \sqrt{\frac{27}{121}}$

d) $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{7\sqrt{108}}{4} + \sqrt{648} - \frac{2}{3}\sqrt{1875}$

e) $3 - \sqrt{288} + \sqrt{363} - \frac{1}{3}\sqrt{800} + \frac{17}{2}\sqrt{\frac{27}{289}}$

10 Efectúa y simplifica:

a) $\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt[6]{2^5}}{\sqrt[3]{6^2}}$

c) $\frac{\sqrt[4]{2^6 5^3} \cdot \sqrt[4]{5^2 2^3}}{\sqrt[4]{10}}$

b) $\sqrt{\frac{2xy^{-3}z}{8x^{-1}y^2z^{-3}}}$

d) $\frac{\sqrt{0,0001} \cdot \sqrt{0,01}}{\sqrt{0,001}}$

11 Racionaliza:

a) $\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

c) $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$

b) $\frac{1}{3\sqrt{2} + 1}$

d) $\frac{5 - \sqrt[3]{2}}{2 \cdot \sqrt[3]{2}}$

12 Opera y expresa en notación científica:

a) $9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5}}{(2 \cdot 10^{-4})^2}$

b) $6,672 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3,2 \cdot 10^{-3} \cdot 5,96 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2}$

13 Establece una aproximación con cuatro cifras exactas para cada uno de los siguientes números:

a) $\sqrt{23}$

b) $\sqrt[6]{3}$

c) $-4,57$

14 Si se quiere obtener $\sqrt{7} \cdot \pi$ con cuatro cifras exactas, ¿qué aproximaciones debemos tomar para $\sqrt{7}$ y π ?**15** ¿Cuántas cifras exactas tendrá una aproximación de $45/22$ para que el error relativo que se comete no exceda del 1%?**16** Expresa en notación científica y con tres cifras significativas los siguientes datos:

c = 299 792,456 2 km/s

m = 0,003 450 g

33 075 894,32 μ

0,003 468 $\cdot 10^{-3}$

45,09 $\cdot 10^6$

17 Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en notación científica:

a) $2,54 \cdot 10^{-3} \cdot 4,2173 \cdot 10^{-5}$

b) $\frac{2 \cdot 3,76 \cdot 10^4 + \frac{4}{5} \cdot 1,9654 \cdot 10^2}{7,4321 \cdot 10^{-5}}$

c) $\frac{6,45 \cdot 10^{-23}}{8,65 \cdot 10^{-25}}$

18 Obten el resultado de efectuar $\pi + \sqrt{12}$ y $\pi \cdot \sqrt{12}$ con una precisión de milésimas, es decir, con incertidumbre menor que media milésima. ¿Cuántas cifras exactas se deben tomar en las aproximaciones de π y de $\sqrt{12}$?**19** Se desea calcular la capacidad de un depósito cilíndrico. Se toman medidas: diámetro del depósito: 95 ± 1 cm, altura: 180 ± 1 cm. Calcula su capacidad en litros y expresa el resultado indicando su incertidumbre.**20** Una habitación rectangular mide 4,57 m por 7,32 m. Se han realizado las medidas con una cinta métrica que aprecia 1 cm. Calcula su área y exprésala correctamente.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1 Conceptos

Distingue y relaciona los siguientes conceptos:

Una expresión algebraica es _____
_____Una igualdad algebraica es _____
_____Una identidad algebraica es _____
_____Una ecuación es _____
_____**2 Polinomios**Un polinomio de grado n es una expresión del tipo _____
_____El valor numérico de un polinomio de grado n para $x = \alpha$ es $P(\alpha) =$ _____
_____El teorema del resto afirma: _____

Las raíces de un polinomio son _____

Las raíces enteras de un polinomio serán _____

3 Ecuaciones, inecuaciones y sistemasLa solución de una ecuación completa de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ se halla utilizando la fórmula: $x =$ _____

Los sistemas de ecuaciones pueden ser:

_____ si tienen _____ solución/es

_____ si tienen _____ solución/es

_____ tienen _____ solución/es

La solución de una inecuación con una incógnita es: _____
_____La solución de una inecuación lineal con dos incógnitas es: _____

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 4** Dados los polinomios $p(x) = 6x^3 + 32x^2 + 6x - 20$ y $q(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$, calcula:

a) $\frac{p(x)}{6} - q(x)$ b) $\frac{p(x)}{q(x)}$

- 5** Calcula:

a) $(x^5 + 2x^4 - 3x^3 + x^2) \cdot (2x + 1)$
 b) $(x^2 + x + 1)^2$
 c) $[(x^2 - 9) - (x - 3)^2]^2$
 d) $\frac{16 - x^4}{x^2 - 4}$

- 6** Calcula el valor de m si es 5 el resto de dividir: $(3mx^3 + x^2 - 2mx + 1)$ entre $(x + 1)$.

- 7** Calcula a para que $p(x) = x^5 - 2ax^3 - 3x + 1$ sea divisible por $\left(x - \frac{1}{2}\right)$.

- 8** Calcula a y b para que $p(x) = 2x^3 + ax^2 - 10x + b$ sea divisible por $(x - 2)$ y el resto de dividir $p(x)$ entre $\left(x + \frac{1}{2}\right)$ sea $-\frac{25}{4}$.

- 9** a) Descompón: $6x^4 + 7x^2 + 1$

b) Factoriza: $(7x + 1)(x^2 - 1) + (2x - 2)(x + 1)^2$

c) Factoriza: $3(x^2 - 4) - (6x - 3)(2x + 1)(x - 2)$

- 10** a) Calcula: $\frac{x}{1 - \frac{1}{x+1}} - \frac{2x - 1}{1 - \frac{x+1}{x}}$

- b) Descompón, simplifica y opera:

$$\frac{2x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 3x}{-2x^4 + 3x^3 - x^2} - \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$$

- 11** Efectúa y simplifica:

a) $\left(\frac{x+1}{x-1} - 1\right) : \frac{1}{1 - \frac{x+1}{x}}$

b) $\frac{x^2 - 9}{2x^2 + x - 1} \cdot \frac{-2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 6x + 9}$

- 12** Resuelve:

a) $2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$
 b) $x^4 - x^3 + 2x^2 - 2x = 0$
 c) $2x^3 + 3x^2 - 1 = 0$
 d) $3x^3 + 13x^2 - 11x - 5 = 0$
 e) $\sqrt{2}x^3 + 5\sqrt{2}x^2 - 6\sqrt{2}x = 0$

- 13** Resuelve:

a) $x^4 - 1 = 0$ c) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$
 b) $2x^4 - 7x^2 + 3 = 0$ d) $x^4 - 4x^2 + 4 = 0$

- 14** Resuelve:

a) $x^2 - \frac{x+1}{x^2-3} = 1$
 b) $\frac{2}{x^2-x} + \frac{x}{x-1} = 1$
 c) $\frac{1}{x-3} + 2 - \frac{10}{x} = \frac{10}{x(x-1)}$

- 15** Resuelve:

a) $\sqrt{3x-2} - 1 = 1$
 b) $2\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-2} = 2$
 c) $2\sqrt{x} - \sqrt{x+1} = 1$

- 16** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x+1}{3-x} \geq 0$ c) $\frac{x^2+x}{2x-1} > 0$
 b) $2x^2 - 3x - 2 < 0$

- 17** Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ x - \frac{3}{2}y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 7 - 2x = 10y \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x-1}{3} + y = -\frac{1}{6} \\ 3(x+2) + 8y = 11 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 6xy = 1 \\ \frac{3x}{2} + y = 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \sqrt{xy} = 2 \\ \frac{y}{4} - 12x = 1 \end{cases}$

- 18** Resuelve por el método de Gauss:

a) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 6 \\ x - y - z = -2 \\ -x + y + 2z = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 2y - z = 8 \\ x - 4y + z = -5 \\ -x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + y - z = 4 \\ 3x + y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = -2 \end{cases}$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 1** El precio de un artículo es de 750 € pero ante un aumento inesperado de la demanda el precio se incrementa un 25 %. ¿Cuál es su precio final?
- 2** Un empleado de una empresa tiene un salario anual de 25 200 € y recibe a comienzos de año un aumento del 6 %. Un mes después vuelve a incrementarse su sueldo por productividad un 3 %. ¿Cuál es el nuevo salario anual?
- 3** Tenemos un depósito de 2 000 € en una entidad bancaria. Al finalizar el segundo año retiramos nuestro fondos y nos encontramos con un saldo de 2 260 €. ¿Qué tipo de interés expresado en tanto por cien nos han aplicado?
- 4** Calcula los intereses que producen 12 000 € a un tipo de interés del 17 % anual durante tres meses. Ten en cuenta que el tipo de interés y el plazo deben referirse a la misma medida temporal.
- 5** Óscar deposita 3 000 € en la Caja de Ahorros de su localidad, porque esta le ofrece un interés del 6 % anual. ¿Qué intereses recibirá si decide retirar sus fondos y solo han transcurrido 90 días?
- 6** ¿Qué capital final se obtiene si se invierten 6 500 € durante 4 años al 8 % y el período de capitalización es de 6 meses?
- 7** Se colocan 12 000 € al 4 %. ¿Qué interés simple habrán producido si se retiran al cabo de 8 meses? ¿Y si se retiran al cabo de 1 año, 3 meses y 20 días?
- 8** Calcula los intereses que se obtienen (devengados) por un capital de 3 500 € durante 3 meses a un tipo de interés del 8 %. Realízalo tanto con capitalización simple como con capitalización compuesta.
- 9** ¿Qué intereses obtenemos de un capital de 7 000 € puesto a plazo fijo durante 2 años a un tipo de interés del 12 %? Halla la solución con interés simple y con compuesto.
- 10** Invertimos 50 000 € durante 5 años a un tipo de interés del 12 %, si la capitalización es de 6 meses. ¿Qué capital final se obtiene?
- 11** Pilar suscribe un plan de pensiones durante 25 años (la edad que le falta para jubilarse) y deposita anualmente 3 000 € en una entidad financiera que le da un 4 % de interés. ¿De qué capital final dispondrá?
- 12** Carlos quiere comprarse una moto por lo que decide ponerse a trabajar un par de horas diarias cuando termina sus clases. A él se le da muy bien el tenis y entrenará a un par de chavales durante 18 meses. Parte del dinero que gane al mes, en concreto 200 €, los ingresará en un plan de ahorro que le ofrece un interés de 12 %. ¿De qué dinero dispondrá finalmente para comprarse la moto?
- 13** Hemos pedido a nuestro banco un préstamo de 90 000 € a pagar en 12 años para la compra de una vivienda. El tipo de interés que nos pone la entidad es del 8 %. ¿Qué anualidades hay que abonar? ¿Qué cantidad total tenemos que devolver?
- 14** Para la compra de una vivienda la familia Pérez solicita un préstamo bancario de 345 000 € y cuenta con las ofertas de dos entidades: la Caja Estudiantes permite devolver del préstamo en un período de 12 años al 8,25 % mientras que el Banco Financiero otorga la posibilidad de devolverlo en 10 años al 9,25 %. ¿Cuál de las dos ofertas presenta una anualidad más ventajosa?
- 15** Calcula el T.A.E. para un tipo de interés del 12 % anual y del 1 % mensual. ¿Es lo mismo?

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1 Averigua el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{5-x}}$

b) $f(x) = \frac{x^2+4}{2x-1}$

c) $f(x) = \frac{x^3+1}{\sqrt[3]{x}}$

d) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-x}}$

e) $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2-5x-2}}{x}$

f) $f(x) = 3x^2 + x - \sqrt{x} - 2$

g) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x-1}}$

h) $f(x) = \frac{2x^2+2x-1}{2x^4-3x^3-3x^2+2x}$

i) $f(x) = \frac{2x+|x|}{2x-|x|}$

2 Encuentra el recorrido de las siguientes funciones con la ayuda de su representación gráfica:

a) $f(x) = \frac{3x}{4} - \frac{1}{2}$

b) $f(x) = x^2 - 1$

c) $f(x) = -x^2 + 3x - 2$

d) $f(x) = \sqrt{x+4}$

e) $f(x) = \frac{3-x}{x}$

f) $f(x) = \left| \frac{3-x}{x} \right|$

g) $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$

h) $f(x) = \frac{1-x}{2-x}$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 3** Representa gráficamente las siguientes funciones e indica su dominio y recorrido:

$$a) f(x) = \begin{cases} |x-1| & \text{si } x \leq 3 \\ x^2 - 7 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} E(x) & \text{si } x < \frac{3}{2} \\ \frac{|x|}{x} & \text{si } x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} -(x+1)^2 + 4 & \text{si } x \leq 1 \\ -|x-1| & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ x+2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$d) f(x) = -2x^2 - x + 1$$

$$e) f(x) = |x^2 + x - 6|$$

$$f) f(x) = \left| \frac{x-1}{x+3} \right|$$

- 4** Dadas las funciones:

$$f(x) = \frac{3-x}{x} \text{ y } g(x) = \frac{x^2-x}{x+1}$$

Calcula $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$ y sus respectivos dominios.

- 5** Dadas las funciones siguientes: $f(x) = |x-2|$ y $g(x) = 2x+1$. Calcula $(f+g)(x)$ y su dominio.

- 6** Dadas las funciones:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Calcula $(f+g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $(f/g)(x)$ y sus respectivos dominios.

- 7** Dadas las funciones:

$$f(x) = 3 - \frac{1}{x} \text{ y } g(x) = x - 2$$

Calcula $(f \circ g)$, $(g \circ f)$ y sus respectivos dominios.

- 8** Dadas las funciones:

$$f(x) = \sqrt{x+1} \text{ y } g(x) = x^2 - 1$$

Calcula $(f \circ g)$, $(g \circ f)$ y sus respectivos dominios.

- 9** Dadas las funciones:

$$f(x) = \frac{x+1}{2-x} \text{ y } g(x) = \frac{2x-1}{x+1}$$

Calcula $(f \circ g)$, $(g \circ f)$ y sus respectivos dominios.

- 10** Dadas las funciones:

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ y } g(x) = \sqrt{x-2}$$

Calcula $(f \circ g)$, $(g \circ f)$ y sus respectivos dominios.

- 11** A partir de $f(x) = 2x - x^2$ y $g(x) = \sqrt{x-2}$, halla $(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$ y sus respectivos dominios. ¿Qué observas? ¿Es siempre posible componer funciones?

- 12** Dadas las funciones:

$$a) f(x) = \frac{3x-2}{x}$$

$$e) f(x) = x^2 - x - 2$$

$$b) f(x) = \frac{3-x}{3}$$

$$f) f(x) = \frac{x-2}{1-3x}$$

$$c) f(x) = \sqrt{x-3}$$

$$g) f(x) = \frac{3}{2-x}$$

$$d) f(x) = x^2 - 4$$

Calcula, si existe, su inversa respecto de la composición de funciones.

- 13** Dos números naturales suman 15. Expresa analíticamente la función que expresa su producto en función de uno de ellos. Indica su dominio y su recorrido.

- 14** Un rectángulo mide 8 dm de largo y 4 dm de ancho. De cada esquina se recorta un cuadrado de lado x con el fin de hacer una caja sin tapa. Calcula el volumen de la caja en función de x .

- 15** ¿Son iguales $f(x) = x + 2$ y $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$? ¿Por qué?

- 16** Encuentra una función cuadrática, $f(x)$, que tome los valores que muestra la tabla:

x	0	2	-1
$f(x)$	1,25	-0,75	6,75

- 17** Se ha realizado una experiencia que consiste en relacionar el período, T , de oscilación de un péndulo con su longitud, l . Se ha obtenido la siguiente tabla:

l (cm)	0,05	0,10	0,15	0,25	0,50
t (s)	0,45	0,63	0,78	1	1,42

Aunque para cada longitud del péndulo se ha determinado el período, queremos conocer la expresión que proporciona el período de un péndulo en función de su longitud. Sabemos que $l = f(t)$ es una función de segundo grado. Averigua $T = f(l)$.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1 Dadas las sucesiones:

$$a_n = \frac{2n^2 + 3n}{n^2 + 3n}, \quad b_n = \frac{2n^2 + 1}{2 - n}, \quad c_n = \frac{2 - 3n^2}{n}$$

Calcula:

- a) $\lim (a_n + b_n)$ d) $\lim (a_n/b_n)$
 b) $\lim (a_n + c_n)$ e) $\lim (a_n)^{b_n}$
 c) $\lim (b_n \cdot c_n)$ f) $\lim (a_n)^{c_n}$

2 Calcula el límite de las siguientes sucesiones:

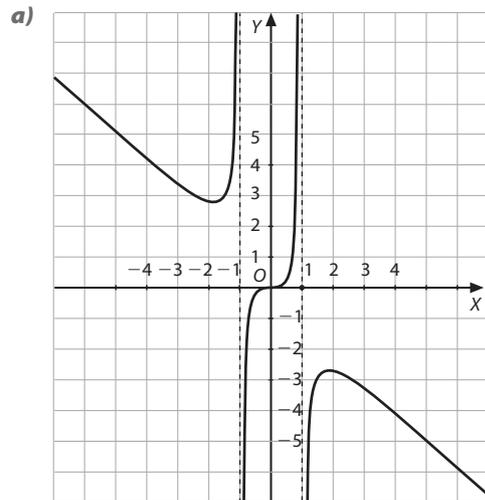
- a) $a_n = (6n^5 - 3n^3 + 1)/(-3n^2 + 3)$
 b) $a_n = (3n + 2)^2/(n^2 + 1)$
 c) $a_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right) \cdot \left(\frac{1}{n^2} + 2\right) \cdot \left(\frac{1 - 2n}{3n}\right)$
 d) $a_n = \frac{2n^2}{n^3 + 1} - \frac{1 - n^3}{n}$

3 Calcula el límite de las siguientes sucesiones:

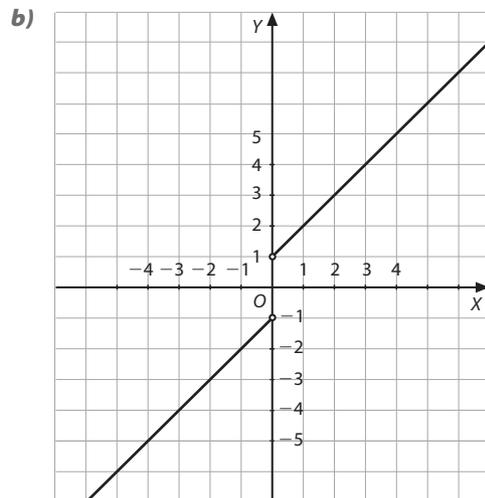
- a) $a_n = \frac{\sqrt[3]{2n^6 + 5}}{n^2 + 1}$
 b) $a_n = \sqrt[3]{10^8 - n^7}$
 c) $a_n = \sqrt{3n^2 + 4} - \sqrt{5n^3 + 10n}$
 d) $a_n = \sqrt{5n^2 + 1} - \sqrt{2n^2 + 6n}$
 e) $a_n = \frac{\sqrt{6n^2 + 1} - (3n - 2)}{1 - 2n}$
 f) $a_n = \sqrt{4n^2 + 5} - (2n + 3)$

4 Calcula el límite de las siguientes sucesiones:

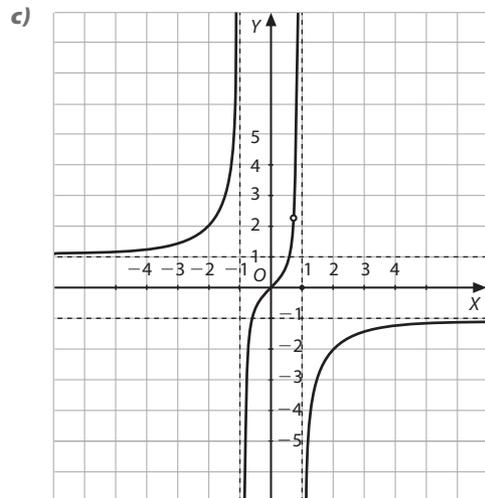
- a) $a_n = \sqrt{\frac{3n + 1}{2n + 2}}$
 b) $a_n = \left(\frac{n + 1}{3 + 2n}\right)^{3n}$
 c) $a_n = \left(\frac{n^2 + 5}{6n}\right)^{2 - n}$
 d) $a_n = \left(\frac{2n + 3}{2n - 1}\right)^{5 - n}$
 e) $a_n = \left(\frac{1}{2} + \frac{n + 3}{2n}\right)^{n^2/(n - 1)}$
 f) $a_n = \left(\frac{\sqrt{n}}{n + 1}\right)^{(2 - n^2)/(n + 1)}$
 g) $a_n = \left(\frac{2n^2 - 1}{2n^2 + 1} - \frac{1}{n}\right)^n$

5 Dadas las siguientes funciones, averigua los límites que se indican:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$



$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

6 Calcula analíticamente las asíntotas horizontales y verticales de las funciones representadas en la actividad anterior, en caso de que las tengan.

7 Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(1-x^3)/(x^2+1)(x-2)]$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3})$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3})/2x]$

8 Calcula el límite de las funciones anteriores cuando $x \rightarrow -\infty$.

9 Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{1+3x}\right)^{-1/x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+3x}{1+x}\right)^{x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1+3x}{1+x}\right)^{x+1}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-x}{3-x}\right)^{x-1}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{2} + \frac{x-1}{2x+2}\right]^{\frac{3-x^2}{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2x}{x+1} \cdot \left(1 - \frac{3x}{2x+1}\right)\right]$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+2x-3x^2+4x^3}{-x^2+7x-2}$

10 Averigua los límites laterales de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x+2|}{2x+4} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x-2}{x^2-3x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ en $x = -2, x = 1, x = 3$

b) $f(x) = \frac{|3x-1|}{3x^2+5x-2}$ en $x = -2$ y $x = 1/3$

11 Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2+3x-2}{x^2+4x+4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{4x^2-1}{4x^2+4x-3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+3x^2-x}{x^2-x}$

d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2+x}{x^2+2x-1}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+1}{3x}\right)^{\frac{x^2-1}{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x-1}{x+2}\right)^{\frac{-x}{x-2}}$

g) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2x+6}}{2+x}$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [x \cdot (\sqrt{4x^2+1} - 2x)]$

12 Representa gráficamente las funciones que cumplan las siguientes condiciones:

a) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{1\}$

$f(0) = 1$

$\text{Rec } f = [-2, +\infty)$

$f^{-1}(0) = 3$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

b) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

$f^{-1}(0) = \{-4, 0, 4\}$

$\text{Rec } f = \mathbb{R}$

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +2} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1 Dada la función $f(x) = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^x$, calcula:

a) $f(0), f(-2), f(-5), f\left(\frac{1}{2}\right), f(6)$

b) $f^{-1}\left(\frac{81}{4}\right), f^{-1}\left(\sqrt[5]{\frac{9}{2}}\right), f^{-1}\left(\sqrt[3]{\frac{2}{9}}\right)$

2 Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2}\right)^{x^2 + 1}$

3 Halla la rentabilidad de un millón de euros en un año a un interés compuesto anual del 3,5%. ¿Y si la capitalización es continua?

4 Construye la gráfica de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{si } x < 0 \\ 3^x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

¿Es una función continua? ¿Es inyectiva?

5 El número de habitantes de una ciudad crece exponencialmente de 125 000 a 140 000 habitantes desde 1985 a 1995. ¿Cuántos habitantes se puede calcular que tendrá en el año 2000, suponiendo que el ritmo de crecimiento no varía?

6 A partir de las representaciones gráficas de las funciones $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ y $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, calcula:

a) Su punto de intersección.

b) En qué intervalo del dominio se cumple que $f(x) > g(x)$.

c) En qué intervalo del dominio se cumple que $f(x) < g(x)$.

7 La tasa anual de crecimiento de un bosque es del 3%. Calcula la cantidad de madera que tendrá al cabo de 5 años, si inicialmente tiene unos 6 000 m³ y las condiciones de crecimiento se mantienen. Después, expresa la función que rige su crecimiento como una exponencial de base e.

8 Dada la función $f(x) = \log_5 x$, calcula:

a) $f\left(\frac{1}{\sqrt{125}}\right), f(0,2), f(0,008)$

b) $f^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right), f^{-1}\left(\frac{3}{4}\right), f^{-1}(-1,25)$

9 Un producto se lanza al mercado con una previsión de ventas para las primeras 20 semanas, determinada por la función $N(t) = 1\,500 e^{0,25t}$, donde N es el número de unidades que se prevé vender y t es el tiempo en semanas. Averigua la expresión que refleja el tiempo transcurrido según las unidades vendidas y estima cuántas semanas deben transcurrir para que se hayan vendido 10 000 unidades.

10 Imagina que una persona consume el suficiente alcohol para alcanzar el doble del nivel a partir del cual está prohibido conducir, que es de 0,08 mg/cc en sangre. Supón que la disminución de alcohol se rige por la función $m(t) = m_0(1/3)^t$, donde m es la cantidad de alcohol por centímetro cúbico y t , el tiempo medido en horas. Calcula el tiempo que se debe dejar transcurrir para que se alcance el nivel autorizado para poder conducir un vehículo.

11 Aplica las propiedades de los logaritmos y simplifica la siguiente expresión:

$$1 + \log 6 - \log 5 + \frac{1}{2} \log 3 - \log 36 - \frac{\log 27}{2}$$

12 El número de bacterias de un cultivo viene determinado por la expresión $N(t) = 2,75 \cdot 1,3^t$, donde t es el tiempo medido en horas y N el número de miles de individuos. Calcula el tiempo que tarda en duplicarse el cultivo. Escribe la función como una exponencial de base e.

13 Calcula: $\log_3 100, \log_{1/2} 25, \log_{\sqrt{5}} 50$

14 Determina la función inversa de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{100}{1 + 55 e^{-0,025x}}$

b) $f(x) = 3 + \log_4(x - 2)$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

15 Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{5^{x+2}}$

b) $8^{3x+2} = \left(\frac{1}{32}\right)^{6-x}$

c) $3 \cdot 2^{x+1} - 7 \cdot 2^{x-2} = 34$

d) $2^x = 3 \cdot 4^{1-x}$

e) $2^{x+1} = e^{4-x}$

16 Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log_5(x+3) - \log_5 x = 2$

b) $2^{\ln x} = 3 - 5 \cdot 2^{\ln x}$

c) $\log x^2 - 2 \log(x+1) + \log 4 = 0$

d) $\log_2 x - \log_2 1024 = \frac{\log_2 x}{2}$

17 Resuelve los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} \log_{\frac{x}{2}}(y+5) = 1 \\ \log x - \log 2 = \log 6 - \log y \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \log x + \log y = 6 \\ \log x^2 - \log y = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \log_x(12-y) = 3 \\ \log_y \frac{1}{2+x} = -1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 13 \\ \ln e^x = \ln e^{y+1} \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} \log x + \log y = \log 4x - \log y \\ x \log 2 + y \log 3 = 288 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} x y \log 2 = 524288 \\ 2^{x+y} = 4^{3x-y} \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 2 \cdot 3^x - 3 \cdot 5^{-y} = -21 \\ 3^{x-1} + 5^{y+2} = 10 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} x \sqrt[3]{256} - y \sqrt[3]{64} = 0 \\ 3^x - 9 \cdot 3^{2y-1} = 0 \end{cases}$$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1 Si una función tiene una tasa de variación positiva en un determinado intervalo, ¿se puede asegurar que es creciente en ese intervalo?

2 Dada la función $f(x) = -x^2 + x - 2$, averigua la tasa de variación en los intervalos $[0, 2]$, $[2, 4]$ y $[4, 6]$.

3 Halla la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^5 + 2x^4\sqrt{x}$

b) $f(x) = -3x^3\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{2}\sqrt{x}$

c) $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2}$

d) $f(x) = \frac{3}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2\sqrt{x}}$

e) $f(x) = x^3 \cdot 3^x$

f) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$

g) $f(x) = 4x \cdot \ln x$

h) $f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos x$

i) $f(x) = \log_2 x \cdot \ln x$

j) $f(x) = \frac{3x \cdot \cos x}{\ln x}$

k) $f(x) = \operatorname{tg} x$

l) $f(x) = \sqrt{3x} \cdot 3^x$

m) $f(x) = 7^x \cdot \log x$

n) $f(x) = \sec x$

ñ) $f(x) = \frac{4^x}{\cos x}$

o) $f(x) = 7x \cdot (x + \cos x)$

p) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln x$

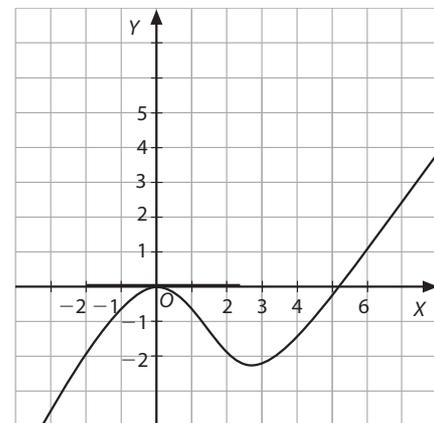
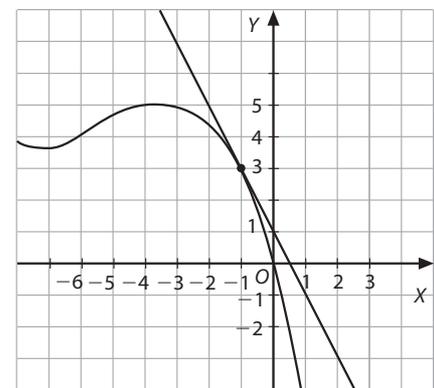
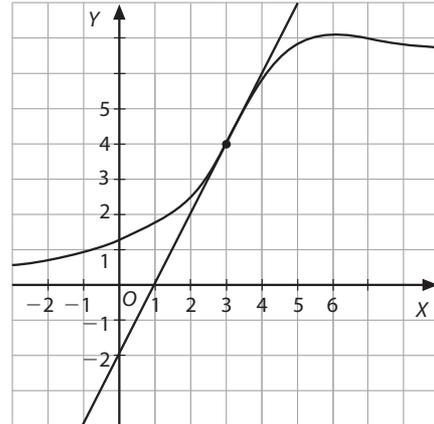
q) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{tg} x$

4 Dadas las funciones representadas en las gráficas, calcula:

a) $f'(3)$

b) $g'(-1)$

c) $h'(0)$



Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 5** Aplicando la definición, calcula la derivada en el punto de abscisa $x = -1$ de la función siguiente

$$f(x) = \frac{1}{x-1}.$$

- 6** Calcula los valores de a y b en esta función:

$$f(x) = 3ax^3 - bx + 1, \text{ sabiendo que } f'(0) = 3 \text{ y } f'(1) = 12.$$

- 7** Calcula las ecuaciones de las rectas tangentes a las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$, en $x = 3$

b) $f(x) = 3x^2 - 2$, en $x = 0$

c) $f(x) = (x + 3)^2$, en $x = 0$

d) $f(x) = ax^3$, en $x = -1$

- 8** Utilizando derivadas laterales, averigua si la siguiente función, que es continua en su dominio, tiene tangente en $x = 0$. Si es así, calcula su ecuación.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- 9** Dada la siguiente función continua en su dominio, averigua, si existe, $f'(4)$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & \text{si } x < 4 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

- 10** Calcula en qué puntos la tangente a la curva de la función $f(x) = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 5$ es una recta horizontal.

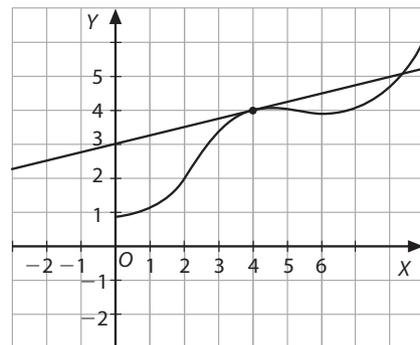
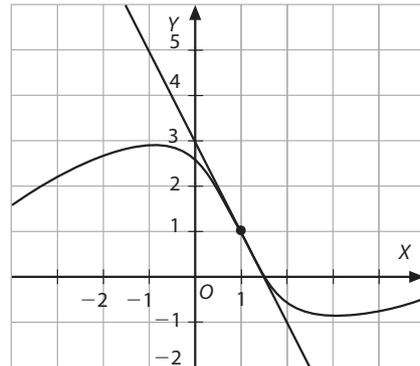
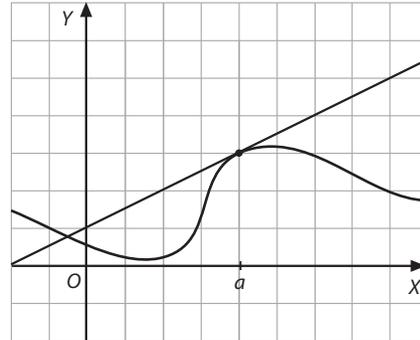
- 11** Calcula en qué punto la recta tangente a la curva de la función $f(x) = (2x - 1)^2 + 5$ es paralela a la recta de ecuación $y = 2x + 5$.

- 12** Dadas las gráficas, responde las siguientes cuestiones:

a) $f'(a)$

b) $g'(1)$

- c)** La ecuación de la recta tangente a $h(x)$ en $x = 4$.



Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 1** Las calificaciones obtenidas por ocho alumnos en Matemáticas y Estadística han sido:

Matemáticas	2	4	6	5	6	8	9	10
Estadística	3	4,5	7	5,5	6	8,5	10	1

- a) Halla el coeficiente de correlación entre las calificaciones de matemáticas y estadística de los siete primeros alumnos.
b) Calcula el coeficiente de correlación entre las notas de las dos asignaturas para todos los alumnos.

Justifica la diferencia de resultados obtenidos.

- 2** De esta distribución de frecuencias absolutas acumuladas, calcula:

- a) Media aritmética y desviación típica.
b) ¿Entre qué valores se encuentran las edades centrales?
c) Representa el polígono de frecuencias absolutas acumuladas.

Edad	F
[0, 2)	4
[2, 4)	11
[4, 6)	24
[6, 8)	34
[8, 10]	40

- 3** Considerando en España las comunidades de religiosos y el número de centros que cada una de ellas posee, se obtiene la siguiente tabla:

N.º de centros	[1, 25)	[25, 49)	[49, 73)	[73, 97)	[97, 121)
N.º de comunidades	44	12	10	7	5

Calcula:

- a) La media.
b) La desviación típica.

- 4** La estadística de ingresos de determinadas empresas, en miles de euros, y de empleados, en miles, es la siguiente:

Ingresos	5,7	3,8	1,9	1	1
Empleados	16	29	17	6	9

- a) Estudia la correlación existente entre ambas variables.
b) Determina la recta de regresión de ingresos sobre empleados.

- 5** Dada la distribución bidimensional (X, Y) , la recta de regresión de Y sobre X es $y = 5\bar{y}$, siendo \bar{y} la media de la distribución Y . ¿Cuál es la recta de regresión de X sobre Y ? ¿Existe dependencia lineal entre Y y X ? Razona las respuestas.

- 6** La tabla siguiente muestra las notas del test de aptitud (X) dadas a 6 dependientes a prueba y las ventas del primer mes de prueba (Y), en cientos de euros:

X	25	42	33	54	29	36
Y	42	73	50	90	45	48

- a) Halla el coeficiente de correlación e interpreta el resultado obtenido.
b) Halla la recta de regresión de Y sobre X . Predice las ventas de un vendedor que obtenga 47 en el test.

- 7** Define el concepto de varianza para una muestra x_1, \dots, x_n . Si tiene varianza nula y $\bar{x} = 5$, calcula la media y la desviación típica de la muestra kx_1, \dots, kx_n , siendo k una constante positiva.

- 8** Los jugadores de un determinado equipo de baloncesto se clasifican, por alturas, según la tabla siguiente:

Altura	[1,70; 1,75)	[1,75; 1,80)	[1,80; 1,85)	[1,85; 1,90)	[1,90; 1,95)	[1,95; 2,0)
N.º de jugadores	1	3	4	8	5	2

Queremos analizar la variable altura, para lo cual se pide calcular:

- a) La media.
b) La mediana.
c) La desviación típica.
d) ¿Cuántos jugadores se encuentran por encima de la media más una desviación típica?

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 9** Las edades (en años) de tres grupos de cinco personas son:

Grupo 1	22	18	20	21	19
Grupo 2	31	29	30	32	28
Grupo 3	25	15	20	30	10

- a)** ¿Qué característica (centralización o dispersión) hace diferentes a los datos correspondientes a los grupos 1 y 2? ¿Qué medida podríamos utilizar para representar dicha característica? Cálculala en ambos conjuntos.
- b)** ¿Qué característica (centralización o dispersión) hace diferentes a los datos correspondientes a los grupos 1 y 3? ¿Qué medida podríamos utilizar para representar dicha característica? Cálculala en ambos conjuntos.

- 10** La suma de unos datos es de 25 unidades y la de sus cuadrados es de 250 unidades cuadradas. Si la media y la desviación típica coinciden, calcula:

- a)** La media de los datos.
b) La varianza de los datos.

- 11** Dadas las distribuciones de datos:

X	1	1	2	2	3	3
Y	10	12	12	16	22	17

- a)** Calcula razonadamente las medias y las desviaciones típicas de X e Y .
- b)** ¿Cuál de las medias calculadas es más representativa?
- c)** Halla la recta de regresión de Y sobre X .
- d)** ¿Se ajusta bien dicha recta a los datos? ¿Por qué?

- 12** En un grupo de participantes de un concurso, se ha analizado conjuntamente el tiempo que ellos dedicaron a la preparación de las pruebas (X , en horas) y la puntuación global obtenida (Y). La información recogida aparece en la tabla siguiente:

$Y \backslash X$	$0 < X \leq 10$	$10 < X \leq 15$	$15 < X \leq 25$	$25 < X \leq 50$
$0 < Y \leq 5$	2	2	0	0
$5 < Y \leq 15$	2	5	5	0
$15 < Y \leq 30$	0	1	5	7
$30 < Y \leq 50$	0	0	2	5

- a)** Calcula la puntuación media obtenida por los concursantes que dedicaron más de 25 horas a su preparación.
- b)** Si el premio recibido son 100 €/punto, ¿cuánto han ganado los concursantes por término medio?
- c)** Estudia el grado de correlación lineal existente entre ambas variables. Interpreta los resultados.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 1** Una fábrica de relojes fabrica un modelo determinado. Los controles de calidad detectan la aparición de un defecto con una probabilidad de 0,1, pero, que un reloj sea defectuoso, es independiente del hecho de que los otros lo sean o no. En el curso de la fabricación retiramos cinco relojes al azar.
- Determina la probabilidad de que al menos uno de los relojes extraídos sea defectuoso.
 - Determina la probabilidad de que dos relojes sean defectuosos.
- 2** La probabilidad de que los tornillos que fabrica una determinada empresa sean defectuosos, es de 10 %, pero que un tornillo sea defectuoso es independiente de que otro lo sea o no. Los tornillos se empaquetan en cajas de cinco unidades. Calcula qué probabilidad tendremos de que en una caja no haya ningún tornillo defectuoso.
- 3** Un taller sabe que, por término medio, acuden por la mañana 3 automóviles con problemas eléctricos, 8 con problemas mecánicos y 3 con problemas de chapa, y por la tarde, 2 con problemas eléctricos, 3 con problemas mecánicos y 1 con problemas de chapa.
- Haz una tabla ordenando los datos anteriores.
 - Calcula el porcentaje de los que acuden por la tarde.
 - Calcula el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.
 - Calcula la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.
- 4** Es conocido que, en un cierto país, la probabilidad de que un hombre de 25 años llegue a los 75 es de 0,8. Si elegimos al azar a tres hombres de 25 años de dicho país, calcula la probabilidad de que:
- Solo uno llegue a los 75 años.
 - Al menos uno llegue a los 75 años.
- 5** Tenemos tres bombillas en buen estado y dos defectuosas: BBBDD. Las sacamos una a una y comprobamos después de cada extracción de qué tipo es la bombilla. ¿Cuál es la probabilidad de que salga la segunda defectuosa en el tercer intento? Es decir, ¿cuál es la probabilidad de que se produzca una de estas dos secuencias: BDD o DBD?
- 6** La probabilidad de que una persona adquiera en una librería un periódico es de 0,4. La probabilidad de que adquiera una revista es de 0,3. La probabilidad de que adquiera ambas publicaciones es 0,2.
- Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:
- Que adquiera alguna publicación.
 - Que no adquiera ninguna.
 - Que adquiera solo un periódico.
- 7** Sea A el suceso: «Un aspirante a una póliza de vida puede pasar examen médico». Sea B el suceso: «Puede pagar las primas» y C el suceso: «La compañía de seguros autoriza la póliza». Describe qué probabilidades expresan los siguientes planteamientos:
- $$p(C/A), p(C/\bar{B}), p(C/A \cap B)$$
- 8** El área de un círculo de alambre es $\pi \text{ cm}^2$. En una caja hay seis varillas de alambre de longitudes 2, 3, 4, 5, 7 y 8 cm. Si se elige una de ellas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el área del anillo circular comprendido entre el primer círculo y el concéntrico que se puede formar tomando como radio la varilla elegida esté comprendida entre 20π y 60π ?
- 9** En un centro escolar, los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera entre inglés y francés. En un determinado curso, el 90 % de los alumnos estudia inglés y el resto francés. El 30 % de los que estudian inglés son chicos, y de los que estudian francés, son chicos el 40 %. Elegido un alumno al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica?
- 10** El 70 % de las empresas tiene errores en sus activos financieros, el 60 % tiene errores en sus pasivos financieros y el 40 % tiene errores en sus activos y en sus pasivos financieros.
- Obtén razonadamente el porcentaje de empresas sin errores en sus activos, en sus pasivos, o en ambos.
 - De una muestra de 500 empresas, ¿cuántas se espera que no tengan errores ni en sus activos ni en sus pasivos financieros?
- 11** Cada pregunta de un examen tipo test tiene dos respuestas alternativas de las que solo una es correcta. Un alumno contesta al azar un examen de este tipo con tres preguntas.
- Construye un espacio muestral adecuado a esta experiencia.
 - Calcula $p(B)$, $p(A \cap B)$, $p(C)$, $p(B \cup C)$, siendo A , B y C los siguientes sucesos:
 A = «El alumno responde correctamente a la primera pregunta».
 B = «El alumno responde correctamente a dos de las tres preguntas».
 C = «El alumno responde correctamente a las tres preguntas».

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 12** Un estudio estadístico ha demostrado que sobre 1 800 peticiones de colocación, 600 personas buscan trabajo por primera vez, mientras que las restantes provienen de otro. ¿Cuál es la probabilidad de que entre 6 personas que buscan trabajo no haya más de 2 que ya hayan trabajado?
- 13** Se elige al azar uno de los 50 primeros números naturales.
- Calcula la probabilidad de que el número extraído sea cuadrado perfecto.
 - Sabiendo que el número extraído es múltiplo de 3, ¿cuál es la probabilidad de que sea cuadrado perfecto?
- 14** Si los sucesos A y B son independientes y compatibles, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas?
- $p((A \cup B)/B) = 1$
 - $p(B/\bar{A}) = p(B)$
- 15** De un grupo de 25 personas, se sabe que 8 practican solo fútbol, 6 practican solo baloncesto y hay, además, 5 que practican indistintamente ambos deportes. Se pide:
- ¿Cuál será la probabilidad de escoger una persona del grupo que no practique ninguno de los dos deportes?
 - ¿Qué probabilidad hay de que practique al menos uno?
- 16** El volumen diario de producción en tres plantas diferentes de una fábrica es de 500 unidades en la primera, 1 000 unidades en la segunda y 2 000 en la tercera. Sabiendo que el porcentaje de unidades defectuosas producidas en cada planta, es del 1 %, 0,8 % y 2 %, respectivamente, calcula la probabilidad de que, al seleccionar una unidad al azar, sea defectuosa.
- 17** En una urna hay 6 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen sucesivamente 3 bolas sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que alguna sea negra.
- 18** Un estudio antropológico de una tribu ha constatado que la longitud del dedo corazón de los adultos sigue una ley normal de media 60 mm y una desviación típica de 3 mm. Si tenemos 800 adultos, determina cuántos tienen el dedo corazón:
- Más largo que 62 mm.
 - Más corto que 57 mm.
 - Entre 60 y 66 mm.
 - Si las medias se han aproximado al milímetro, ¿cuántos lo tienen de 58 mm?
- 19** Una máquina que expende bebidas está regulada de modo que descarga una media de 200 mL por vaso. Si la cantidad de líquido está distribuida normalmente con desviación típica de 15 mL:
- ¿Cuál es el porcentaje de vasos que llenará con más de 224 mL?
 - Si vamos a utilizar seis vasos de 224 mL, ¿cuál es la probabilidad de que se derrame líquido solo en uno de los seis vasos?
- 20** La duración de las pilas de una linterna se distribuye según una ley normal de media 70 h y desviación típica 4 h. A un establecimiento le quedan 40 pilas del pedido anterior.
- ¿Cuántas tendrán una duración superior a 70 h?
 - Calcula la probabilidad de que, elegida una pila al azar, tenga una duración de entre 75 h y 82 h.
- 21** En un examen se formulan 38 preguntas del tipo «verdadero-falso». El examen se aprueba si se contestan correctamente, al menos, 20 preguntas. Si se lanzase una moneda para decidir la respuesta de cada pregunta, ¿cual sería la probabilidad de aprobar el examen?
- 22** Se sabe que las notas de un determinado examen siguen una distribución normal. El 15,87 % tiene una nota superior a 7 puntos y el 15,87 % tiene una nota inferior a 5 puntos. Calcula:
- Porcentaje de alumnos cuya nota está entre 5 y 7 puntos.
 - Nota media del examen.
- 23** Supongamos que se califica un ejercicio puntuando de 0 a 10 con las siguientes notas:
- [0, 2) = Muy deficiente
 [2, 5) = Insuficiente
 [5, 6) = Suficiente
 [6, 7) = Bien
 [7, 8,5) = Notable
 [8,5, 10) = Sobresaliente
- Calcula qué porcentaje de alumnos entraría en cada uno de estos grupos si las notas se ajustaran a una distribución normal con media μ y desviación típica σ en los casos siguientes:
- $\mu = 5, \sigma = 2$
 - $\mu = 5, \sigma = 1$
- 24** En una distribución normal de media 4 y desviación típica 2, calcula el valor de a para que:
- $$p(4 - a \leq x \leq 4 + a) = 0,5934$$

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

- 25** En cierta población, la edad de los individuos tiene una distribución normal, con media 32 años y desviación típica 8 años.
- Halla la proporción de personas menores de 18 años.
 - Si en la citada población viven 2 millones de personas, halla el número aproximado de ellas mayores de 60 años.
- 26** El 10 % de los artículos fabricados en una empresa de material cerámico tiene algún defecto. Obtén (aplicando la aproximación de la distribución binomial por la normal) la probabilidad de que:
- En un lote de 10 artículos se encuentre al menos uno defectuoso.
 - En un lote de 100, haya al menos 10 defectuosos.
- 27** Una de las pruebas de acceso a la Universidad para mayores de 25 años consiste en un test con 100 preguntas, cada una de las cuales tiene 4 posibles respuestas, siendo solo una de ellas correcta. Para superar esta prueba deben obtenerse, al menos, 30 respuestas correctas.
- Si una persona contestase al azar, es decir, eligiese de forma aleatoria una de las cuatro respuestas posibles de cada una de las 100 preguntas:
- ¿Cuál es el número esperado de respuestas correctas?
 - ¿Qué probabilidad tendría de superar la prueba?
- 28** Una compañía de autobuses conoce que el retraso en la llegada sigue una ley normal, de media 5 min, y que el 68,26 % de los autobuses llega con un retraso comprendido entre los 2 min y los 8 min.
- ¿Cuál es la desviación típica?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el autobús llegue puntual o antes de la hora?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que llegue con un retraso de más de 10 min?
- 29** Aproximando con una distribución normal, calcula la probabilidad de que, al lanzar una moneda 100 veces, el número de caras obtenido esté comprendido entre 45 y 55.
- 30** La opinión que tiene una población sobre la gestión de su Ayuntamiento es favorable en el 30 % de los casos y desfavorable en el resto. Elegidas 10 personas al azar, halla:
- La probabilidad de que, exactamente, dos la consideren favorable.
 - La probabilidad de que ninguno la considere desfavorable.
- 31** En un hospital, las niñas representan el 54 % de los nacimientos. Halla la probabilidad de que el número de niños nacidos, de 2 500 nacimientos, esté entre 1 200 y 1 400.
- 32** En una panadería se cortan panecillos con un peso que se ajusta a una distribución normal de media 100 g y desviación típica 9 g. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un panecillo cuyo peso oscile entre 80 g y la media?
- 33** Las notas de un examen hecho a una clase de 36 alumnos sigue una distribución $N(4,2; 1,3)$. Calcula:
- El número de alumnos que han obtenido una nota de aprobado.
 - El número de alumnos que han obtenido una nota comprendida entre 4 y 6.
- 34** Una compañía ha emitido acciones que se reparten entre los accionistas siguiendo una distribución normal de media 100 acciones y desviación típica 20 acciones. ¿Cuál es la probabilidad de que un accionista tenga más de 150 acciones?
- 35** Se lanzan a la vez 20 dados. Calcula las siguientes probabilidades:
- Que solo salga el número 6.
 - Que salgan solo números pares.
- 36** La probabilidad de aprobar la selectividad es del 80 %. ¿Cuál es la probabilidad de que, de un grupo de 6 alumnos de un colegio, aprueben al menos la mitad?