

## Introducción

---

Los fundamentos del cálculo de probabilidades surgen alrededor del año 1650, cuando sugerido por los juegos de dados, de cartas, del lanzamiento de una moneda, se planteó el debate de determinar la probabilidad de ganar la partida.

El caballero Mere escribe a Pascal en 1654 y le propone el siguiente problema:

*"Dos jugadores: Antonio y Bernardo, ponen sobre la mesa 10000 monedas cada uno. Un árbitro va a tirar un dado varias veces seguidas. Cada uno de los jugadores va a elegir un número entre el 1 y el 6. Antonio elige el 5 y Bernardo el 3. Se llevará las 20000 monedas aquel cuyo número salga primero tres veces. Resulta que después de unas cuantas tiradas el 5 ha salido dos veces y el 3 sólo ha salido una vez. En este momento Bernardo recibe un mensaje por el que debe abandonar necesariamente la partida. ¿Cómo repartir de modo justo y equitativo las 20000 monedas?"*

**Pascal** pensó mucho, escribió a su amigo Fermat y por diferentes caminos dieron ambos con la misma solución del problema y con un montón enorme de ideas: la Teoría de la Probabilidad había comenzado. Las obras más importantes a partir de entonces fueron debidas al suizo Jacob Bernoulli, con su "Ars conjectandi (1713) y más adelante al francés Pierre Simon de Laplace con su Teoría analítica de las probabilidades (1812).

A mediados del siglo XIX, un fraile agustino austríaco, **Gregor Mendel**, inició el estudio de la herencia, la Genética, con sus interesantes experimentos sobre el cruce de plantas de diferentes características. Su obra, *La matemática de la Herencia*, fue una de las primeras aplicaciones importantes de la Teoría de Probabilidad a las ciencias naturales.



## Experimentos aleatorios

---

Cuando lanzamos un dado no sabemos qué número va a salir; sin embargo, si lanzamos una piedra al aire estamos seguros de que caerá al suelo.

Es decir, en algunos experimentos podemos saber lo que va a ocurrir y en otros no.

1. A los experimentos en los cuales no sabemos lo que va a ocurrir se les llama **experimentos aleatorios**.
2. A los otros, aquellos en los que sí podemos decir lo que va a ocurrir, se les llama **experimentos deterministas**.

Un experimento es **aleatorio** si hay más de un resultado posible y no podemos decir con anterioridad lo que va a suceder. En este caso se dice que el resultado depende del **azar**.

### Ejemplos:

Todos los juegos de azar son experimentos aleatorios. Como ejemplos podemos poner:

Lanzar una moneda al aire podrá salir cara o cruz.

Sacar una bola de una urna que contiene bolas de distinto color, si no vemos su interior,

Obtener una carta de una baraja, etc...

Área de Matemáticas - Módulo IV

Probabilidad

## Espacio muestral

Al conjunto de todos los resultados que pueden obtenerse al realizar un experimento aleatorio se le llama **espacio muestral** y lo representaremos por **E**.

EXPERIMENTO	ESPACIO MUESTRAL
	$E = \{ C, X \}$ 2 resultados posibles
	$E = \{ 1, X, 2 \}$ 3 resultados posibles
	$E = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ 4 resultados posibles

### Ejemplos:

Consideremos los experimentos aleatorios siguientes:

Lanzar una moneda. Se puede obtener cara (que representamos por C) o cruz (que representamos por X). El espacio muestral es  $E = \{ C, X \}$

Lanzar un dado de quinielas. Se puede obtener 1, X, 2. El espacio muestral es  $E = \{ 1, X, 2 \}$

Lanzar un dado. Se puede obtener uno de los números 1, 2, 3, 4, 5 ó 6 y el espacio muestral es  $E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

Obtener una carta de una baraja.



Se puede obtener as, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, sota, caballo o rey,

de cada uno de los cuatro palos oros, copas, espadas y bastos. Es decir el espacio muestral estaría formado por 40 elementos que se corresponden con las cuarenta cartas de la baraja.

Girar la flecha de la rueda como la de la imagen.

Se puede obtener 1, 2, 3 y 4. El espacio muestral es  $E = \{1, 2, 3, 4\}$

Si lanzamos dos monedas el espacio muestral estaría formado por los posibles resultados de cara (C) o cruz (X) de cada una de las dos monedas y sería

$E = \{(C,C); (C,X); (X,C); (X,X)\}$ , es decir por cuatro elementos

### ▶ Para saber más

#### Espacio Muestral

Conoce algunos ejemplos y haz algunos ejercicios de espacios muestrales

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/28/1.html>

Área de Matemáticas - Módulo IV

Probabilidad

## Sucesos

En el experimento que consiste en lanzar un dado con las caras numeradas del 1 al 6, el espacio muestral será:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Consideramos ahora algunos subconjuntos de él, por ejemplo:

1. Salir par =  $\{2, 4, 6\}$



2. Salir impar =  $\{1, 3, 5\}$



A los subconjuntos del espacio muestral se les llama **sucesos**.

En todo experimento hay algunos sucesos destacados que reciben un nombre particular. Por ejemplo, si de una baraja nos quedamos sólo con los oros y extraemos una carta:

1. Es imposible que salga copas . A este suceso se le denomina: **Suceso Imposible**



2. Es seguro que salga oros. A este suceso se le denomina: **Suceso Seguro**



3. Si sacamos una carta de la baraja completa, ¿puede ser a la vez oro y copas?. No, porque no hay una carta de dos palos a la vez. En este caso hablaremos de: **Sucesos incompatibles**



4. e. Si sacamos una carta de toda la baraja, ¿puede ser que salga espadas y rey a la vez? Sí, porque cuando sacamos una carta puede ser de cualquier palo y de cualquier valor. A estos sucesos se les denomina: **Sucesos compatibles**



## Ejemplos

Veamos otros ejemplos de sucesos en el experimento de lanzar un dado al aire, cuyo espacio muestral es  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . A cada suceso o subconjunto del espacio muestral lo vamos a nombrar indistintamente con letras mayúsculas que no coincida con la letra E.

Si queremos representar el suceso de obtener un número menor que 3. Lo representamos por:  $A = \{1,2\}$ ,

Si queremos representar el suceso de obtener un 6. Lo representamos por:  $C = \{6\}$ . En este caso a este suceso se le denomina **suceso elemental** porque consta de un solo elemento del espacio muestral. Un suceso que no es elemental, es decir que tiene más de un elemento, se **denomina suceso compuesto**.

El suceso de obtener un número primo sería  $B = \{1,2,3,5\}$

Al suceso de obtener un número menor que 9, se le denomina **suceso seguro** porque al tirar un dado al aire, seguro que ocurre que nos salga un número menor que 9.

En este caso el suceso  $A = \{\text{obtener un número menor que 9}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = E$ . Los **sucesos seguros** coinciden con el espacio muestral.

Al suceso de obtener un número mayor que 19 se le denomina **suceso imposible**, porque al tirar un dado al aire nunca ocurrirá que nos salga un número mayor que 19.

En este caso el suceso  $D = \{\text{Obtener un número mayor que 19}\} = \{\}$ . Los **sucesos imposibles** no contienen elementos y lo representamos por el

símbolo del conjunto vacío.

Un ejemplo de dos sucesos incompatibles sería:

A = {Obtener número múltiplo de 3} = {3,6}

B = {Obtener número menor que 3} = {2, 6}

Estos sucesos no se pueden cumplir simultáneamente si tiramos un dado al aire, no tienen elementos comunes. Por eso se denominan sucesos incompatibles.

Un ejemplo de dos sucesos compatibles sería: .

A = {Obtener un número par} = {2,4,6}

B = {Obtener un múltiplo de 3} = {3, 6}

Los dos sucesos pueden ocurrir simultáneamente si al tirar un dado sale el número 6. Por tanto se denominan sucesos compatibles.

### ▶ Para saber más

#### Sucesos

Visita la segunda parte de esta página donde hablan de los sucesos compatibles e incompatibles.

[http://descartes.cnice.mecd.es/3\\_eso/Azar\\_y\\_probabilidad/azar\\_probabilidad\\_3.htm](http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Azar_y_probabilidad/azar_probabilidad_3.htm)

---

Área de Matemáticas - Módulo IV

Probabilidad

## Sucesos equiprobables

---

Hay experimentos aleatorios en los cuales los sucesos elementales tienen la misma posibilidad de salir, por ejemplo lanzar una moneda, lanzar un dado, etc. Otros, como por ejemplo, que en Badajoz llueva un día del mes de agosto, o un día del mes de abril, no tienen la misma probabilidad de ocurrir (parece más probable que llueva en abril a que lo haga en pleno verano).

Definición:

A los sucesos elementales de un espacio muestral que tienen la misma probabilidad de ocurrir se les denomina sucesos equiprobables.

En una tómbola hay mil papeletas, Juan ha comprado 1 papeleta y Ana ha comprado 4 papeletas. ¿Qué probabilidad de ganar tiene cada uno?

Todas las papeletas tienen la misma oportunidad de ganar, por lo tanto, es un **experimento aleatorio equiprobable**.

Como todos los números vendidos son equiprobables, y Juan tiene una papeleta de las 1000 vendidas, decimos que:

- ▶ Juan tiene 1 oportunidad entre 1000:

$$\text{probabilidad de Juan} = \frac{1}{1000}$$

- ▶ Ana tiene 4 oportunidades entre 1000:

$$\text{probabilidad de Ana} = \frac{4}{1000}$$

▶ Para saber más

Sucesos equiprobables

[http://descartes.cnice.mecd.es/3\\_eso/Azar\\_y\\_probabilidad/azar\\_probabilidad\\_1.htm](http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Azar_y_probabilidad/azar_probabilidad_1.htm)

Área de Matemáticas - Módulo IV

Probabilidad

## Probabilidad de un suceso. Regla de Laplace

La probabilidad de un suceso A, se representa por P(A) y se entiende como la posibilidad de que ocurra dicho suceso.

Laplace encontró la ley que determina la probabilidad de que ocurra un suceso en un experimento equiprobable.

### Ejemplos

La probabilidad de obtener un **número par** al lanzar un dado es:

Casos posibles = E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, es decir 6 casos

Casos favorables = {2, 4, 6}, es decir 3 casos

$$\frac{\text{n}^\circ \text{ casos favorables}}{\text{n}^\circ \text{ casos posibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

P(sacar par) =

La probabilidad de obtener **dos caras** al lanzar dos monedas es:

Casos posibles = E = {(C,C); (C,X); (X,C); (X,C)}, es decir 4 casos

Casos favorables = {(C,C)}, es decir 1 caso

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

P(dos caras) =

La probabilidad de sacar una **bola blanca** de una urna que contiene 2 bolas negras y 3 blancas es:

Casos posibles = {bola negra, bola negra, bola blanca, bola blanca, bola blanca}, es decir 5 casos

Casos favorables = {bola blanca, bola blanca, bola blanca}, es decir 3 casos

$$\frac{3}{5} = 0,6$$

P(bola blanca) =

Si decimos a un amigo que escriba un número del 1 al 10 y, sin verlo, **decimos un número**. La probabilidad de acertar es:

Casos posibles = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, es decir 10 casos.

Casos favorables = {el número que escribe el amigo}, es decir 1 caso

$$P(\text{acertar}) = \frac{1}{10} = 0,1$$

▶ Para saber más

Azar y Probabilidad

En esta página encontrarás múltiples actividades para realizar en torno a los conceptos azar y

probabilidad. Escribe al foro comentando las soluciones que has obtenido y cómo las has conseguido.

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/36/matematicas-36.html>

**Regla de Laplace y probabilidades con los dados**

[http://descartes.cnice.mecd.es/3\\_eso/Azar\\_y\\_probabilidad/azar\\_probabilidad\\_3.htm](http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Azar_y_probabilidad/azar_probabilidad_3.htm)