

¿Qué son los cuerpos geométricos?

Definición

Los **cuerpos geométricos** son regiones cerradas del espacio.

Una caja de tetrabrick es un ejemplo claro de la figura que en matemáticas se conoce con el nombre de paralelepípedo. Esta figura tiene dos elementos: la base (generalmente un rectángulo o un cuadrado) y la altura. De la misma forma, la lata ejemplifica a la figura denominada cilindro. Éste tiene los siguientes elementos: generatriz, eje, base y el radio del círculo que forma la base. El gorro de nazareno tiene forma de la figura conocida como cono. Sus elementos son: generatriz, altura -que es también el eje-, la base y el radio del círculo que forma la base.



Los **cuerpos geométricos** se dividen en dos grandes grupos, los **poliedros**, aquellos en los que las superficies que los delimitan son planas, y los **cuerpos redondos**, en los que algunas de las superficies que los delimitan son curvas.

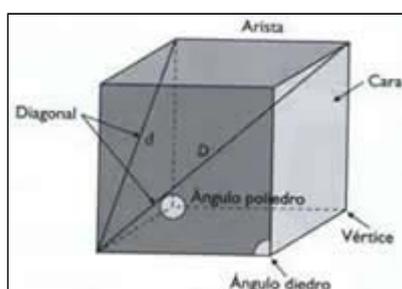
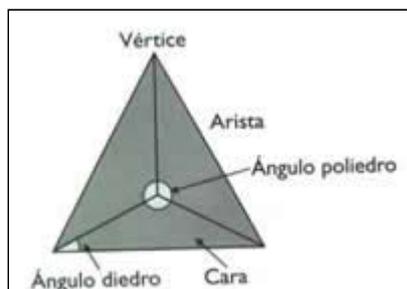
▶ Para saber más:

1. Consulta otras muestras de la realidad de algunos cuerpos geométricos. Haz clic en cada figura de la sección **Cuerpos con Volumen**, y allí encontrarás un vínculo denominado: **Muestra en la realidad**.
<http://www.bbo.arrakis.es/geom/>

Poliedros

Los **poliedros** son cuerpos geométricos limitados por caras poligonales.

Constan de los siguientes **elementos**:



- ▶ **Caras:** Son los polígonos que delimitan el poliedro.
- ▶ **Aristas:** Son los bordes de las caras, es decir, donde se cortan dos caras.
- ▶ **Vértices:** Son los puntos donde concurren tres o más aristas.

- ▶ **Ángulos planos:** Los formados por dos aristas convergentes.
- ▶ **Ángulos diédricos:** Los formados por dos caras adyacentes.
- ▶ **Ángulos poliédricos:** Los formados por tres o más caras convergentes en un vértice.
- ▶ **Diagonales:** Hay dos tipos de diagonales: las diagonales que unen dos vértices no consecutivos de una misma cara y las diagonales que unen vértices de distintas caras.

▶ **Para saber más:**

1. **Euler** (1707- 1783) fue un matemático suizo que demostró que en un poliedro convexo el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más 2. La fórmula se escribe:

$$c + v = a + 2$$

Si quieres saber algo más sobre su fórmula:

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.victoria.kent/Departamentos/DMatem/2000/SEPTIEMBRE-EULER.html> [versión en caché]

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.sierra.minera/dematesna/demates12/opciones/Mundo%20Poliedros/Que%20son%20poliedros.htm>
[versión en caché]

2. El matemático como **naturalista**

<http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/cuentosconcuentas/matematiconaturalista/>

Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

Tipos de poliedros

Los poliedros los podemos clasificar:

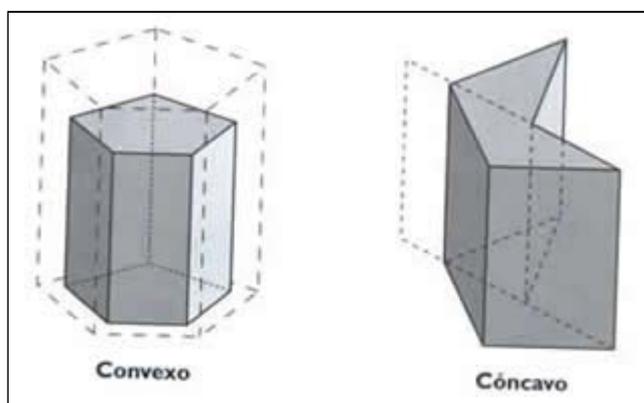
- ▶ Según sean sus ángulos en:
 - ▶ **Cóncavos**
 - ▶ **Convexos**

Para saber si un poliedro es cóncavo o convexo se prolongan sus caras. Si alguna de las prolongaciones pasa por el interior se llama cóncavo, si no ocurre esto se llama convexo.

▶ **Para sabe más:**

1. Aquí tienes más ejemplos:

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/conc_conv.htm



- ▶ Según la forma de sus caras en:

- ▶ **Poliedros regulares**, si todas las caras son polígonos regulares iguales en forma y tamaño.

▶ **Para saber más:**

1. Consulta cuáles son:

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.sierra.minera/dematesna/demates12/opciones/Mundo%20Poliedros/Poliedros%20Regulares.htm>

[versión en caché]

- ▶ **Poliedros irregulares**, si no ocurre lo anterior.
- ▶ Según el número de caras en:
 - ▶ **Tetraedro**, o poliedro de cuatro caras
 - ▶ **Pentaedro**, de cinco caras
 - ▶ **Hexaedro, Exaedro, o Cubo**, de seis caras
 - ▶ **Heptaedro**, de siete caras
 - ▶ **Octaedro**, de ocho caras
 - ▶ Y así sucesivamente...

▶ **Para saber más:**

1. Consulta estos ejemplos:

<http://www.memo.com.co/fenonino/aprenda/geometria/geomet7.html> [versión en caché]

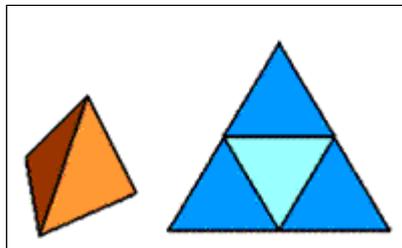
Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

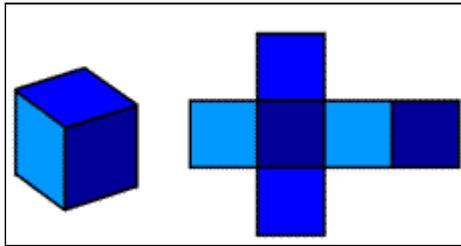
Poliedros regulares

Sólo hay cinco poliedros regulares. Estos son: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro, y son los más sencillos que se forman a partir de un solo polígono regular. Este grupo de poliedros ya era conocido por Euclides (330 a.C.) y recibían el nombre de **sólidos platónicos**.

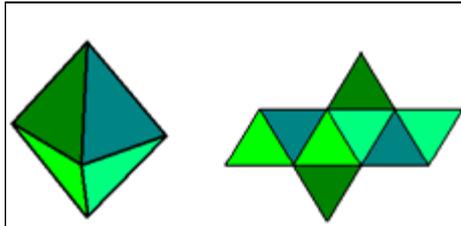
- ▶ **Tetraedro**. Tiene cuatro caras que son triángulos equiláteros, cuatro vértices y seis aristas. Es el que tiene menor volumen de los cinco en comparación con su superficie.



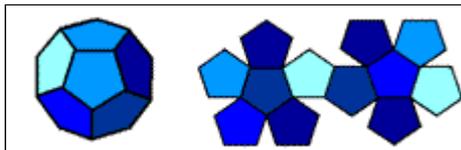
- ▶ **Cubo o hexáedro**. Tiene seis caras que son cuadradas, ocho vértices y doce aristas.



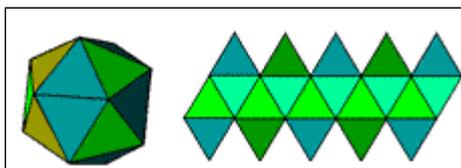
- ▶ **Octaedro.** Tiene ocho caras que son triángulos equiláteros, seis vértices y doce aristas.



- ▶ **Dodecaedro.** Tiene doce caras que son pentágonos regulares, veinte vértices y treinta aristas.



- ▶ **Icosaedro.** Tiene veinte caras que son triángulos equiláteros, doce vértices y treinta aristas. Es el que tiene mayor volumen en relación con su superficie.



▶ **Para saber más:**

1. Algo de la historia de los poliedros regulares

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.sierra.minera/dematesna/demates12/opciones/Mundo%20Poliedros/Algo%20historia.htm>

[versión en caché]

2. Poliedros regulares

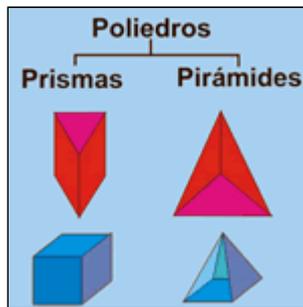
http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Poliedros_regulares_d3/los_poliedros_regulares.htm

3. Sólidos platónicos

http://www.walter-fendt.de/m11s/platonsolids_s.htm

Poliedros irregulares

Los poliedros irregulares se clasifican en dos grandes grupos: **prismas** y **pirámides**. Veamos a continuación, sus características.



▶ Para saber más:

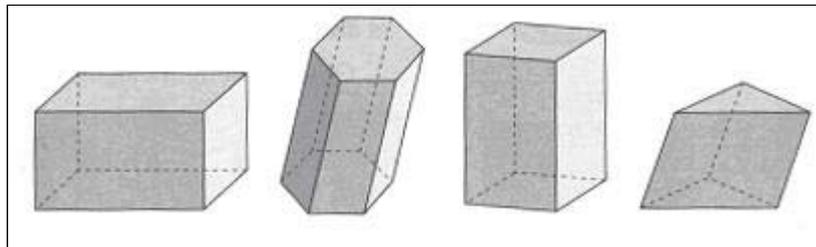
1. Consulta las **diferencias entre poliedros regulares e irregulares**, y dentro de éstos, entre prismas y pirámides:

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/poli_dif.htm

Prismas

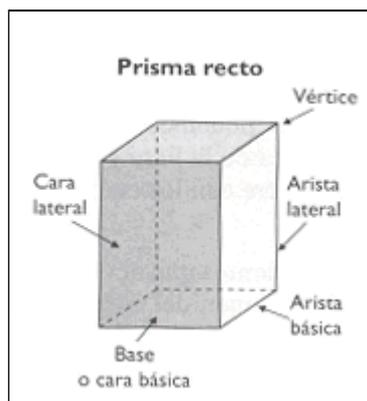
Son los poliedros formados por dos caras iguales y paralelas llamadas **bases** y por una serie de **caras laterales** rectangulares. Hay tantas caras laterales como lados tenga el polígono de la base.

Las siguientes figuras son **prismas**:



- ▶ Si la base es un polígono regular, el prisma se llama **prisma regular**.
- ▶ Si las aristas laterales son perpendiculares a la base, se llama **prisma recto**. Por ejemplo, la Torre del Oro de Sevilla es un prisma recto cuya base es un polígono de doce lados.

En un **prisma regular recto** distinguimos los siguientes **elementos**:



► **Para saber más:**

1. Genera un prisma

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/prismas.htm

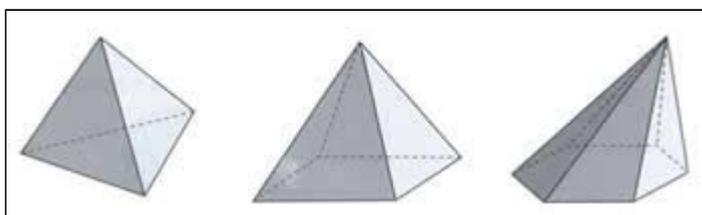
2. Diferencia los distintos tipos de prismas

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/diferentes_prismas.htm

Pirámides

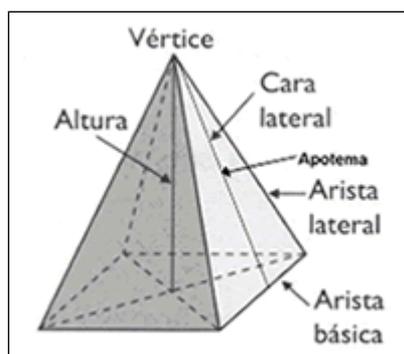
Son poliedros que apoyados en su **base** terminan en un **vértice**. Por tanto, sus **caras laterales** son triángulos, y son prismas que sólo tienen una base.

Las siguientes figuras son **pirámides**:



- Si la base es un polígono regular, la pirámide se llama **pirámide regular**.
- Si la línea que une el vértice con el centro del polígono de la base coincide con la altura de la pirámide, se llama **pirámide recta**.

En una **pirámide regular recta** distinguimos los siguientes elementos:



Nosotros vamos a estudiar las pirámides y los prismas que sean **regulares y rectos**.

▶ **Para saber más:**

1. Genera una pirámide

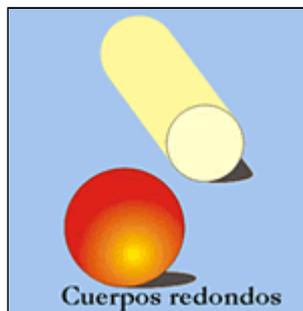
http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/piramides.htm

Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

Cuerpos redondos

Los **cuerpos redondos** se forman al girar una cierta figura alrededor de una recta llamada eje. Los más sencillos son el cilindro, el cono y la esfera.



▶ **Para saber más:**

1. Modelos de papel de cuerpos redondos y poliedros

<http://www.korthalsaltes.com/index.html>

2. Diferencia entre poliedros y cuerpos redondos

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/polie_redon.htm

3. Animaciones de cuerpos redondos

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/redondos.htm

Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

El cilindro

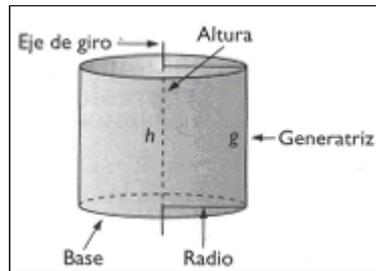
Es el cuerpo que se forma al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados.

Sus **elementos**:

- ▶ eje de giro
- ▶ generatriz
- ▶ altura
- ▶ radio

La altura y la generatriz tienen la misma longitud. Este cilindro se llama recto para diferenciarlo de otros

en los que la generatriz no es perpendicular al círculo de la base.



► **Para saber más:**

1. Genera un cilindro

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/cilindros.htm

Área de Matemáticas - Módulo III

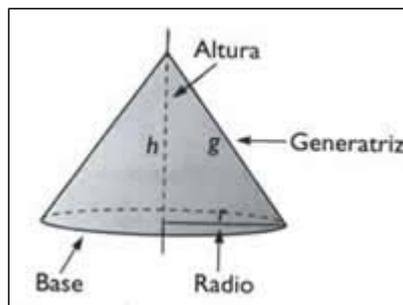
Cuerpos geométricos

El cono

Es el cuerpo generado al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.

Sus **elementos** son:

- eje de giro
- generatriz, que es la hipotenusa del triángulo
- altura
- radio, que es el otro cateto



► **Para saber más:**

1. Genera un cono

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/conos.htm

Área de Matemáticas - Módulo III

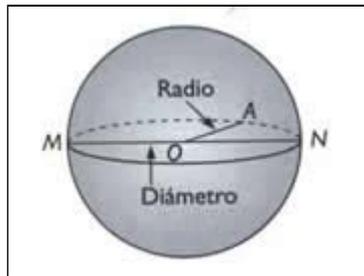
Cuerpos geométricos

La esfera

Es el cuerpo generado al girar un círculo alrededor de un diámetro.

Sus **elementos** son:

- ▶ radio
- ▶ diámetro, que es el doble del radio



▶ Para saber más:

1. Genera una esfera

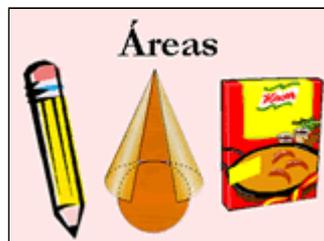
http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Cuerpos_d3/esferas.htm

Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

Desarrollo y áreas

¿Qué cantidad de madera se necesita para realizar este lapicero? ¿Qué cantidad de cartulina se gastará para construir este cucurucho con su tapadera circular? ¿Qué cantidad de cartón se precisa para la elaboración de este recipiente? Con estas preguntas lo que estamos en realidad planteando es: ¿qué superficie ocupa cada objeto?



▶ Para saber más:

1. Consulta el desarrollo de cada cuerpo geométrico

<http://www.cs.mcgill.ca/~sqrt/unfold/unfolding.html>

2. Más modelos de poliedros

<http://www.amejor.com/mates/poliedros/descripcion.htm>

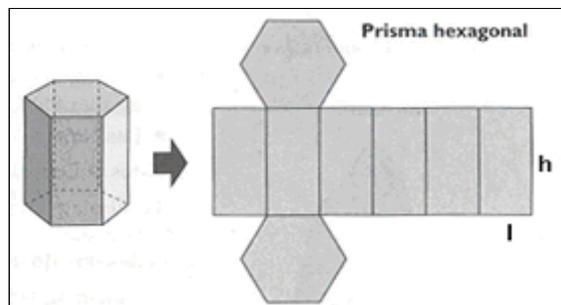
[versión en caché]

Cuerpos geométricos

Desarrollo y área de los prismas

Si en un prisma separamos las dos bases y dividimos la figura cortando por una arista lateral, al desplegarlo obtenemos una figura plana, que se llama **desarrollo del prisma**.

Esta figura está formada por dos **polígonos regulares** iguales y tantos **rectángulos** iguales como lados tenga el polígono de la **base**. Dichos rectángulos tienen por base el lado del polígono de la base, y por altura la altura del prisma.



El área lateral del **prisma hexagonal** es la suma de seis rectángulos por tanto:

$$\text{Área}_{\text{lateral}} = 6 \cdot l \cdot h$$

Pero como $6 \cdot l$ es el **perímetro del hexágono** tendremos:

$$\text{Área}_{\text{lateral}} = p \cdot h$$

Y el área total será el área lateral más el área de las dos bases, que son iguales. Por tanto:

$$\text{Área}_{\text{Total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + 2 \cdot \text{Área}_{\text{base}}$$

► **Para saber más:**

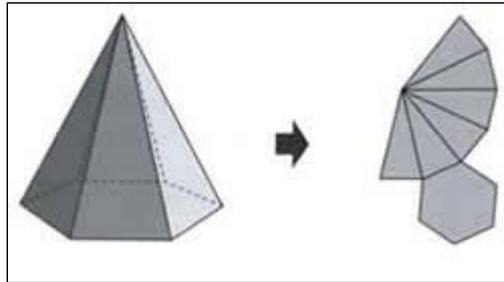
1. En la siguiente página encontrarás escenas donde calcular las áreas laterales y totales de los prismas

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Áreas_2eso_d3/areascg_3.htm

Desarrollo y área de las pirámides

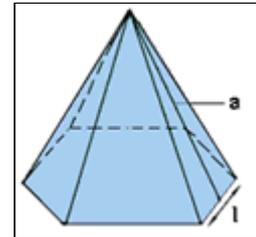
Si en una **pirámide** separamos la base y dividimos la figura cortando por una arista lateral, al desplegarlo obtenemos una figura plana, que se llama **desarrollo de la pirámide**.

Esta figura está formada por un **polígono regular** y por **tantos triángulos isósceles** como lados tenga el polígono de la **base**. Dichos triángulos tienen por base el lado de la base del polígono de la base, y los lados iguales son las aristas laterales de la pirámide. La altura de dicho triángulo es la **apotema de la pirámide**.



El **área lateral** de la **pirámide hexagonal** es la suma de seis triángulos que tienen por base el lado del polígono, y por altura la apotema de la pirámide, así es que:

$$\text{Área}_{\text{lateral}} = 6 \cdot \text{Área}_{\text{triángulo}} = 6 \cdot \frac{l \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot l \cdot a}{2}$$



Como $6 \cdot l$ es el perímetro del hexágono tendremos:

$$\text{Área}_{\text{lateral}} = \frac{P_{\text{base}} \cdot \text{apotema}}{2}$$

Y el área total será el área lateral más el área de la base:

$$\text{Área}_{\text{total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + \text{Área}_{\text{base}}$$

► Para saber más:

1. En la siguiente página encontrarás escenas donde calcular las áreas laterales y totales de las pirámides

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Áreas_2eso_d3/areascg_5.htm

2. Construyendo una pirámide

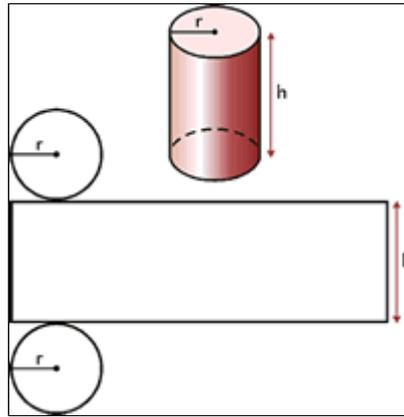
<http://mathforum.org/alejandre/mathfair/pyramid2spanish.html>

[versión en caché]

Desarrollo y área de los cuerpos redondos

Si en un cilindro separamos las dos bases y dividimos la figura cortando por una generatriz, al

desplegarlo obtenemos una figura plana, que se llama **desarrollo del cilindro**.



En la descomposición del cilindro se aprecia que su parte lateral es un rectángulo cuya base es igual al perímetro del círculo $2 \cdot \pi \cdot r$ y cuya altura h es la del cilindro. Por tanto, el área lateral será:

$$\text{Área}_{\text{lateral}} = \text{Área}_{\text{base}} \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Para el área total tendremos:

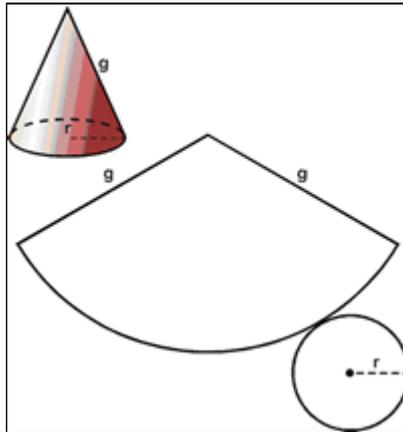
$$\text{Área}_{\text{total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + 2 \cdot \text{Área}_{\text{base}}$$

El área de la base, al ser un círculo, será $\pi \cdot r^2$, y como tenemos dos bases, habrá que multiplicar por dos. El área total será la suma del área lateral más dos áreas de la base. Por tanto, su superficie será:

$$\text{Área}_{\text{total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + 2 \cdot \text{Área}_{\text{base}} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$$

Igualmente, si separamos la base de un **cono** y dividimos la figura cortando por una generatriz, al desplegarlo obtenemos una figura plana que se llama **desarrollo del cono**.

Esta figura está formada por un sector circular de radio la generatriz g , y de longitud del arco igual a la longitud de la circunferencia de la base: $2 \cdot \pi \cdot r$, como indica la figura.



El desarrollo lateral de un cono recto es un sector circular de radio la generatriz. La longitud de la circunferencia completa de este sector es $2 \cdot \pi \cdot g$. Para averiguar el área A de este sector tenemos que realizar las operaciones siguientes derivadas de una simple regla de tres:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Superficie} \rightarrow \text{Área} \\ 2 \cdot \pi \cdot g \rightarrow \pi \cdot g^2 \\ 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow A \end{array} \right\} \rightarrow \text{Área}_{\text{lateral}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot r \cdot g^2}{2 \cdot \pi \cdot g} = \pi \cdot r \cdot g$$

Luego, el área total será la suma del área lateral y la de la base que, al ser un círculo, será $\pi \cdot r^2$.

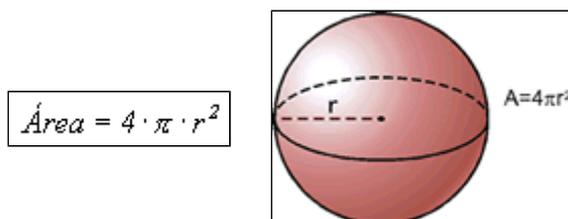
Por tanto, su superficie resulta:

$$\text{Área}_{\text{lateral}} = \text{Área sector circular} = \pi \cdot r \cdot g$$

$$\text{Área}_{\text{total}} = \text{Área}_{\text{base}} + \text{Área}_{\text{lateral}} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot r \cdot (r + g)$$

En el caso de la **esfera** no es posible transformarla en una figura plana. Es decir **no tiene desarrollo**.

Se puede comprobar, aunque no lo haremos en este nivel, que el área de una esfera es:



Para saber más:

1. Calcula el área del cilindro

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Areas_2eso_d3/areascg_4.htm

2. Calcula el área del cono

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Areas_2eso_d3/areascg_6.htm

Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

Volúmenes

Todo a nuestro alrededor está compuesto por cuerpos con volumen, es decir, que ocupan un espacio. Para saber el lugar que ocupan se utiliza la fórmula del volumen.

▶ **Para saber más:**

1. Compendio de fórmulas de volúmenes de los cuerpos geométricos más importantes

<http://www.escolar.com/geometr/14calvol.htm> [versión en caché]

Área de Matemáticas - Módulo III

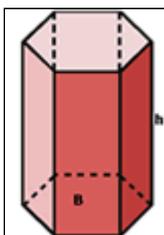
Cuerpos geométricos

Volumen de un prisma

El volumen de un prisma será:

$$\text{Volumen} = \text{Área}_{\text{base}} \cdot \text{altura}$$

Esto es válido para cualquier prisma, sea recto o no, como comprobó **Cavalieri**, matemático italiano del siglo XVII.



▶ **Para saber más:**

1. Consulta el vídeo del volumen de un paralelepípedo en esta página:

http://www.educared.cl/e5_prismas.htm

2. Calcula el volumen de un ortoedro y de un prisma en las escenas de esta página:

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Volumenes_d3/VOLUMENES_2.htm

Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

Volumen de una pirámide

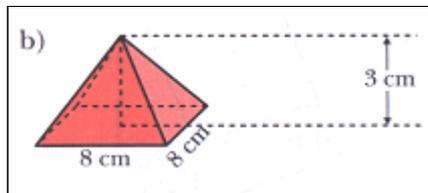
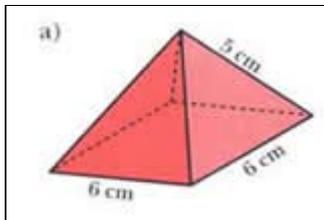
Si construimos una **pirámide** que tenga igual base que un prisma y la misma altura y la llenamos de agua, tendremos que verter tres pirámides para poder llenar el prisma. Esto nos indica que el volumen

de una pirámide es $\frac{1}{3}$ del volumen de un prisma. Por tanto,

$$\text{Volumen}_{\text{pirámide}} = \frac{1}{3} \cdot \text{Volumen}_{\text{prisma}} = \frac{1}{3} \cdot \text{Área}_{\text{base}} \cdot h$$

Ejercicio 1:

- Calcula el área lateral, total y volumen de estas pirámides

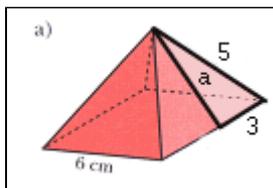


Solución:

- Calcularemos primero la apotema de la cara lateral de la pirámide y su altura.

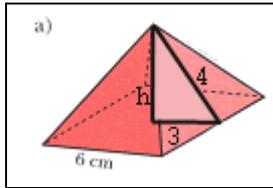
En primer lugar, dibujamos la apotema de una cara y aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = \sqrt{16} = 4$$



En segundo lugar, consideramos el triángulo rectángulo formado por la apotema de la pirámide, la altura y la recta que va desde el centro del cuadrado base al punto medio del lado, y aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$h^2 = 4^2 - 3^2 \Rightarrow h^2 = 7 \Rightarrow h = \sqrt{7} = 2,65$$



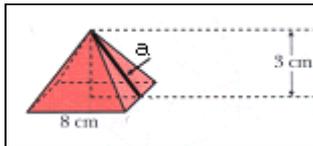
Aplicamos las fórmulas:

$$\text{Área lateral} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 4 = 48 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 48 + 6^2 = 84 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 2,65 = 31,8 \text{ cm}^3$$

- Calcularemos primero la apotema. Para ello dibujamos el triángulo rectángulo formado por la altura, la recta que va desde el centro del cuadrado a la mitad del lado y la apotema de la pirámide:



Y aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = \sqrt{25} = 5$$

Aplicamos las fórmulas:

$$\text{Área lateral} = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 5 = 80 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 80 + 8^2 = 144 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 3 = 64 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 2:

- Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un prisma recto cuya base es un cuadrado de 6 cm de lado y la arista lateral mide 15 cm.

Solución:

Aplicamos las fórmulas:

$$\text{Área lateral} = 4 \cdot 6 \cdot 15 = 360 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 360 + 2 \cdot 6^2 = 432 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = 6^2 \cdot 15 = 540 \text{ cm}^3$$

▶ Para saber más:

1. Consulta el vídeo del volumen de una pirámide que contiene esta página:

http://www.educared.cl/e5_piramides.htm

2. Observa la relación entre ambos los volúmenes de pirámide y prisma en la primera escena de esta página

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Volumenes_d3/VOLUMENES_4.htm

Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

Volumen de un cilindro

Construimos un prisma rectangular y un cilindro de forma que los dos tengan la misma altura y tenga sus bases con la misma área. Si llenamos de agua uno de ellos podemos comprobar que en ambos cabe la misma cantidad de agua, es decir, tienen el mismo volumen.

Por tanto, el volumen de un cilindro será el área de la base por la altura, igual que el del prisma, y como la base es un círculo, obtenemos:

$$\text{Volumen}_{\text{cilindro}} = \underbrace{\pi \cdot r^2}_{\text{área del círculo}} \cdot h$$

Área de Matemáticas - Módulo III

Cuerpos geométricos

Volumen del cono

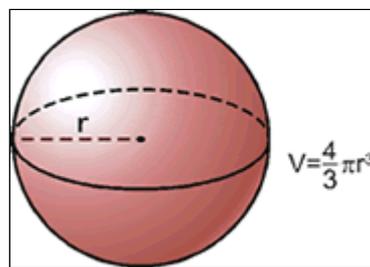
Si construimos un cono que tenga la misma base y la misma altura que un cilindro y lo llenamos de agua, podemos comprobar que tenemos que verter tres conos para llenar el cilindro (ocurre algo similar a la relación entre pirámide y prisma). Esto nos indica que el volumen del cono es $\frac{1}{3}$ del volumen del cilindro. Por lo tanto,

$$\text{Volumen}_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Cuerpos geométricos

Volumen de la esfera

Construimos una esfera y la partimos por la mitad (por ejemplo, una pelota). Después construimos un cilindro que tenga de altura el diámetro de la esfera, y de radio el radio de la esfera. Así, podemos comprobar que si llenamos la semiesfera de agua tendremos que verter tres semiesferas para poder llenar el cilindro. Esto significa que el volumen de una semiesfera es $\frac{1}{3}$ del volumen del cilindro. Por tanto, el volumen de la esfera es $\frac{2}{3}$ del volumen del cilindro.

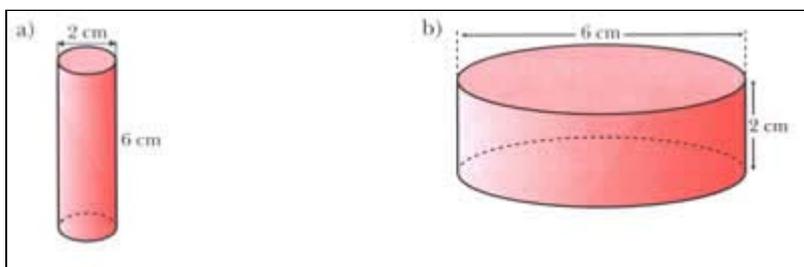


$$\text{Volumen}_{\text{esfera}} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{2}{3} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Ejercicio 3

- ▶ **Calcula el área lateral, área total y volumen de estos cilindros**



Solución:

- ▶ Aplicamos las fórmulas:

$$\text{Área lateral} = 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 6 = 37,68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 37,68 + 2 \cdot 3,14 \cdot 1^2 = 43,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = 3,14 \cdot 1^2 \cdot 6 = 18,84 \text{ cm}^3$$

► Aplicamos las fórmulas:

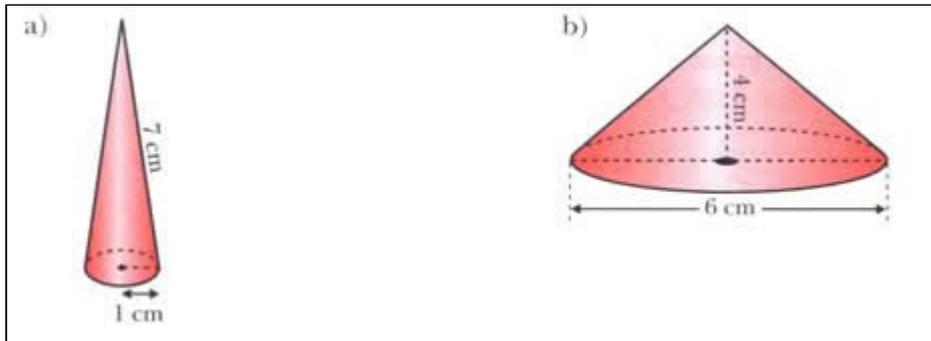
$$\text{Área lateral} = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 2 = 37,68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 37,68 + 2 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = 94,2 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 2 = 56,52 \text{ cm}^3$$

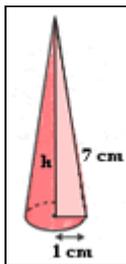
Ejercicio 4

► Calcula el área lateral, total y volumen de los conos:



Solución:

► Calculamos primero la altura del cono por el teorema de Pitágoras:



$$x^2 = 7^2 - 1^2 \Rightarrow x^2 = 48 \Rightarrow x = \sqrt{48} = 6,93$$

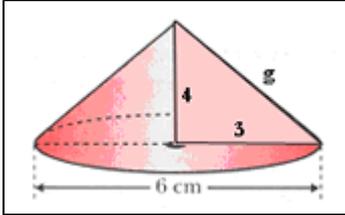
Y ahora, aplicamos las fórmulas:

$$\text{Área lateral} = 3,14 \cdot 1 \cdot 7 = 21,98 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 21,98 + 3,14 \cdot 1^2 = 25,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = 3,14 \cdot 1^2 \cdot 6,92 = 21,76 \text{ cm}^3$$

- Calculamos primero la generatriz del cono por el teorema de Pitágoras:



$$g^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow g^2 = 48 \Rightarrow g = \sqrt{25} = 5$$

Y aplicamos las fórmulas:

$$\text{Área lateral} = 3,14 \cdot 3 \cdot 5 = 47,1 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 47,1 + 3,14 \cdot 3^2 = 75,36 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 4 = 113,04 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 5

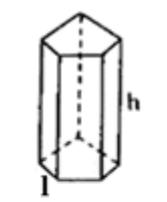
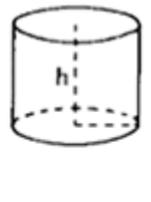
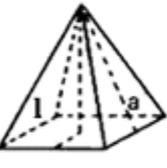
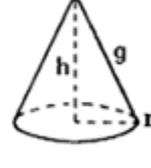
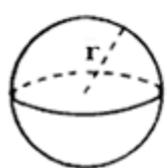
- **Calcula la superficie y el volumen de una pelota de 20 cm de diámetro.**

Solución:

Aplicamos la fórmula:

$$\text{Área} = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 = 1256 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 10^3 = 4186,67 \text{ cm}^3$$

	<p>Prisma recto</p> $\text{Área}_{\text{lateral}} = p \cdot h$ $\text{Área}_{\text{Total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + 2 \cdot \text{Área}_{\text{base}}$ $\text{Volumen} = \text{Área}_{\text{base}} \cdot \text{altura}$	<p>Cilindro</p> $\text{Área}_{\text{lateral}} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ $\text{Área}_{\text{Total}} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$ $\text{Volumen} = \pi \cdot r^2 \cdot h$	
	<p>Pirámide recta</p> $\text{Área}_{\text{lateral}} = \frac{p_{\text{base}} \cdot \text{apotema}}{2}$ $\text{Área}_{\text{Total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + \text{Área}_{\text{base}}$ $\text{Volumen} = \frac{1}{3} \cdot \text{Área}_{\text{base}} \cdot h$	<p>Cono</p> $\text{Área}_{\text{lateral}} = \pi \cdot r \cdot g$ $\text{Área}_{\text{Total}} = \pi \cdot r \cdot (r + g)$ $\text{Volumen} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$	
	<p>Esfera</p> $\text{Área} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ $\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$		