

LÓGICA FORMAL I

La forma lógica

Entendemos por '*forma*' el código en que se transmiten los mensajes que comunican información; esa información es el contenido del mensaje.

La forma puede ser estética, aprovechando la polisemia o ambigüedad del lenguaje para expresar valores e ideales que deben realizarse en un futuro incierto: la *forma estética* se basa en la metáfora y la metonimia, figuras poéticas que representan los mecanismos del inconsciente, desplazamiento y condensación.

La *forma lógica* en cambio representa el código del lenguaje consciente que utilizamos en el razonamiento; es decir, el lenguaje que representa el mundo natural en el que vivimos conscientemente y que se nos ofrece a través de la experiencia colectiva de la humanidad.

Según la teoría generativo-transformacional de Noam Chomski, todas las lenguas tienen una estructura gramatical idéntica, que está fundada en los universales lingüísticos. La lógica pretende captar esas estructuras básicas del lenguaje, que forman la esencia del razonamiento humano.

El lenguaje bien hecho

El lenguaje cotidiano es muy ambiguo –mezcla la forma estética y la forma lógica-, de ahí su riqueza y flexibilidad; pero no sirve para construir la ciencia, que necesita un lenguaje claro y preciso. La lógica pretende crear un código de comunicación, que evite los equívocos y la pérdida de información producida en la transmisión de conocimiento.

La lógica formal es una ciencia fundada a principios del s.XX por Whitehead y Russell, que escribieron *Principia mathematica* publicado en 1900. Hizo posible la computación y la informática, a partir de las propiedades lógicas de los circuitos eléctricos.

Semiótica

El lenguaje es el principal instrumento de la comunicación humana; utiliza signos para nombrar los hechos: las palabras son signos lingüísticos; están compuestas por fonemas.

Semiótica. Es el estudio de los signos. Se divide en tres partes:

Sintaxis: estudia cómo se relacionan los signos entre sí, el código lingüístico.

Semántica: estudia la relación de los signos con los objetos que significan.

Pragmática: estudia cómo el contexto determina el significado de los signos.

La *lógica formal* parte de la sintaxis gramatical del lenguaje, apoyándose en la semántica. La *lógica informal* estudia los argumentos que se emplean en la comunicación para expresar razones o convencer a los que participan del diálogo; por tanto la lógica informal parte del contexto de emisión de un mensaje, la pragmática.

La *referencia* es la relación de un signo con su significado. Un signo es *polívoco* cuando su referencia es múltiple, significa varias cosas a la vez. Es *unívoco* cuando su referencia está bien establecida. Para construir signos unívocos utilizamos la definición.

La *definición* puede ser *intensa*, cuando establecemos las características esenciales de un objeto. Por ejemplo, Aristóteles decía que la definición consistía en exponer el género próximo y la diferencia específica (la definición de las especies vivas). La definición es *extensa* cuando se nombran y enumeran todos los objetos que caen bajo un concepto (ejemplo, la definición de un conjunto mediante el diagrama de Venn)

Lógica de enunciados.

Un *enunciado* o proposición es una oración que representa un hecho.

Formalización: simbolizamos un enunciado por una letra minúscula a partir de la p, q, r, ... Por tanto una fórmula simple de nuestro sistema lógico es una letra.

Los enunciados se relacionan entre sí a través de las conjunciones, que en el sistema lógico se llaman *conectores*.

Los *conectores* son signos que simbolizan conjunciones; se llaman *diádicos* cuando relacionan dos letras; los conectores diádicos más importantes son:

Conjunción \wedge representa la conjunción copulativa ‘y’ y sus equivalentes.

Disyunción \vee representa la conjunción disyuntiva ‘o’ y sus equivalentes.

Condiciona \rightarrow representa la conjunción condicional ‘si... entonces’ y sus equivalentes.

Bicondiciona \leftrightarrow representa la equivalencia como la conjunción ‘si y solamente si’

El *condiciona* se llama también *implicación* y representa la relación causal entre los hechos de experiencia. El hecho que expresa la condición ‘si’ se llama causa y se representa delante de la flecha; es el antecedente; el hecho que aparece con la conjunción ‘entonces’ se llama efecto y se representa después de la flecha; es el consecuente. El *bicondiciona* se llama también *coimplicación* y *equivalencia*.

También hay un conector *monádico* que se aplica a un solo enunciado; es la *negación* \neg , se representa delante de la letra mediante una raya delante con un trazo vertical. Se llama fórmula compuesta a la combinación de letras y conectores.

Formalizar el lenguaje consiste en transformar las oraciones en fórmulas lógicas. Para formalizar se utilizan también signos de puntuación: los paréntesis. Utilizamos los paréntesis para saber de qué manera los conectores unen a los enunciados.

No es lo mismo decir ‘si llueve y hace sol, entonces sale el arco iris’ que ‘si llueve, entonces hace sol y sale el arco iris’.

El sistema axiomático

La lógica de enunciados tiene dos aspectos:

1. el *sistema axiomático* es un conjunto de fórmulas lógicas relacionadas entre sí por reglas de deducción. Se dividen en dos clases:
 - a) los axiomas no son demostrables, pero sirven de fundamento a toda demostración (en la lógica clásica de Aristóteles los axiomas son verdaderos porque son evidentes, y había tres axiomas fundamentales: identidad, no contradicción y tercero excluido);
 - b) los teoremas se obtienen a partir de los axiomas por deducción: podemos deducir los teoremas a partir de los axiomas utilizando ciertas reglas lógicas (la verdad de los teoremas deriva de la verdad de los axiomas). Ejemplo clásico de sistema axiomático es la *Geometría* de Euclides.

2. las *reglas de la deducción natural* son un conjunto de fórmulas que nos permiten sacar conclusiones a partir de otros enunciados llamados premisas. Demostrar un argumento es exponer cómo se deduce una conclusión a partir de las condiciones dadas por las premisas.

Verdad y validez

Un enunciado es verdadero cuando representa adecuadamente la realidad que observamos mediante los sentidos. La *verdad* es una propiedad de la referencia, por tanto es semántica.

La *validez* es una propiedad sintáctica de los signos del lenguaje. Se llama una ‘fórmula bien formada’ cuando está bien construida sintácticamente.

Un razonamiento es válido cuando está bien construido desde el punto de vista lógico, lo que significa que puede obtenerse con las reglas de la deducción natural.

Una lógica bivalente es aquella en la que un enunciado simple tiene dos valores de verdad (verdadero y falso). El valor de verdad de un enunciado compuesto depende del valor de verdad de los enunciados simples y de los conectores que los unen.

Una lógica trivalente tiene tres valores de verdad (verdadero, falso e indeterminado). Puede haber lógicas con más valores de verdad.

La *tabla de verdad* es un algoritmo que sirve para establecer los valores de verdad de un enunciado compuesto a partir de los valores de los enunciados simples. Para ello hay que estudiar cómo los conectores modifican el valor de los enunciados compuestos.

-la negación invierte el valor de verdad de un enunciado

-la conjunción es verdadera sólo cuando los dos enunciados son verdaderos

-la disyunción es falsa sólo cuando los dos enunciados son falsos

-la implicación es falsa sólo cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso.

-la bicondicional o equivalencia es verdadera cuando los valores de los enunciados son iguales y falsa cuando los valores son distintos.

Tipos de enunciados

Un enunciado se llama *tautología* cuando todos sus valores son verdaderos.

Una tautología representa un razonamiento válido o correcto.

Por tanto, el sistema axiomático es un conjunto de tautologías.

Se llama *contradicción* cuando todos los valores de un enunciado son falsos: en lógica bivalente se entiende que la contradicción es siempre falsa.

Un enunciado es *indeterminado* cuando en su tabla de verdad tiene al mismo tiempo valores de verdadero y falso.

Los enunciados indeterminados representan la realidad del mundo sensible y son *posibles* –pertenecen a la categoría modal de *posibilidad* o *contingencia*-.

Las tautologías representan los razonamientos correctos y son *necesarios* -categoría modal de *necesidad*-.

Las contradicciones representan las situaciones imposibles –categoría modal de *imposibilidad*–.

También puede construirse una lógica trivalente en la que las contradicciones no sean completamente falsas o en la que no se utilice el axioma de tercero excluido; en este tipo de lógica la contingencia no equivale a la posibilidad –que viene dada por la indeterminación y no por la combinación de valores que es la contingencia–.