

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

Ejercicios de descomposición de números en factores primos: FACTORIZACIÓN:

1540	2
770	2
385	5
77	7
11	11
1	1
1	

26000	2
13000	2
6500	2
3250	2
1625	5
325	5
65	5
13	13
1	1
1	

$1540 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1$

$26000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 1 = 2^4 \cdot 5^3 \cdot 13 \cdot 1$

748	2
374	2
187	11
17	17
1	1
1	

6435	3
2145	3
715	5
143	11
13	13
1	1
1	

$748 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 1 = 2^2 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 1$

$6435 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 1 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 1$

1764	2
882	2
441	3
147	3
49	7
7	7
1	1
1	

1815	3
605	5
121	11
11	11
1	1
1	

$1764 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 1$

$1815 = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 1 = 3 \cdot 5 \cdot 11^2 \cdot 1$

5635	5
1127	7
161	7
23	23
1	1
1	

1331	11
121	11
11	11
1	1
1	

$5635 = 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 23 \cdot 1 = 5 \cdot 7^2 \cdot 23 \cdot 1$

$1331 = 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 1 = 11^3 \cdot 1$

75600	2
37800	2
18900	2
9450	2
4725	3
1575	3
525	3
175	5
35	5
7	7
1	1
1	

68607	3
22869	3
7623	3
2541	3
847	7
121	11
11	11
1	1
1	

$75600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 1$

$68607 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 1 = 3^4 \cdot 7 \cdot 11^2 \cdot 1$

2145	3
715	5
143	11
13	13
1	1
1	

2197	13
169	13
13	13
1	1
1	

$2145 = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 1$

$2197 = 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 1 = 13^3 \cdot 1$

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

Soluciones a los ejercicios 1, 3, 5, 11 y 19 de la columna izquierda de la página 81.

Máximo común divisor (m.c.d.) y mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números .

Llamamos **máximo común divisor** (m. c. d.) **de dos o más números al mayor número que es divisor común** (repe) **de ellos.**

Llamamos **mínimo común múltiplo** (m. c. m.) **de dos o más números al menor de los números que es múltiplo común** (repe) **de ellos.**

El **cálculo del m.c.d. y el m.c.m.** lo podemos hacer de dos formas:

- a) **Desarrollando todos sus divisores y múltiplos.** Esta forma nos servirá mucho para comprender mejor los conceptos, pero no la utilizaremos más adelante, pues es muy larga en números pequeños, así que con números mayores...
- b) **Por factorización**, es decir, descomponiéndolos en factores primos. Ésta es la que usaremos de forma habitual.

Veamos algunos ejemplos:

Hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números que se indican. Haremos los tres primeros de las dos formas y otros cuatro sólo de la forma b), por factorización.

1.- De los números 35 y 50.

a) Desarrollando sus divisores y múltiplos.

D (35) → 1, 5, 7 y 35.

D (50) → 1, 2, 5, 10, 25 y 50.

El 5 es el mayor divisor “repe” de ambos números. Luego:

$$\text{m. c. d. (35 y 50)} = 5$$

M (35) → 35, 70, 105, 140, 175, 210, 245, 280, 315, **350**, 385, 420, 455, 490, 525, 560, 595, 630, 665, **700**, 735, 770, ...

M (50) → 50, 100, 150, 200, 250, 300, **350**, 400, 450, 500, 550, 600, 650, **700**, 750, 800, ...

El **350** es el menor múltiplo “repe” de ambos números. El siguiente es 700, etc. Luego:

$$\text{m. c. m. (35 y 50)} = 350$$

b) Por factorización. Para realizar este método, debes seguir los siguientes pasos:

- 1º Hacer las barras de los números dados, poniendo los resultados en forma de potencia.

- 2º Para hallar el m. c. d. se cogen los factores primos que sean comunes (repes) a todos los números dados y que estén elevados al menor exponente.
- 3º Para hallar el m. c. m. se cogen todos los factores primos distintos que haya entre las descomposiciones de todos los números, y de los que estén “repes” se eligen sólo a los que tengan el mayor exponente.

35	5	50	2
7	7	25	5
1	1	5	5
1		1	1
			1

$$\left[\begin{array}{l} 35 = 5 \cdot 7 \\ 50 = 2 \cdot 5^2 \end{array} \right] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{m. c. d.} = 5 \\ \text{m. c. m.} = 2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 350 \end{array} \right\}$$

Veamos la explicación de lo hecho.

Para el m.c.d. cogemos sólo el factor “5”, que es el común (repe). Y elegimos el “5” y no “5²”, porque de los “repes” se cogen los de menor exponente.

Para el m.c.m. se cogen todos los factores primos distintos obtenidos, o sea, el “2”, el “5” y el “7”, estén o no estén “repes”. Dentro de ellos, de los “repes” se cogen los de mayor exponente.



3.- De los números 15, 12, 20 y 24.

a) Desarrollando sus divisores y múltiplos.

D (15) → 1, 3, 5 y 15.

D (12) → 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

D (20) → 1, 2, 4, 5, 10 y 20.

D (24) → 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Como ves, sólo hay un divisor común, el 1.

$$\text{m. c. d. (15, 12, 20 y 24)} = 1$$

M (15) → 1, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, **120**, 135, 150, 165, 180, 195, 210, 225, **240**, 255, 270, ...

M (12) → 1, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, **120**, 132, 144, 156, 168, 180, 192, 204, 216, 228, **240**, 252, ...

M (20) → 20, 40, 60, 80, 100, **120**, 140, 160, 180, 200, 220, **240**, 260, 280, ...

M (24) → 24, 48, 72, 96, **120**, 144, 168, 192, 216, **240**, 264, 288, ...

Si desarrollamos mucho los múltiplos, vemos que se van repitiendo algunos, en nuestro caso, se repiten el 120 y el 240, pero si seguimos se repetirían el 360, el 480, etc. Pero el **120** es el menor múltiplo “repe” de todos los números, luego:

$$\text{m. c. m. (15, 12, 20 y 24)} = 120$$

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

- 1.- Escribe la palabra múltiplo o divisor según corresponda:
 - a) El 4 es _____ de 24
 - b) El 25 es _____ de 5
 - c) El 25 es _____ de 100
 - d) El 21 es _____ de 21
 - e) El 1 es _____ de todos los números.
- 2.- Responde justificando las respuestas:
 - a) ¿Es 485 múltiplo de 5?
 - b) ¿Es 711 múltiplo de 6?
 - c) ¿Es 17 divisor de 401?
 - d) ¿Es 17 divisor de 408?
- 3.- Responde a los siguientes apartados:
 - a) Escribe los cinco primeros múltiplos de 12:
 - b) Busca todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 200 y 250:
 - c) Escribe el múltiplo más pequeño de 14:
- 4.- Encuentra:
 - a) Los divisores de 40:
 - b) Los divisores de 35
 - c) Los divisores de 47:
 - d) Los divisores de 48:
- 5.- Observa los siguientes números: 18, 43, 207, 49, 91, 37, 121.
 - a) Rodea con un círculo los números primos.
 - b) Expresa los compuestos como producto de dos factores.
- 6.- Utilizando los criterios de divisibilidad, escribe de cada uno de los números siguientes si es divisible por 2, divisible por 3, divisible por 5 y divisible por 10.
Los números son: 230, 435, 111, 312, 2325
- 7.- Calcula:
 - a) m.c.m. (18, 30) =
 - b) m.c.m. (48, 36) =
 - c) m.c.m. (15, 30) =
 - d) m.c.d. (18, 30) =
 - e) m.c.d. (48,36) =
 - f) m.c.d. (15, 30) =
- 8.- Responde a las preguntas y justifica tu respuesta:
 - a) ¿Cuál de estos números es múltiplo de 3? Explica por qué. Los números son: 20, 15, 49, 13.
 - b) ¿Cuál de estos números es divisor de 48? Explica por qué. Los números son: 20, 11, 16, 9.
- 9.- Calcula todos los divisores de los siguientes números:
 - a) Divisores de 46.
 - b) Divisores de 58.
- 10.-Escribe los múltiplos de 8 comprendidos entre 100 y 160.
- 11.-Justifica las siguientes afirmaciones:
 - a) El número 2 es divisor de todos los múltiplos de 8.
 - b) Si un número es múltiplo de 6, también es múltiplo de 2.
- 12.-Escribe los números primos comprendidos entre 80 y 100.
- 13.-Rodea los números compuestos y tacha los números primos: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 y 30.
- 14.-Observa estos números y responde a las preguntas: 180, 255, 303, 565, 468 y 804
 - ¿Cuáles son múltiplos de dos?
 - ¿Cuáles son múltiplos de tres?
 - ¿Cuáles son múltiplos de cinco?
 - ¿Cuáles son múltiplos a la vez de dos y de cinco?
- 15.-Descompón en factores primos los siguientes números:
 - a) 12
 - b) 36
 - c) 450
- 16.-Calcula mentalmente:
 - a) m.c.m. (5, 10, 15)
 - b) m.c.m. (6, 8)
 - c) m.c.d. (8, 12, 16)
 - d) m.c.d. (10, 15)
- 17.-Calcula:
 - a) m.c.m. (15, 16, 18)
 - b) m.c.d. (32, 40, 48)
- 18.- Haz la descomposición factorial de:
 - a) 600
 - b) 1072
 - c) 888
 - d) 756
- 19.-Halla todos los divisores de:
 - a) 36
 - b) 48
 - c) 64
 - d) 96
- 20.-Clasifica en primos y compuestos los siguientes números:
 - a) 827
 - b) 2231
 - c) 2431
 - d) 3457

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

FACTORIZAR: ejercicios sobre descomponer números en factores primos.

2940	2
1470	2
735	3
245	5
49	7
7	7
1	1
1	

3159	3
1053	3
351	3
117	3
39	3
13	13
1	1
1	

1100	2.5.2.5
11	11
1	1
1	

1900	2.5.2.5
19	19
1	1
1	

$1100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 1 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 1$

$1900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 1 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 19 \cdot 1$

$2940 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$

$3159 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 1 = 3^5 \cdot 13 \cdot 1$

6300	2.5.2.5
63	3
21	3
7	7
1	1
1	

17000	2.5.2.5.2.5
17	17
1	1
1	

$6300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

$17000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 1 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 17$

2457	3
819	3
273	3
91	7
13	13
1	1
1	

7938	2
3969	3
1323	3
441	3
147	3
49	7
7	7
1	1
1	

$2457 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 1 = 3^3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 1$

$7938 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 = 2 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 1$

1870	2
935	5
187	11
17	17
1	1
1	

5187	3
1729	7
247	13
19	19
1	1
1	

$1870 = 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 1$

$5187 = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 1$

$2457 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 1 = 3^3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 1$

$7938 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 = 2 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 1$

1925	5
385	5
77	7
11	11
1	1
1	

1404	2
702	2
351	3
117	3
39	3
13	13
1	1
1	

$1925 = 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1 = 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1$

$1404 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 1 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 13 \cdot 1$

19656	2
37800	2
18900	2
9450	3
4725	3
1575	3
525	7
175	13
35	1
1	

199584	2
99792	2
49896	2
24948	2
12474	2
6237	3
2075	3
693	3
231	3
77	7
11	11
1	1
1	

$19656 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 1$

$199584 = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1$

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

Ejercicios de hallar el máximo común divisor (m.c.d.) y el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de varios números:

1.- De los números 1040, 7392 y 10395.

1040 2.5	7392 2	10395 3
104 2	3696 2	3465 3
52 2	1848 2	1155 3
26 2	924 2	385 5
13 13	462 2	77 7
1 1	231 3	11 11
	77 7	1 1
	11 11	
	1 1	

$$1040 = 2^4 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 1$$

$$7392 = 2^5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1$$

$$10395 = 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1$$

⊗ m.c.d. = **1**

⊗ m.c.m. = $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 4324320$

4.- De los números 3000, 3600 y 4320.

3000 2.5.2.5.2.5	3600 2.5.2.5	4320 2.5
300 3	36 2	432 2
100 2	18 2	216 2
50 2	9 3	108 2
25 5	3 3	54 2
5 5	1 1	27 3
1 1		9 3
		3 3
		1 1

$$3000 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 1$$

$$3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 1$$

$$4320 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 1$$

⊗ m.c.d. = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

⊗ m.c.m. = $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = 108000$

2.- De los números 3780, 19800 y 30800.

3780 2.5	19800 2.5.2.5	30800 2.5.2.5
378 2	198 2	308 2
189 3	99 3	154 2
63 3	33 3	77 7
21 3	11 11	11 11
7 7	1 1	1 1
1 1		

$$3780 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1$$

$$19800 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 1$$

$$30800 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 1$$

⊗ m.c.d. = $2^2 \cdot 5 = 20$

⊗ m.c.m. = $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = 831600$

5.- De los números 2028, 7497 y 9196.

2028 2	7497 3	9196 2
1014 2	2499 3	4598 2
507 3	833 7	2299 11
169 13	119 7	209 11
13 13	17 17	19 19
1 1	1 1	1 1

$$2028 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13^2 \cdot 1$$

$$7497 = 3^2 \cdot 7^2 \cdot 17 \cdot 1$$

$$9196 = 2^2 \cdot 11^2 \cdot 19 \cdot 1$$

⊗ m.c.d. = **1**

⊗ m.c.m. = $2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19 = ?$



DE REFRANES:

La ingratitud embota la virtud.

Dice que los ingratos acaban por disuadir a los virtuosos de poner en práctica su bondad. Así aquel ermitaño, citado por el literato Rodríguez Marín, a cuya puerta, junto a la esterilla de las limosnas, había siempre un cántaro de agua para apagar la sed de cuantos caminantes pasasen por allí, hasta que un día algún bellaco pegó fuego a la esterilla. Entonces, naturalmente, concluyó el valioso socorro.



3.- De los números 7000, 17000 y 29000.

7000 2.5.2.5.2.5	17000 2.5.2.5.2.5	29000 2.5.2.5.2.5
700 7	1700 17	2900 29
100 1	100 1	100 1

$$7000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 1$$

$$17000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 17 \cdot 1$$

$$29000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 29 \cdot 1$$

⊗ m.c.d. = $2^3 \cdot 5^3 = 1000$

⊗ m.c.m. = $2^3 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 29 = 3451000$

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

Problemas resueltos sobre divisibilidad de la página 83.

10.- Sin hacer operaciones. ¿Por qué debes multiplicar el producto $3^4 \cdot 7^2$ para obtener 21^4 .

⊗ $21 \rightarrow 3 \cdot 7 \Rightarrow 21^4 \rightarrow (3 \cdot 7)^4 \rightarrow 3^4 \cdot 7^4$
 ⊗ **Luego si hay que obtener 21^4 y tenemos $3^4 \cdot 7^2$, hay que multiplicar por 7^2 , que es lo que falta.**

11.- ¿Cuál es el **m. c. d.** de números primos entre sí?

Como los números primos entre sí sólo tienen como divisores comunes a la unidad (1), pues el máximo común divisor de ellos será **SIEMPRE el 1 (la unidad)**.

12.- David tiene en la bodega recipientes de las siguientes capacidades: **120 cl - 18 dl - 2 l y 0'4 dal.** ¿Cuál será la cabida de un tonel que se puede llenar exactamente con dichos recipientes?

○ $120 \text{ cl} \rightarrow 120 : 10 = 12 \text{ dl}$
 ○ $18 \text{ dl} \rightarrow 18 \text{ dl}$
 ○ $2 \text{ l} \rightarrow 2 \cdot 10 = 20 \text{ dl}$
 ○ $0'4 \text{ dal} \rightarrow 0'4 \cdot 100 = 40 \text{ dl}$

○ $\left[\begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 20 = 2^2 \cdot 5 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \end{array} \right] \Rightarrow \text{m. c. m.} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

⊗ **SOLUCIÓN** $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Se necesita un recipiente de} \\ \mathbf{360 \text{ dl, o de 36 litros.}} \end{array} \right.$

13.- Una compañía dedicada al transporte en barcos de personas que disfrutan de sus vacaciones dispone de 4 barcos que tardan, sucesivamente, 6, 8, 10 y 12 días en hacer una travesía por distintos mares. Se pide calcular lo siguiente:

- a) ¿A cuánto asciende el gasto de combustible de la compañía, entre los cuatro barcos, desde que salen todos juntos el día 1 de junio, desde el puerto de Málaga, hasta que vuelven a coincidir en él, si cada viaje de ida y vuelta gastan, por término medio, 4.500 litros de combustible a razón de 1'20 euros/litro?
- b) Curro se embarcó en el que hacía el viaje de 6 días y Paco en el de 12 días; como no se veían cada vez que volvían a puerto, sino al cabo de varios viajes, calcula estas dos cosas:

- 1ª) ¿Cuántos viajes hizo Curro y cuántos Paco hasta que coincidieron una vez?
- 2ª) Cuando se encontraron en el puerto tardaron 2 días en volver a Villafranca, y el curso empezaba el día 3 de octubre. ¿Llegaron a tiempo de empezar las clases en el Instituto?

○ $\left[\begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 8 = 2^3 \cdot 2 \\ 10 = 2 \cdot 5 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \end{array} \right] \Rightarrow \text{m. c. m.} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

○ **Vuelven a coincidir los cuatro en Málaga a los 120 días. Luego:**
 → El de 6 ha hecho 20 viajes ($120:6$).
 → El de 8 ha hecho 15 viajes ($120:8$).
 → El de 10 ha hecho 12 viajes ($120:10$).
 → El de 12 ha hecho 10 viajes ($120:12$).
 ○ **En total son 57 ($20+15+12+10$) viajes.**
 ○ **Luego todos los viajes costaron:**
 $57 \text{ (viajes)} \cdot 4500 \text{ (litros)} \cdot 1'2 \text{ (€)} = \mathbf{307800 \text{ €}}$
 ○ **Curro (el de 6) hizo 20 viajes y Paco (el de 12) 10 viajes.**
 ○ Desde el 1 de junio hasta el 28 de septiembre van los 120 días, más los 2 días que tardaron, pues **llegaron el 30 de septiembre**, es decir, que sí llegaron a tiempo para empezar las clases el día 3 de octubre.

14.- Lidia, Rosa, Almudena y Silvia, excelentes deportistas de ESO, son capaces de correr 10'5 km, 112 hm, 12600 m y 168.000 dm, respectivamente, en una semana de entrenamientos. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de esas distancias en hectómetros?

○ $10'5 \text{ km} \rightarrow 10'5 \cdot 10 = 105 \text{ hm}$
 ○ $112 \text{ hm} \rightarrow 112 \text{ hm}$
 ○ $12600 \text{ m} \rightarrow 12600 : 100 = 126 \text{ hm}$
 ○ $168000 \text{ dm} \rightarrow 168000 : 1000 = 168 \text{ hm}$

○ $\left[\begin{array}{l} 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ 112 = 2^4 \cdot 7 \\ 126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \\ 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \end{array} \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{m. c. m.} = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = \\ \mathbf{= 5040 \text{ hm}} \end{array} \right.$

“No se debe juzgar del mérito de una persona por sus grandes cualidades, sino por el uso que sabe hacer de ellas”.

FRANCOIS LA ROCHEFOUCAULD

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

A continuación, bloque de 38 ejercicios resueltos de repaso de los temas 1 (Enteros) y 2 (Divisibilidad).

RESUELTOS EN LAS PÁGINAS 106 A 109.

Tabla de NÚMEROS PRIMOS menores de 1.000 (< 1000)

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107	109
113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193
197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353	359	367	373
379	383	389	397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457	461
463	467	479	487	491	499	503	509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743	751	757
761	769	773	787	797	809	811	821	823	827	829	839	853	857	859
863	877	881	883	887	907	911	919	929	937	941	947	953	967	971
977	983	991	997											

1) a) $(-4) + (+5) - (+9) + 0 + (-1) - (-2) =$
 b) $-(+6) + (-3) - 0 - (-8) + (+4) - 3 =$

2) $2 - [6 - 3 - (-1 + 9) + 5] - 8 + [4 - (2 - 7)] =$

3) a) $(+5) \cdot (+3) =$ e) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-5) =$
 b) $(-14) : (+2) =$ f) $(+30) : (-5) \cdot (-3) =$
 c) $(+12) : (-6) =$ g) $(-4) \cdot 0 \cdot (-7) =$
 d) $(-8) \cdot (-7) =$ h) $(+2) \cdot (+1) \cdot (-9) =$

4) $9 - 3 \cdot 5 - (-3) =$

5) $-(-7) - 18 : 3 \cdot (-2) + 2 \cdot (-5) =$

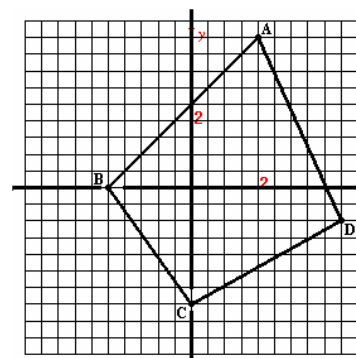
6) $5 + 6 \cdot (4 - 9) =$

7) $8 - 2 \cdot (3 - 9) + 4 \cdot (1 - 5) =$

8) Aplica la propiedad distributiva:
 $(-5) \cdot [(+3) - (-2)] =$

9) Sacar factor común:
 $(-1) \cdot (-4) - (-4) \cdot (-3) =$

10) Ejes de coordenadas.
 a) Señala las coordenadas de los puntos del cuadrilátero dibujado en los ejes siguientes.
 b) Representa en los ejes de coordenadas del papelito que te he dado los siguientes puntos y dices qué figura plana resulta al unirlos.
 E (8, 3), F (0, 8), G (-10, 0),
 H (-7, -4), I (4, -5)



11) Halla el m.c.d. y el m.c.m. de los números 120, 126 y 825.

12) Halla el m.c.d. y el m.c.m. de los números 1400 y 1820.

13) Hermenegildo, Tiborio y Pantulflo son tres camioneros que viajan a París cada 24, 18 y 30 días respectivamente. ¿Cada cuántos días coincidirán en esa capital?

14) Timoteo tiene unos toneles de 60, 84 y 108 litros de capacidad. Si quiere llenarlos exactamente con el mayor recipiente posible, ¿cuál es la capacidad que necesitaría tener ese recipiente?

.....
"La claridad es la cortesía de los profesores."

E. GERUZEZ

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

SOLUCIONES. Ejercicios págs. 104 y 105.

1) a) $(-4) + (+5) - (+9) + 0 + (-1) - (-2) =$
 $= -4 + 5 - 9 - 1 + 2 = +7 - 14 = -7$
 b) $- (+6) + (-3) - 0 - (-8) + (+4) - 3 =$
 $= -6 - 3 + 8 + 4 - 3 = -12 + 12 = 0$

2) $2 - [6 - 3 - (-1 + 9) + 5] - 8 + [4 - (2 - 7)] =$
 $= 2 - [6 - 3 + 1 - 9 + 5] - 8 + [4 - 2 + 7] =$
 $= 2 - 6 + 3 - 1 + 9 - 5 - 8 + 4 - 2 + 7 = 25 - 22 = 3$

3) a) $(+5) \cdot (+3) = 15$ e) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-5) = 30$
 b) $(-14) : (+2) = -7$ f) $(+30) : (-5) \cdot (-3) = -6 \cdot (-3) = 18$
 c) $(+12) : (-6) = -2$ g) $(-4) \cdot 0 \cdot (-7) = 0$
 d) $(-8) \cdot (-7) = 56$ h) $(+2) \cdot (+1) \cdot (-9) = -18$

4) $9 - 3 \cdot 5 - (-3) = 9 - 15 + 3 = 12 - 15 = -3$

5) $-(-7) - 18 : 3 \cdot (-2) + 2 \cdot (-5) = +7 - 6 \cdot (-2) - 10 = 7 + 12 - 10 = 9$

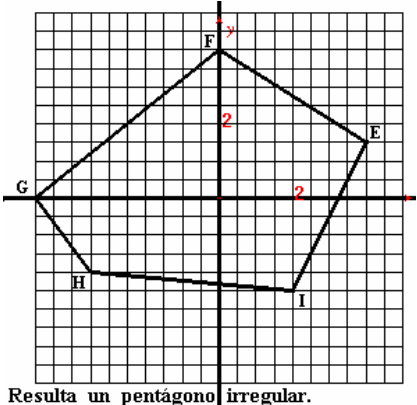
6) $5 + 6 \cdot (4 - 9) = 5 + 6 \cdot (-5) = 5 - 30 = -25$

7) $8 - 2 \cdot (3 - 9) + 4 \cdot (1 - 5) = 8 - 2 \cdot (-6) + 4 \cdot (-4) = 8 + 12 - 16 = 4$

8) $(-5) \cdot [(+3) - (-2)] = (-5) \cdot (+3) - (-5) \cdot (-2) = -15 - 10 = -25$

9) $(-1) \cdot (-4) - (-4) \cdot (-3) = (-4) \cdot [(-1) - (-4)] = -4 \cdot [-1 + 4] = -4 \cdot 3 = -12$

10) Ejes de coordenadas.
 a) Las coordenadas pedidas de los puntos del cuadrilátero dibujado son las ejes siguientes.
 A(4, 9); B(-5, 0); C(0, -7); D(9, -2)
 b) La figura que resulta de los puntos que hay que representar en unos ejes de coordenadas es esta:
 E(8, 3), F(0, 8), G(-10, 0), H(-7, -4), I(4, -5)



DE REFRANES:

La ocasión, asirla por el guedejón.

Los romanos pintaban a la diosa Ocasión con una larga guedeja (cabellera larga o guedejón) y calva por detrás; con ello expresaban la imposibilidad de asirla después de que hubiera pasado, así como la facilidad para atraparla cuando se la espera de frente. Por eso, figuradamente, aconseja el refrán que no se deje escapar ninguna oportunidad provechosa que el azar nos depare. De ahí que también se diga: **LA OCASIÓN LA PINTAN CALVA.**



Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

11) Hallar el m.c.d. y m.c.m. de los números 120, 126 y 825.

$$\left[\begin{array}{l} 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \\ 126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \\ 825 = 3 \cdot 5^2 \cdot 11 \end{array} \right] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{m.c.d.} = 3 \\ \text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = 138.600 \end{array} \right\}$$

$$12) \left[\begin{array}{l} 1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \\ 1820 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \end{array} \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{m.c.d.} = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140 \\ \text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 13 = 18200 \end{array} \right\}$$

13) Deberemos hallar el m.c.m. de 24, 18 y 30.

$$\left[\begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right] \left\{ \text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360 \right\} \text{ Solución } \rightarrow \text{Cada 360 días coinciden.}$$

14) En este caso, deberemos hallar el m. c. d.

$$\left[\begin{array}{l} 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \\ 108 = 2^2 \cdot 3^3 \end{array} \right] \left\{ \text{m.c.d.} = 2^2 \cdot 3 = 12 \right\} \text{ Solución } \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Deberá emplear toneles que} \\ \text{tengan 12 litros de capacidad.} \end{array} \right\}$$

15) 1º) Hallamos el m.c.m.:

$$\left[\begin{array}{l} 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \\ 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right] \left\{ \text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720 \right\}$$

2º) Como se encuentran en la meta cada 720 segundos, pues al reducir tenemos que coinciden cada 12 (720:60) minutos.

3º) Guadalupe habrá dado 6 vueltas, que se obtiene de 720:120.

Carmen habrá dado 4 (720:180) vueltas.

Y Ana 3 (720 : 240) vueltas.

16) Necesitamos hallar el m. c. m. y después los dos primeros múltiplos de ese m. c. m.

$$\left[\begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right] \left\{ \text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \right\} \rightarrow 120 \cdot 2 = 240; 120 \cdot 3 = 360$$

Solución \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{Los tres primeros múltiplos} \\ \text{comunes a 24, 40 y 60 son} \\ 120, 240 y 360. \end{array} \right\}$



DE REFRANES:

Hombre de dos caras, arredro (hacia atrás) vaya.

La doblez suele representarse por dos caras y el refrán previene contra aquellos que actúan de ese modo. Muchas veces uno se da cuenta de que algunas personas tienen dos caras. Una cara simpática, extrovertida, abierta con la que consiguen atraer a cualquiera, caer bien enseguida a la gente, etcétera. Pero luego cuando consigues conocer un poco más a fondo a esa persona te das cuenta de que en determinadas circunstancias actúa de una manera muy distinta. Lo dicen a la par otros dos refranes: **CON HOMBRE DE DOS CARAS, NI DOS PALABRAS** y **CARA DE DOS HACES, ES DE HOMBRES FALACES**.

Un día, cierta dama acusó a Abraham Lincoln, todavía un simple abogado, de tener dos caras, y éste, que era consciente de su fealdad, le replicó con buen humor: «¿De veras cree usted, señora, que si yo tuviese dos caras iba a usar ésta?»

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

17) 1º) Hallamos el m.c.m.:
$$\left[\begin{array}{l} 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \\ 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{m. c. m.} = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720 \end{array} \right\}$$

2º) Como se encuentran en la meta cada 720 segundos, pues al reducir tenemos que coinciden cada 12 (720:60) minutos.

3º) Si coinciden cada 12 minutos, como están corriendo durante 36 minutos, se encuentran 3 (36:12) veces en la meta.

4º) $\left\{ \begin{array}{l} \circ \text{ María: 1 vuelta} \rightarrow 120 \text{ segundos} = 2 \text{ minutos} \Rightarrow 36 : 2 = 18 \text{ vueltas.} \\ \circ \text{ Rocío: 1 vuelta} \rightarrow 180 \text{ segundos} = 3 \text{ minutos} \Rightarrow 36 : 3 = 12 \text{ vueltas.} \\ \circ \text{ Gloria: 1 vuelta} \rightarrow 240 \text{ segundos} = 4 \text{ minutos} \Rightarrow 36 : 4 = 9 \text{ vueltas.} \end{array} \right.$

18) $-4 + 5 \cdot 2 - 3(7 - 8 : 2) = -4 + 10 - 3 \cdot (7 - 4) = -4 + 10 - 3 \cdot 3 = -4 + 10 - 9 = -3$

19) a) $(-3) + (-8) - (-2) + (+5) - (+6) = -3 - 8 + 2 + 5 - 6 = -17 + 7 = -10$
 b) $-5 + (-9 + 1) - [3 - (6 - 2) + 8] = -5 - 9 + 1 - [3 - 4 + 8] = -13 - 7 = -20$

20) a) $(+2) \cdot (-7) \cdot (-3) = 42$
 b) $(-234) : (-26) \cdot (-7) = -63$
 c) $(-10) : (-2) \cdot (-6) : (-15) = +2$
 d) $(-8) \cdot (-3) \cdot 0 \cdot (+2) \cdot (-1) = 0$

21) $-12 + (-2) \cdot (+5) - (+3) = -12 - 10 - 3 = -25$

22) $10 - 2 \cdot [4 + 3 \cdot (-5) - (-1)] = 10 - 2 \cdot [4 - 15 + 1] = 10 - 2 \cdot (-10) = 10 + 20 = 30$

23) $-3 + 50 : [8 - 6 \cdot 2 - (-2)] - (+7) = -3 + 50 : [8 - 12 + 2] - 7 =$
 $= -3 + 50 : [-2] - 7 = -3 - 25 - 7 = -35$

24) $-12 : (-2) \cdot (-3) - 2 \cdot 5 \cdot 0 + (6 - 4 \cdot 5) : (-7) = +4 \cdot (-3) - 0 + (6 - 20) : (-7) =$
 $= -12 + (-14) : (-7) = -12 + 2 = -10$

25) $\left[\begin{array}{l} 441 = 3^2 \cdot 7^2 \\ 2600 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 13 \end{array} \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{m. c. d.} = 1 \\ \text{m. c. m.} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13 = 1.146.600 \end{array} \right\}$

26) $2 - 4 \cdot (-6) + 30 : (-5) = 2 + 24 - 6 = 26 - 6 = 20$

27) $10 - 5 \cdot [-3 + 6 - 4 \cdot (-1)] = 10 - 5 \cdot (3 + 4) = 10 - 5 \cdot 7 = 10 - 35 = -25$

28) $-7 + 6 \cdot (-3) - 2 \cdot (4 - 18 : 2) = -7 - 18 - 2 \cdot (4 - 9) =$
 $= -7 - 18 + 10 = -25 + 10 = -15$



"Te conocerás a ti mismo en cuanto empieces a descubrir en ti defectos que los demás no te han descubierto."

FRIEDRICH HEBBEL



Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante que persiga la excelencia.

$$29) -12 : (6 - 10) \cdot (3 - 5) + 7 + 18 : [(-7 + 3 - 8) : 2] =$$

$$= -12 : (-4) \cdot (-2) + 7 + 18 : (-12 : 2) =$$

$$= 3 \cdot (-2) + 7 + 18 : (-6) = -6 + 7 - 3 = -9 + 7 = -2$$

$$30) a) \begin{cases} \text{A.P.D.} \rightarrow (-3) \cdot [(+3) - (-1) + (-2)] = -9 - 3 + 6 = -12 + 6 = -6 \\ \text{Sin A.P.D.} \rightarrow (-3) \cdot [(+3) - (-1) + (-2)] = (-3) \cdot [3+1-2] = -3 \cdot 2 = -6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \text{S.F.C.} \rightarrow -(+2) \cdot (-5) + (-2) \cdot (-5) - (-5) \cdot (-3) = -5 \cdot (-2-2+3) = -5 \cdot (-1) = 5 \\ \text{Sin S.F.C.} \rightarrow -(+2) \cdot (-5) + (-2) \cdot (-5) - (-5) \cdot (-3) = +10 + 10 - 15 = 20 - 15 = 5 \end{cases}$$

$$31) \begin{cases} 11440 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 = 2^4 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \\ 23800 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 17 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 17 \end{cases}$$

$$32) \begin{cases} 1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 2880 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \\ 11880 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{m.c.d.} = 2^2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20 \\ \text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = 831.600 \end{cases}$$

$$33) -7 - [4 + (-20) : 5] \cdot 3 - (+2) = -7 - [4 - 4] \cdot 3 - 2 = -7 - 0 \cdot 3 - 2 = -7 - 2 = -9$$

$$34) \begin{cases} 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \\ 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{m. c. m.} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360 \rightarrow \text{Se volverán a encontrar al cabo de 360} \\ \text{minutos. O sea, pasadas 6 (360:60) horas Como coincidieron a las 11:27,} \\ \text{pues se encontrarán otra vez a las 17:27 horas.} \end{cases}$$

$$35) 40 : (-10) \cdot (-5) - 6 [4 - 12 : 2 + 6 \cdot (-3)] = -4 \cdot (-5) - 6 \cdot [4 - 6 - 18] =$$

$$= +20 - 6 \cdot (-20) = 20 + 120 = 140$$

$$36) \begin{cases} 10800 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \\ 2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 588 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{m. c. d.} = 2^2 \cdot 3 = 12 \\ \text{m. c. m.} = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 = 592200 \end{cases}$$

$$37) a) \text{Simplificar: } \frac{3234}{462} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11} = 7 ; b) \begin{cases} 440 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11 \\ 364 = 2^2 \cdot 7 \cdot 13 \\ 385 = 5 \cdot 7 \cdot 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{m.c.d.} = 1 \\ \text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \\ = 40040 \end{cases}$$

$$c) \text{Descomp.: } \begin{cases} 48 = 2^4 \cdot 3 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240 \rightarrow \text{Luego coinciden cada 240 días.} \\ \text{Si la última vez fue el 15 de febrero, deben pasar 240 días, o sea,} \\ \text{el 13 de octubre. Bueno, si no es año bisiesto.} \end{cases}$$

$$38) \begin{cases} 12028 = 2^2 \cdot 31 \cdot 97 \\ 12772 = 2^2 \cdot 31 \cdot 103 \end{cases} \Rightarrow \text{m.c.d.} = 2^2 \cdot 31 = 124$$

Solución \rightarrow Deberá tener cada caja 124. $\begin{cases} 12028 : 124 = 97 \text{ cajas de manzanas.} \\ 12772 : 124 = 104 \text{ cajas de naranjas} \end{cases}$

“Nos juzgamos a nosotros mismos por lo que somos capaces de hacer, mientras que los demás nos juzgan por lo que hemos hecho.”

HENRY W. LONGFELLOW