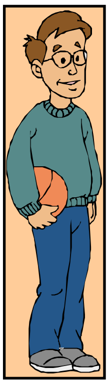
Lee detenidamente estos casos en los que se describen las formas de estudiar de estos estudiantes y las zozobras que se les plantean ante sus rendimientos académicos. A ver qué actuaciones y formas se ajustan más a tu método de estudiar y a quién de ellos te asemejas más.

CASO "A"

Juvencio es un chico de 13 años que está realizando estudios en 1º de E. S. O. En cursos anteriores de la Enseñanza Primaria obtenía, casi siempre, unos resultados aceptables, sobre todo porque seguía las clases con atención, hacía las tareíllas que le mandaban, ponía interés, etc. Este año intenta hacer los deberes, pero se le acumulan las tareas que le encomiendan los distintos profesores. Tareas cada vez más difíciles y extensas, a las que se unen exigencias mayores y controles de más elevado nivel. Por consiguiente, nuestro amigo Juvencio ya no tiene las cosas (estudios/calificaciones) tan claras. Es consciente de que no hay más remedio que apretar los codos todos los días en casa, pero le cuesta un enorme esfuerzo, ya que no está muy habituado. Aunque tiene buena voluntad, cuando consigue hacerlo no sabe bien cómo estudiar, aprovechar el tiempo y rendir. Así que llega incluso a aburrirse, y tarde o temprano los temas, ejercicios y actividades le cansan. Intenta hacer subrayados, pero tampoco sabe cómo subrayar de forma adecuada, y marca casi todo porque no distingue las ideas principales de las secundarias. Al ver a otros compañeros, quiere hacer esquemas, pero ¡vaya chapuzas que le salen! En resumen, que se encuentra desorientado y no se siente seguro de aprobar el curso. Evidentemente, muchas veces pierde el ánimo, se desinteresa, se encuentra inquieto, etc., y eso que él hasta hace poco se ha considerado *–y le han considerado–* un buen estudiante. Se le pasa muchas veces por la cabeza y piensa para sus adentros: *"Si me hubieran enseñado antes a estudiar correctamente"*.



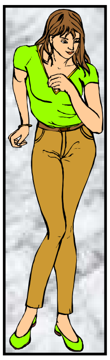
CASO "B"

Serapia estudia 1º de E. S. O. Cuando se le pregunta cómo lleva el curso, responde: *"Va tirando"*. En realidad, Serapia saca algunos cates (suspensos) y pasa otras asignaturas "por los pelos". Dice que quiere terminar la Secundaria y luego ya verá; bueno, lo que a ella le encantaría es estudiar un Módulo de Peluquería, porque le gusta mucho y no quiere seguir estudiando; no le atraen los libros, ni las tareas, ni…

En general, se puede decir que sólo estudia cuando tiene que hacer controles. Entonces sí, ya que como ella dice estudia a tope. Y es verdad: se le ve con los libros y apuntes hasta en los recreos, mientras come en su casa y los ratillos que puede aprovechar. Pero a pesar de estos esfuerzos esporádicos, le suele suceder que no llega, que siempre hay suspensos que arrastrar a casa.

Las veces que estudia (¡) en casa suele hacerlo donde más le apetece. Unas en su cuarto, otras en el comedor, otras tardes de frío gélido junto a la camilla de su abuela, en tiempo caluroso en la terraza, etc. Incluso pone en ocasiones la TV cuando estudia (¡). Ella se disculpa diciendo que *"sólo es un ratito"*, o *"es que hay un programa interesantísimo de vídeos sobre mi cantante favorito"*. Y casi siempre la tiene que apagar debido a una bronca soberana de su madre. En su cuarto estudia (¡), generalmente, tumbada en la cama, y hasta con la minicadena en función. Dice que la música le ayuda a estudiar (?). Su padre al verla se enfada mucho con ella. Le obliga a ponerse en la mesa de su habitación, le apaga la minicadena, la TV, le dice que deje de mirarse tanto al espejo,…, ya que todo eso le distrae enormemente, le hace "estar en babia" y ésa es una de las causas de sus anteriormente temidos –ahora ya casi le da igual– suspensos. Bueno, eso al menos es lo que piensa su padre.

La verdad es que Serapia está harta de tantas broncas y disgustos. Tanta insistencia y pesadez (eso dice ella) de sus padres, y también de sus profesores –sobre todo el de Matemáticas–, en sus estudios le parece cada vez más un rollo. Quisiera que la dejaran en paz, y hasta en represalia le gustaría sacar más suspensos. Pero no sabe qué hacer.

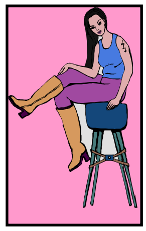


CASO "C"

Toribio es un estudiante de Secundaria que se considera incapaz de ponerse a estudiar durante horas en su casa. Siempre que se dispone a hacerlo le da mucha pereza, siente como si le doliera la cabeza, hasta a veces incluso le entran náuseas. Y, evidentemente, deja los libros y cuadernos encima de la mesa y se va. Otros días llega a su cuarto, abre los libros, los mira y se pone, pero cualquier ruido le distrae. En ocasiones llega casi a estar dos horas y no ha conseguido nada. Se aburre y piensa: *"lo haré mañana"*. Y se va; se va con los amigos, a ver la tele, al Poli, o donde sea, lejos de su cuarto, de los libros y de… Sus padres, y él, no saben qué hacer. Quizás es tarde, pero le convendría unas buenas sesiones de T. T. I., a ver si…

CASO "D"

Aquilina tiene buenas cualidades, sobre todo con sus amigos. Normalmente, en un día cualquiera, termina de tomarse su bocadillo, de ver la tele, de charlar y otras cosas hacia las 7:30 ú 8 de la tarde/noche. Ella piensa empezar alrededor de las 7, pero casi siempre, sin querer (?), se retrasa. Un poco cabizbaja, se sienta en su mesa de estudio, pero habitualmente "desperdicia" entre 15 y 20 minutos amontonando apuntes, cuadernos, libros y papeles, buscando cosas, afilando el lápiz, no encuentra la regla, se le ha olvidado ponerse la bata, etc. Empieza a escribir, pero se da cuenta que no tiene el boli rojo para las respuestas. Se levanta y va a buscar a su hermano para que le deje uno. Al poco rato observa que no ha comprado la cartulina para hacer el mural de Sociales. Se quita la bata, se peina, se mira un ratillo (más bien un 'ratón') al espejo y sale de casa para ir a comprar la cartulina a una librería. Por la calle se encuentra con unos amigos que la citan para el fin de semana en el sitio de siempre. Charla un poco con ellos y se encarga de avisar a sus amigas. Se acuerda de que debería estar estudiando, compra rápidamente la cartulina y vuelve a casa de mala gana. Trabaja durante 25 minutos, y no resiste la tentación de escuchar una cinta que le acaban de dejar los amigos a los que encontró. Piensa que la podría escuchar como música de fondo (¡). Estudia otros 20 minutos, pero con la concentración (?) dividida entre las Matemáticas y la musiquilla de fondo. Como se acerca el fin de semana, se le ocurre llamar cuanto antes a las amigas para comunicarles cuanto antes la hora en que han quedado. Coge el teléfono y se enrolla; sólo con la primera amiga se da cuenta de que son cerca de las 10 de la noche. Como le queda mucho por hacer, no llama a ninguna más. Sigue estudiando (¡) frenéticamente unos 35 minutos, pero muy desconfiada de recuperar el tiempo perdido. Alrededor de las 11, su madre la llama para cenar. Piensan, su madre y su padre, que su hija ha estudiado mucho y bien esa tarde-noche. Le dan un beso muy contentos cuando se va a la cama. Aquilina tardó en dormirse; no tenía la conciencia muy tranquila; pensaba que el próximo día no debería ocurrir lo mismo. Y se durmió.



Al día siguiente cuenta a sus compañeros que ha estado casi toda la tarde estudiando (?). Incluso los profesores la felicitan al decírselo y le animan a seguir esforzándose.

A media mañana, llega un momento en que hasta ella misma se cree que ha estudiado (¡) bien el día anterior, ya que no puede acordarse de otra cosa más que de su tremendo cansancio.

Llegó la tarde-noche siguiente. Pasaron otras cosas, sucedieron otras circunstancias, faltaron las ganas necesarias y… Evidentemente ocurrió lo mismo. Se fue a acostar con la sensación de no haber cumplido con su deber.

Y de tantos días semejantes, en más o en menos, llegó a habituarse a esta forma de vida. Hasta le cogió gusto, ya que hizo desaparecer el remordimiento de su conciencia. Así que para ella todo esto llegó a ser normal (?). Esta historia última la quedo sin final. Imagínatelo tú.

TEMA 6 : La proporcionalidad numérica.

OBJETIVOS:

1. Saber calcular valores aplicando porcentajes.
2. Saber deducir si dos magnitudes son proporcionales o no aplicando el test del doble.
3. Interpretar la proporcionalidad existente entre dos magnitudes representadas gráficamente.
4. Saber utilizar los conceptos de razón y proporción para describir magnitudes proporcionales.
5. Saber aplicar la regla de tres, los porcentajes y los repartos proporcionales en la resolución de problemas.
6. Calcular porcentajes y variaciones porcentuales con calculadora.
7. Saber comprobar la existencia de una relación de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes.
8. Calcular valores desconocidos utilizando la regla de tres simple directa e inversa y la regla de tres compuesta.
9. Construir o completar tablas de magnitudes inversamente proporcionales.
10. Calcular el interés, el capital y el rédito aplicando las fórmulas adecuadas y utilizando el lenguaje preciso.

CONTENIDOS:

De conceptos:

1. Razón/es.
2. Proporciones.
3. Propiedades de las proporciones.
4. Proporciones continuas.
5. Magnitudes.
6. Aplicaciones de la proporcionalidad numérica.
7. Reglas de tres simples. Problemas.
8. Porcentajes. Problemas.
9. Reglas de tres compuestas. Problemas.
10. Repartos proporcionales. Problemas.
11. Interés simple. Problemas.

Además, como en todos los temas, ejercicios y problemas de repaso de este tema y los anteriores y modelos de controles diversos con las soluciones correspondientes.

Y, como siempre, algunas reflexiones para activar las neuronas, formarte y adquirir valores.

De procedimientos:

1. Aplicación del test del doble para determinar si dos magnitudes son proporcionales.
2. Representación gráfica de magnitudes proporcionales.
3. Cálculo de valores de magnitudes proporcionales utilizando la regla de tres.
4. Cálculo del coeficiente de proporcionalidad, de la razón y de la proporción entre magnitudes proporcionales.
5. Cálculo de valores aplicando porcentajes.
6. Cálculo de repartos proporcionales.
7. Cálculo de aumentos y disminuciones porcentuales.
8. Reconocimiento de magnitudes directa e inversamente proporcionales entre dos magnitudes y de la existencia de proporcionalidad compuesta entre tres o más magnitudes.
9. Cálculo de magnitudes utilizando la regla de tres compuesta.
10. Cálculo del interés, el capital y el rédito en diferentes situaciones problemáticas de la vida cotidiana.
11. Resolución de situaciones problemáticas de la vida cotidiana aplicando las propiedades de las magnitudes proporcionales.

De actitudes:

1. Disposición favorable a la revisión de los resultados de los problemas numéricos de proporcionalidad.
2. Curiosidad por investigar relaciones entre magnitudes o fenómenos.
3. Interés en las proporciones y en los tantos por ciento.
4. Disposición favorable a la revisión de un ejercicio o problema.
5. Valoración de la organización de información en tablas.
6. Valoración de la representación de porcentajes en diagramas de pastel.
7. Incorporación de la proporcionalidad y los porcentajes a la forma de proceder habitual en la vida cotidiana.

6.1.- Razón/es.

❈ Se llama razón de dos números **"a"** y **"b"** al cociente indicado de ambos. Se puede expresar de estas maneras:

> **Razón de "a" y "b"** $\rightarrow \dfrac{a}{b}\ ;\ {}^{a}\!/_{b}\ ;\ a : b$

❈ Los términos de una razón se llaman **antecedente** **("a")** y **consecuente** **("b")**.

❈ La expresión **"inversa de ..."** o **"inverso de ..."** es muy frecuente encontrarla en multitud de planteamientos matemáticos. El inverso de cualquier número es el resultado de dividir la unidad entre dicho número. Por tanto, la inversa de cualquier razón es otra razón en la que hemos invertido sus términos. Veamos:

> **Inverso de "x"** $\rightarrow \dfrac{1}{x}$
>
> **Inversa de la razón** $\dfrac{a}{b} \rightarrow \dfrac{1}{\frac{a}{b}} = 1 : \dfrac{a}{b} =$
>
> $= \dfrac{1}{1} : \dfrac{a}{b} = \dfrac{1 \cdot b}{1 \cdot a} = \dfrac{b}{a}$

EXTRA Nº 1.- ¿Qué se obtiene del producto de dos números inversos? ¿Y de dos razones inversas?

6.2.- Proporciones.

❈ **Una proporción es la igualdad de dos razones.** En general, si dos razones, **a/b** y **c/d,** son iguales, se dice que forman una proporción.

> $\left[\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}\right] \rightarrow$ **Es una PROPORCIÓN**

❈ Los términos de una proporción se llaman así:

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right] \Rightarrow \begin{cases} \circ\ \text{"a" y "c"} \rightarrow \underbrace{\text{antecedentes}}_{\text{los de arriba}} \\ \circ\ \text{"b" y "d"} \rightarrow \underbrace{\text{consecuentes}}_{\text{los de abajo}} \\ \circ\ \text{"a" y "d"} \rightarrow \underbrace{\text{extremos}}_{\text{el 1° y el último}} \\ \circ\ \text{"b" y "c"} \rightarrow \underbrace{\text{medios}}_{\text{el 2° y el 3°}} \end{cases}$$

❈ En general, una proporción se lee así:

¿ (el número) es a ¿ como ¿ es a ¿

Veamos un ejemplo:

> ⊗ **Razón 1ª** $\rightarrow \dfrac{3}{6}$; **Razón 2ª** $\rightarrow \dfrac{5}{10}$
>
> ⊗ **Proporción** $\rightarrow \left[\dfrac{3}{6} = \dfrac{5}{10}\right]$
>
> ∘ **3 y 5 son antecedentes.**
> ∘ **6 y 10 son consecuentes.**
> ∘ **3 y 10 son extremos.**
> ∘ **6 y 5 son medios.**
>
> ⊗ **La proporción se lee así: "Tres es a seis como cinco es a diez.**

6.3.- Propiedades de las proporciones.

❈ **1ª y más importante.-** En toda proporción, **el producto de los extremos es igual al producto de los medios.**

> $\left[\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}\right] \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$
>
> $\left[\dfrac{3}{6} = \dfrac{5}{10}\right] \rightarrow 3.10 = 5.6 \rightarrow 30 = 30 \rightarrow \left\{\right.$ **Sí forma proporción**

❈ **2ª.-** En toda proporción la razón obtenida con **la suma y/o resta de los antecedentes y la suma y/o resta de los consecuentes forma proporción con las razones anteriores**.

> $\left[\dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{9}\right] \rightarrow$ **sumamos ant. y cons.** $\rightarrow \dfrac{2+6}{3+9} = \dfrac{8}{12} \rightarrow$
>
> $\rightarrow \dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{8}{12} \rightarrow$ **y se forman nuevas proporciones**
>
> $\left[\dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{9}\right] \rightarrow$ **restamos ant. y cons.** $\rightarrow \dfrac{2-6}{3-9} = \dfrac{-4}{-6} \rightarrow$
>
> $\dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{-4}{-6} \rightarrow$ **y se forman nuevas proporciones**
>
> $\dfrac{2}{3} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{-4}{-6} \rightarrow$ **las razones anteriores** $\rightarrow$
>
> $\dfrac{2+6+8-4}{3+9+12-6} = \dfrac{12}{18} \rightarrow$ **y así sucesivamente.**

EXTRA Nº 2.- El primero que me demuestre en su cuaderno que todas las razones anteriores forman proporción se ganará alguna cosecha.

❈ 3ª.- Toda proporción se puede expresar de **8 formas diferentes**.

$\frac{3}{6} = \frac{5}{10}$ ➠ partimos de una proporción	
cambiando los extremos ➠	$\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$
cambiando los medios ➠	$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$
cambiando extremos y medios ➠	$\frac{10}{5} = \frac{6}{3}$
cambiando antecedentes y consec. ➠	$\frac{6}{3} = \frac{10}{5}$
(ahora nos fijamos en esta última)	
otra vez los extremos ➠	$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$
otra vez los medios ➠	$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
y, por último, otra vez ambos ➠	$\frac{5}{10} = \frac{3}{6}$

Ten en cuenta que si sigues **este orden** al intentar escribir una misma proporción de 8 formas diferentes te resultará más fácil, tardarás menos y no te faltará ninguna; en caso contrario, tendrás más dificultades para escribir las 8 sin repetirlas y sin faltar ninguna.

EXTRA Nº 3.- A ver si encuentras una proporción distinta a las 8 anteriores pero con los mismos números. (¡)

EXTRA Nº 4.- Escribe de 8 formas diferentes una proporción que contenga un 1'2 como antecedente y un 0'04 como medio.

6.4.- Proporciones continuas.

❈ **Se llaman proporciones continuas a las que tienen los medios iguales**. Al número (o letra) que se repite se le llama **"media/o proporcional"**. En la siguiente proporción continua la media proporcional corresponde a la letra "x".

En general $\Rightarrow \left\{ \frac{a}{x} = \frac{x}{d} \right\} \to a \cdot d = x \cdot x \to$

$a \cdot d = x^2 \Rightarrow \sqrt{a \cdot d} = x \to$ para hallar la "x"

$\left\{ \frac{4}{6} = \frac{6}{9} \right\} \to 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6 \to 36 = 36 \to$

Es una proporción continua,

donde "6" es la media proporcional.

❈ En las proporciones normales tenemos siempre cuatro números distintos, dos extremos y dos medios; sin embargo, observarás que en las proporciones continuas sólo hay tres números distintos, ya que uno de ellos –*el situado en el medio*- está "repe", y a ese repetido hemos quedado en llamarle media proporcional; bien, pues al tercero de los números que forman una proporción continua le llamaremos **"tercera/o proporcional"**. Veamos un ejemplo:

$\left\{ \frac{2}{10} = \frac{10}{50} \right\} \to 2 \cdot 50 = 10 \cdot 10 \to 100 = 100 \to$

Es una proporción continua,

donde "50" es la tercera proporcional.

❈ Por último, llamaremos **cuarta/o proporcional** al cuarto número de cualquier proporción normal, es decir, que no sea continua. Por ejemplo:

$\left\{ \frac{9}{27} = \frac{2}{6} \right\} \to 9 \cdot 6 = 27 \cdot 2 \to 54 = 54 \to$

Es una proporción normal, no continua,

donde "6" es la cuarta proporcional.

EXTRA Nº 5.- Escribe una proporción normal y otra continua, pero con decimales, y despejas la cuarta proporcional en la 1ª y la tercera proporcional en la 2ª.

Entre las cuatro paredes de la casa es donde se empieza a adquirir un buen hábito lector. Desde muy antaño, en los hogares donde se valoraba el leer, los abuelos, y/o padres, y/o tíos, u otros familiares cercanos transmitieron a los niños el amor por los cuentos, por las historias asequibles a ellos y, evidentemente, el amor por los libros.

Desde los cuentos narrados al niño en la cuna, pasando por los libros repletos de ilustraciones, hasta las primeras lecturas de aventuras, va todo un necesario e inevitable proceso que conduce al niño a la adquisición de un verdadero y gustoso hábito por leer.

Así que el punto de partida de todo buen lector es el hogar. De ahí se pasa a las otras estaciones claves donde se afianzará, potenciará y desarrollará la capacidad del lector autónomo, a saber: el colegio, el instituto y las bibliotecas.

Igual que la responsabilidad esencial en la primera etapa para hacer de los niños buenos lectores reside en los padres, en los centros de enseñanza ésta radica en los profesores. Y se deben conjugar ambas responsabilidades de forma adecuada y correcta para lograr la base y pilar fundamental de una buena Educación.

EJERCICIOS RESUELTOS

1) Escribe los nombres de cada uno de los términos de la siguiente proporción.

$$\left\{\frac{4}{7}=\frac{12}{21}\right\}\rightarrow\begin{cases}\text{"4"} \rightarrow \text{es extremo y antecedente}\\ \text{"7"} \rightarrow \text{es medio y consecuente}\\ \text{"12"} \rightarrow \text{es medio y antecedente}\\ \text{"21"} \rightarrow \text{es extremo y consecuente}\end{cases}$$

2) Averigua cuáles de las siguientes expresiones forman proporción y cuáles no.

$\left\{\frac{4}{2}\neq\frac{5}{3}\right\}\rightarrow$ $4 . 3 \neq 2 . 5 \rightarrow 12 \neq 10 \rightarrow$ NO es una proporción.

$\left\{\frac{2}{6}=\frac{7}{21}\right\}\rightarrow$ $2 . 21 = 6 . 7 \rightarrow 42 = 42 \rightarrow$ SÍ es una proporción.

3) Una botella de gazpacho de 1 litro contiene $300\ cm^3$ de agua, y lo demás es el puré formado al triturar diversas hortalizas. Halla la relación en que están el agua y el gazpacho, el agua y las hortalizas, las hortalizas y el gazpacho.

Antes de nada debemos realizar unos ajustes previos:
1 litro (capacidad) equivale a **1000 cm^3 (volumen)**.
Luego ➟ El gazpacho: 1000 cm^3 ; el agua: 300 cm^3 y las hortalizas : 700 cm^3 .

Conviene que sepas que al hablar de relación nos referimos a la razón; por tanto, si queremos hallar razones debemos tener dos términos de cada una: el antecedente y el consecuente. Veamos:

❒ Razón del agua con respecto al gazpacho:

$$\frac{300}{1000}\rightarrow\text{simplificando}\rightarrow\frac{3}{10}\rightarrow\text{razón}$$
$$\frac{\text{parte de agua que hay en la botella}}{\text{parte de gazpacho}}$$

❒ Razón del agua con respecto a las hortalizas:

$$\frac{300}{700}\rightarrow\text{simplificando}\rightarrow\frac{3}{7}\rightarrow\frac{\text{parte de agua}}{\text{parte de hortalizas}}$$

❒ Razón de las hortalizas con respecto al gazpacho:

$$\frac{700}{1000}\rightarrow\text{simplificando}\rightarrow\frac{7}{10}\rightarrow\frac{\text{parte de hortalizas}}{\text{parte de gazpacho}}$$

4) ¿Cómo se lee la siguiente proporción?

$\left[\frac{5}{2}=\frac{15}{6}\right]\Rightarrow$ **5 es a 2 como 15 es a 6**

5) Forma proporciones con los grupos de números siguientes.

$8\cdot 5 = 4\cdot 10 \Rightarrow \left[\frac{8}{4}=\frac{10}{5}\right]\rightarrow \text{PRUEBA} \rightarrow 40=40$

$3\cdot x = y\cdot 9 \Rightarrow \left[\frac{3}{y}=\frac{9}{x}\right]\rightarrow 3x = 9y$

$2'5\cdot 1'8 = 0'5\cdot 9 \Rightarrow \left[\frac{2'5}{0'5}=\frac{9}{1'8}\right]\rightarrow \text{Prueba: } 4'5 = 4'5$

6) Escribe la siguiente proporción de 8 formas diferentes.

$\frac{9}{15}=\frac{12}{20}$ ▶ $\frac{20}{15}=\frac{12}{9}$; $\frac{9}{12}=\frac{15}{20}$; $\frac{20}{12}=\frac{15}{9}$

$\frac{15}{9}=\frac{20}{12}$; $\frac{12}{9}=\frac{20}{15}$; $\frac{15}{20}=\frac{9}{12}$; $\frac{12}{20}=\frac{9}{15}$

7) Realiza los cambios necesarios para conseguir obtener una nueva proporción en la que **"a"** sea un extremo (el 1º) y **"b"** un medio (el 2º), es decir, una proporción equivalente a la dada en la que la primera razón sea **a/b**.

1ª) $\frac{a}{7}=\frac{b}{5}$ → Cambiamos los medios → $\frac{a}{b}=\frac{7}{5}$

2ª) $\frac{3}{b}=\frac{8}{a}$ → Cambiamos los extremos → $\frac{a}{b}=\frac{8}{3}$

3ª) $\frac{b}{2}=\frac{a}{3}$ → Cambiamos los medios → $\frac{b}{a}=\frac{2}{3}$ →

→ Y los antecedentes con los consecuentes → $\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$

8) Halla la media proporcional a:

1º) 4 y 9 ➠

$$\left\{\frac{4}{x}=\frac{x}{9}\right\}\rightarrow 4\cdot 9 = x\cdot x \rightarrow 36 = x^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow \sqrt{36} = x \rightarrow \pm 6 = x \rightarrow \left[\frac{4}{6}=\frac{6}{9}\right]$$

2º) 1'3 y 0'637 ➠

$$\left\{\frac{1'3}{x}=\frac{x}{0'637}\right\}\rightarrow 1'3\cdot 0'637 = x\cdot x \rightarrow 0'8281 = x^2 \rightarrow$$
$$\sqrt{0'8281} = x \rightarrow \pm 0'91 = x \rightarrow \left[\frac{1'3}{0'91}=\frac{0'91}{0'637}\right]$$

9) Halla la tercera proporcional a:

1º) 27 y 9

$$\left\{\frac{27}{9} = \frac{9}{x}\right\} \to 27 \cdot x = 9 \cdot 9 \to$$

$$x = \frac{9 \cdot 9}{27} = \frac{81}{27} = 3 \to \left[\frac{27}{9} = \frac{9}{3}\right]$$

2º) 9 y 1'8

$$\left\{\frac{9}{1'8} = \frac{1'8}{x}\right\} \to 9 \cdot x = 1'8 \cdot 1'8 \to$$

$$x = \frac{1'8 \cdot 1'8}{9} = \frac{3'24}{9} = 0'36 \to \left[\frac{9}{1'8} = \frac{1'8}{0'36}\right]$$

10) Halla la cuarta proporcional a:

1º) 5, 8 y 1'5

$$\left\{\frac{5}{8} = \frac{1'5}{x}\right\} \to 5 \cdot x = 8 \cdot 1'5 \to$$

$$x = \frac{8 \cdot 1'5}{5} = \frac{12}{5} = 2'4 \to \left[\frac{5}{8} = \frac{1'5}{2'4}\right]$$

2º) 64, 8 y 40

$$\left\{\frac{64}{8} = \frac{40}{x}\right\} \to 64 \cdot x = 8 \cdot 40 \to$$

$$x = \frac{8 \cdot 40}{64} = \frac{320}{64} = 5 \to \left[\frac{64}{8} = \frac{40}{5}\right]$$

11) Sabiendo que tres números forman una proporción continua y que el medio de esa proporción es 10, forma dos proporciones que cumplan estos requisitos.

La proporción sería de esta forma → $\frac{x}{10} = \frac{10}{y}$

O sea, que deberemos encontrar productos de dos números, "x" e "y", que den como resultado lo mismo que el producto de los medios, "10" y "10".

Pueden ser éstos:

1.100 (=100), **2.50** (=100), **4.25** (=100), **5.20** (=100)

Elegimos dos pares de ellos: $\frac{2}{10} = \frac{10}{50}$ y $\frac{4}{10} = \frac{10}{25}$

12) Dada una serie de tres razones iguales, averigua hasta 4 razones que formen proporción con las tres iniciales.

$$\frac{1}{3} = \frac{20}{60} = \frac{7}{21} \to$$

sumando y restando antecedentes y consecuentes vamos obteniendo nuevas razones iguales

$$\frac{1+20}{3+60} = \frac{21}{63} \; ; \quad \frac{1+7}{3+21} = \frac{8}{24} \; ;$$

$$\frac{20-1}{60-3} = \frac{19}{57} \; ; \quad \frac{1+20-7}{3+60-21} = \frac{14}{42} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3} = \frac{20}{60} = \frac{7}{21} = \ldots = \frac{21}{63} = \frac{8}{24} = \frac{19}{57} = \frac{14}{42} \quad \text{etc.}$$

13) ¿Qué número forma con 24 la misma razón que 5 con 3? Escribimos la proporción:

$$\left\{\frac{x}{24} = \frac{5}{3}\right\} \to x \cdot 3 = 24 \cdot 5 \to$$

$$x = \frac{24 \cdot 5}{3} = \frac{120}{3} = 40 \to \left[\frac{40}{24} = \frac{5}{3}\right]$$

14) Despeja y calcula el valor de la incógnita "x" en cada una de las proporciones siguientes:

a) $$\left\{\frac{2}{x} = \frac{12}{30}\right\} \to 2 \cdot 30 = x \cdot 12 \to$$

$$\underline{x} = \frac{2 \cdot 30}{12} = \frac{60}{12} = \underline{5} \to \left[\frac{2}{5} = \frac{12}{30}\right]$$

b) $$\left\{\frac{10}{8} = \frac{x}{2}\right\} \to 10 \cdot 2 = 8 \cdot x \to$$

$$\underline{x} = \frac{10 \cdot 2}{8} = \frac{20}{8} = \underline{2'5} \to \left[\frac{10}{8} = \frac{2'5}{2}\right]$$

c) $$\left\{\frac{6}{x-5} = \frac{9}{12}\right\} \to 6 \cdot 12 = (x-5) \cdot 9 \to$$

$$\begin{cases} 72 = 9x - 45 \to \\ -9x = -45 - 72 \to -9x = -117 \to \end{cases}$$

$$\to \underline{x} = \frac{-117}{-9} = \underline{+13} \to \left[\frac{6}{13-5} = \frac{9}{12}\right] \to$$

$$\left[\frac{6}{8} = \frac{9}{12}\right] \to \text{PRUEBA: } 72 = 72$$

d) $$\left\{\frac{3-5x}{6} = \frac{2x+4}{8}\right\} \to (3-5x) \cdot 8 = 6 \cdot (2x+4) \to$$

$$24 - 40x = 12x + 24 \to -40x - 12x = 24 - 24 \to$$

$$-52x = 0 \to \underline{x} = \frac{0}{-52} = \underline{0} \to \left[\frac{3-5 \cdot 0}{6} = \frac{2 \cdot 0 + 4}{8}\right]$$

$$\to \left[\frac{3-0}{6} = \frac{0+4}{8}\right] \to \left[\frac{3}{6} = \frac{4}{8}\right] \to \text{PRUEBA: } 24 = 24$$

EJERCICIOS PARA RESOLVER

SOLUCIONES en las págs. 557, 558, 559 y 560.

1.- Escribe los nombres de cada uno de los elementos de las siguientes proporciones:

a) $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$ **b)** $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ **c)** $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ **d)** $\frac{12}{18} = \frac{10}{15}$

2.- ¿Cuáles de las siguientes igualdades forman proporción y cuáles no ?

a) $\frac{3}{12} = \frac{5}{20}$ **b)** $\frac{2}{4} = \frac{6}{8}$ **c)** $\frac{9}{10} = \frac{3}{4}$ **d)** $\frac{0'12}{0'18} = \frac{0'1}{0'15}$

3.- Expresa las razones que te piden en cada uno de los siguientes apartados:

a) En una botella de **2** litros de zumo de naranja que tiene 450 cm^3 de zumo puro, ¿cuál es la razón de zumo puro que hay?
b) En el **I.E.S.** "Meléndez Valdés" hay **500** chicas y **400** chicos. ¿Qué razón de chicas y chicos hay en el Instituto con respecto al total? ¿Y la de chicos respecto a chicas?
c) En el Primer Ciclo de la E.S.O. hay **132** alumnos y han aprobado todas las asignaturas **114** –hay muy buen nivel y son muy trabajadores-. ¿Cuál es la razón de suspensos?
d) Las plantillas de jugadores del F. C. Barcelona y del Real Madrid constan de **25** jugadores cada una, de los cuales **17 y 15,** respectivamente, son extranjeros. ¿Qué razón de españoles hay conjuntamente en los dos equipos?

4.- Escribe cómo se leen cada una de las siguientes proporciones:

a) $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$ **b)** $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ **c)** $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ **d)** $\frac{12}{18} = \frac{10}{15}$

5.- Forma proporciones con cada una de las siguientes igualdades:

a) $3 . 10 = 6 . 5$ **b)** $7 . x = 21 . 2$ **c)** $(5 – x) . 3 = 2 . 6$ **d)** $8 . x = – 4 . (1 – x)$

6.- Escribe de 8 formas diferentes cada una de las siguientes proporciones:

a) $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$ **b)** $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ **c)** $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ **d)** $\frac{12}{18} = \frac{10}{15}$

7.- Realiza los cambios necesarios para conseguir que la primera razón sea **x / y .**

a) $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ **b)** $\frac{3}{x} = \frac{6}{y}$ **c)** $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ **d)** $\frac{12}{18} = \frac{y}{x}$

8.- Halla la media proporcional en cada uno de los siguientes apartados en los que te dan los extremos:

a) 63 y 7 **b) 108 y 243** **c) 7 y 28** **d) 2'7 y 1'2**

9.- Halla la tercera proporcional en cada uno de los siguientes apartados (el 1 er nº es un extremo y el 2º los medios):

a) 5 y 10 **b) 0'8 y 5'76** **c) 27b y 9b** **d) 1'25 y 0'25x**

10.- Halla la cuarta proporcional a los tres números de cada uno de los siguientes apartados:

a) 3, 7 y 12 **b) 12, 39 y 28** **c) 0'24, 0'51 y 0'8** **d) 2x, 6x y 3**

11.- Encuentra proporciones en las que se cumplan los requisitos indicados en cada apartado:

a) Proporción continua con extremos **24** y **6.** **b)** Proporción normal con medios **10** y **15** y extremo **6.**
c) Proporción media prop. es **15** y extremo **25.** **d)** Una proporción que tenga por medios **12** y **5.**

12.- Dada una razón, encontrar una serie de **4** razones iguales. (**1º** encuentra una amplificando la inicial, y después aplicas la **2ª** propiedad de las proporciones) **a) 2 / 5** **b) 1 / 4** **c) 3 / 2** **d) 4 x / 3 x**

13.- Halla proporciones de acuerdo con los siguientes datos:

a) ¿Qué nº forma con 6 la misma razón que 10 con 12 ?
b) La relación de 5 y 8 es la misma que 15 con otro número. ¿ Cuál es dicho número ?
c) Dos números están en la misma razón que 3 con 7. Si uno de ellos es 18, ¿cuál es el otro ?
d) Diez es a quince como "x" es a 45. Calcula "x".

14.- Despeja y calcula el valor de la incógnita "x" en cada caso:

a) $\left\{\frac{3}{X} = \frac{15}{30}\right\}$ $\left\{\frac{X}{40} = \frac{5}{8}\right\}$ $\left\{\frac{12}{15} = \frac{X}{6}\right\}$ **b)** $\left\{\frac{0'6}{1'5} = \frac{1'2}{x}\right\}$ $\left\{\frac{10}{X} = \frac{25}{7'5}\right\}$ $\left\{\frac{18}{X-3} = \frac{6}{4}\right\}$

c) $\left\{\frac{30}{24} = \frac{X}{10}\right\}$ $\left\{\frac{5X+7}{12} = \frac{4}{-6}\right\}$ $\left\{\frac{2'5}{x} = \frac{0'2}{3'6}\right\}$ **d)** $\left\{\frac{4+3X}{2} = \frac{8-5X}{6}\right\}$ $\left\{\frac{X}{24} = \frac{18}{9'6}\right\}$ $\left\{\frac{20}{4'5} = \frac{2'4}{x}\right\}$

6.5.- Magnitudes.

Un recipiente tiene capacidad, un terreno tiene superficie, un cuerpo geométrico tiene volumen, una prenda de vestir tiene precio, un largo de piscina tiene longitud, todos los cuerpos tienen masa, etc. **La capacidad, superficie, volumen, precio, longitud y masa son magnitudes.**

Podemos considerar que una magnitud es un aspecto de la realidad que puede ser medido.

Concepto matemático de magnitud: una magnitud es un conjunto en el que se definen una igualdad, una suma y una ordenación. A los elementos de una magnitud que igualemos, sumemos u ordenemos los llamaremos cantidades de esa magnitud; así que para medir las magnitudes utilizamos unos elementos llamados cantidades.

Constante y frecuentemente, en la vida ordinaria estamos relacionando unas magnitudes con otras. Veamos.

✏ **A.-** El transporte de una mercancía de 20 toneladas a un determinado lugar cuesta 1600 €. En este ejemplo estamos relacionando la magnitud peso (masa) con la magnitud precio.

✏ **B.-** Para construir un edificio 12 obreros han empelado 30 días. Ahora relacionamos la magnitud nº de obreros con la magnitud tiempo (días).

✏ **C.-** Una niña mide 96 cm a los 6 años. En este caso, relacionamos las magnitudes estatura y edad.

✏ **D.-** Un hexaedro (cubo) de 4 cm de arista tiene un volumen de 64 cm^3. La longitud y el volumen.

✏ **E.-** Un vehículo tarda 4 horas en llegar a su destino a una velocidad media de 90 km/h. Esta relación es de la magnitud tiempo con la velocidad.

✏ **F.-** Una persona tarda 90 minutos en recorrer una distancia de 8 km. En este ejemplo relacionamos el tiempo (minutos) con el espacio (km).

Las relaciones de los seis ejemplos anteriores las podemos expresar de forma esquemática así:

A) 20 toneladas →→→→→→→→→→→ 1600 €
B) 12 obreros →→→→→→→→→→→ 30 días
C) 6 años →→→→→→→→→→→ 96 cm
D) 4 cm →→→→→→→→→→→ 64 cm^3
E) 90 km/h →→→→→→→→→→→ 4 horas
F) 90 minutos →→→→→→→→→→→ 8 km

Observemos detenidamente las seis preguntas siguientes:

A) ¿Cuánto costará el transporte de 40 toneladas a la misma distancia?

B) ¿Cuánto tardarán en construir el mismo edificio 6 obreros?

C) ¿Cuánto medirá la niña a los 12 años?

D) ¿Qué volumen tendrá un cubo de 8 cm de lado (arista)?

E) ¿Cuántas horas tardará el vehículo en recorrer la misma distancia a una velocidad media de 45 km/h?

F) ¿Qué espacio (km) recorrerá esa persona, al mismo ritmo, en 45 minutos?

Si queremos contestar adecuadamente a estas preguntas, deberemos saber no sólo que una magnitud depende de otra sino cómo dependen ambas magnitudes. A esa dependencia la llamamos criterio de proporcionalidad que existe entre las magnitudes. Veamos las contestaciones:

A) Si el transporte de 20 Tm cuesta 1600 €, el transporte de 40 Tm (EL DOBLE DE MERCANCIA) costará 3200 € (EL DOBLE DE PRECIO).

B) Si 12 obreros terminan la obra en 30 días, 6 obreros (LA MITAD) tardarán más. ¿Cuánto más? Pues exactamente 60 días (EL DOBLE).

C) Si una niña a los 6 años mide 96 cm, a los 12 años medirá más. ¿Pero cuánto más? Es evidente pensar que al doble de edad no tiene por qué tener el doble de estatura, es decir, que en este caso no existe una proporcionalidad entre las magnitudes estatura y edad. Medirá más, pero no lo sabemos, o sea, que no se puede establecer entre dichas cantidades una proporción porque no son magnitudes proporcionales.

D) Si un hexaedro tiene 4 cm de arista y 64 cm^3 de volumen, otro cubo que tenga 8 cm de arista tendrá, lógicamente, más volumen. ¿Pero cuánto más? Recordemos que para hallar el volumen se aplica esta fórmula: a^3. Así que el nuevo cubo tendrá 8^3 cm^3, o sea, 512 cm^3. Es evidente que al doble de arista no ha correspondido el doble de volumen. Así que tampoco en este ejemplo las magnitudes relacionadas son proporcionales. No hay proporcionalidad.

E) Si el vehículo va a una velocidad media de 90 km/h tarda en ir a un lugar 4 horas, al ir a una velocidad de 45 km/h (LA MITAD DE VELOCIDAD) tardará, lógicamente, 8 horas (EL DOBLE DE TIEMPO). Las magnitudes velocidad y tiempo sí están relacionadas proporcionalmente.

F) Si la persona recorre en 90 minutos 8 km, al mismo ritmo durante 45 minutos (LA MITAD DE TIEMPO) recorrerá 4 km (LA MITAD DE ESPACIO). Estas dos magnitudes tienen también una relación de proporcionalidad, aunque si te fijas observarás que esta proporcionalidad es distinta a la anterior (E). En la anterior, a la mitad de velocidad corresponde el doble de tiempo, y en ésta a la mitad de tiempo corresponde la mitad de espacio.

Bien, pues hagamos un esquema que nos aclare todo más:

A	20 Tm	⇒	1.600 €	Sí hay proporcionalidad.
	40 Tm	⇒	3.200 €	Al doble, el doble. Etc.

$$\left[\frac{2000}{4000} = \frac{16000}{32000}\right] \rightarrow$$ Entre las cantidades se puede establecer una PROPORCIÓN.

Las razones se igualan de forma DIRECTA, porque al doble corresponde el doble, a la mitad la mitad, etc., por eso las magnitudes son

DIRECTAMENTE PROPORCIONALES.

B	12 obreros	⇒	30 días	Sí hay proporcionalidad.
	6 obreros	⇒	60 días	A la mitad, el doble. Etc.

$$\left[\frac{12}{6} = \frac{60}{30}\text{ (la inversa)}\right] \rightarrow$$ Entre las cantidades se puede establecer una PROPORCIÓN.

Una razón se iguala a la inversa de la otra, porque a la mitad corresponde el doble, al doble la mitad, etc. O sea lo inverso, por eso las magnitudes de este ejemplo son

INVERSAMENTE PROPORCIONALES.

C	6 años	⇒	96 cm	NO hay proporcionalidad.
	12 años	⇒	? Cm	

$$\left[\frac{6}{12} \neq \frac{96}{?}\right] \rightarrow$$ No se puede establecer una PROPORCIÓN entre las cantidades.

No es posible saber la estatura dentro de "x" años.

Y aunque lo supiéramos, no hay proproción entre las cantidades, porque al doble de edad no tiene por qué tener el doble de estatura. Por eso las magnitudes

NO SON PROPORCIONALES.

D	4 cm	⇒	64 c. c.	NO hay proporcionalidad.
	8 cm	⇒	512 c. c.	

$$\left[\frac{4}{8} \neq \frac{64}{512}\right] \rightarrow$$ No hay PROPORCIÓN.

NO SON PROPORCIONALES.

E	90 minutos	⇒	4 horas	Sí hay proporcionalidad.
	45 minutos	⇒	8 horas	A la mitad, el doble. Etc.

$$\left[\frac{45}{90}\text{ (la inversa) } = \frac{4}{8}\right] \rightarrow$$ Entre las cantidades se puede establecer una PROPORCIÓN.

Una razón se iguala a la inversa de la otra, porque a la mitad corresponde el doble y al doble la mitad. O sea lo inverso, por eso las magnitudes de este ejemplo son

INVERSAMENTE PROPORCIONALES.

F	90 minutos	⇒	8 km	Sí hay proporcionalidad.
	45 minutos	⇒	4 km	A la mitad, la mitad. Etc.

$$\left[\frac{90}{45} = \frac{8}{4}\right] \rightarrow$$ Entre las cantidades se puede establecer una PROPORCIÓN.

Las razones se igualan de forma DIRECTA, porque al doble corresponde el doble, a la mitad la mitad, etc., por eso las magnitudes son

DIRECTAMENTE PROPORCIONALES.

En este tema vamos a estudiar las relaciones entre magnitudes que sean proporcionales, sean éstas directas o inversas.

Así que veamos más detenidamente ambas.

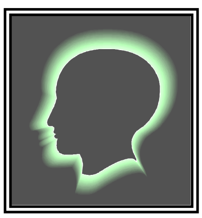
MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

☞ Dos magnitudes son directamente proporcionales si se verifica (siempre) que cuando una cantidad correspondiente a una de ellas varía la otra cantidad correspondiente de la otra magnitud experimenta **una variación idénticamente proporcional y en el mismo sentido**.

☞ Dicho de otra manera, dos magnitudes son directamente proporcionales cuando la razón de dos cantidades cualesquiera de una de las magnitudes y la razón de las cantidades correspondientes de la otra magnitud **forman una proporción**.

☞ O también, dos magnitudes son directamente proporcionales si **al multiplicar o dividir una cantidad cualquiera de una de ellas por un número la cantidad correspondiente de la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número**.

Como sabemos, nos parecemos algo, o mucho, según quién y cómo, a los animales. En realidad procedemos de ellos, ¿cómo no nos vamos a parecer? También es cierto que nos diferenciamos de ellos en cosas esenciales. Y uno de los aspectos fundamentales en los que nos distinguimos de los animales es porque el ser humano tiene capacidad para dominarse a sí mismo. Realmente, si alguien no es capaz de ejercitar esta virtud primordial, podríamos decir que falla algo substancial de su persona, porque el dominio de sí mismo es la raíz de todas las demás virtudes que tengamos o lleguemos a poseer.



¿Sabes tú dominarte ya en algunas o en muchas ocasiones, o todavía casi nunca?

Ejemplos de magnitudes directamente proporcionales:

1) Si relacionamos la magnitud peso (masa) de naranjas y la magnitud precio, tomando distintas cantidades de una y sus correspondientes de la otra **(1 kg → 1’40 €, 2 kg → 2’80 €, 3 kg → 4’20 €, 0’50 kg → 0’70 €, 2’90 kg → 4’06 €, 35 kg → 49 €, etc.)**, veremos que al formar una razón con dos cantidades del peso se establece una proporción con la razón de las cantidades que corresponden en el precio. Estas magnitudes son directamente proporcionales. Comprueba tú con otras razones además de éstas:

$$\left[\frac{1\ (\text{kg})}{2\ (\text{kg})} = \frac{1'4\ (€)}{2'8\ (€)}\right];\left[\frac{2'9\ (\text{kg})}{0'5\ (\text{kg})} = \frac{4'06\ (€)}{0'7\ (€)}\right]$$

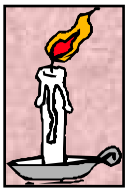
$$\left[\frac{2\ (\text{kg})}{35\ (\text{kg})} = \frac{2'8\ (€)}{49\ (€)}\right];\left[\frac{1\ (\text{kg})}{0'5\ (\text{kg})} = \frac{1'4\ (€)}{0'7\ (€)}\right]$$

2) Si relacionamos la magnitud longitud del lado de un cuadrado y la magnitud superficie de dicho cuadrado, tomando distintas cantidades de una y sus correspondientes de la otra **(1 m → 1 m^2, 2 m → 4 m^2, 3 m → 9 m^2, 4 m → 16 m^2, 12 dm → 144 dm^2, 0’5 hm → 0’25 hm^2, 0’8 km → 0’64 km^2, 20’3 mm → 412’09 mm^2, etc.)**, veremos que al formar una razón con dos cantidades cualesquiera de la longitud y otra razón con las correspondientes de la superficie, NO es posible establecer una proporción. O sea, estas magnitudes no son proporcionales. Comprueba tú con otras razones además de éstas:

$$\left[\frac{1\ (\text{m})}{2\ (\text{m})} \neq \frac{1\ (\text{m}^2)}{4\ (\text{m}^2)}\right];\left[\frac{4\ (\text{m})}{0'5\ (\text{m})} \neq \frac{16\ (\text{m}^2)}{0'25\ (\text{m}^2)}\right]$$

$$\left[\frac{1'2\ (\text{dm})}{5\ (\text{dm})} \neq \frac{1'44\ (\text{dm}^2)}{25\ (\text{dm}^2)}\right];\left[\frac{6\ (\text{cm})}{3\ (\text{cm})} \neq \frac{36\ (\text{cm}^2)}{9\ (\text{m}^2)}\right]$$

Estamos inmersos casi todos en un ritmo tan acelerado de vida, en un abanico tan amplio, diverso y complejo de medios y en un déficit tan significativo de valores universales, que apenas nos queda tiempo para esas actitudes que riegan nuestro espíritu y lo impregnan de sentido de la vida y deleite moral. Cada vez perseguimos menos cosas de ese “jardín” intelectual y más de ese “desierto” de cosas vanas, materiales, cómodas y casi siempre a medio y largo plazo nocivas.



Intenta reflexionar sobre lo saludable que es la búsqueda de la serena belleza de las cosas pequeñas, sencillas, cotidianas, de ésas que viven cada día a nuestro lado y nos pasan inadvertidas porque hemos perdido casi todo el tacto que nos ayudaba a descubrirlas.

Vivimos en una sociedad tan materializada que es muy difícil cultivar ese tacto a través del cual se conecta con lo espiritual, con verdaderos valores que mantengan la llama de aquello que verdaderamente perdura. Pero no te rindas si se apaga y vuelve a apagar la “llama”, el mantener la tensión y la lucha te acercará más a ese “jardín” moral.

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si se verifica (siempre) que cuando una cantidad correspondiente a una de ellas varía la otra cantidad correspondiente de la otra magnitud experimenta una variación en sentido inverso.

Dicho de otra manera, dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando la razón de dos cantidades cualesquiera de una de las magnitudes y la **razón inversa** de las cantidades correspondientes de la otra magnitud forman una proporción.

O también, dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar una cantidad cualquiera de una de ellas por un número la cantidad correspondiente de la otra queda multiplicada por el mismo número, y si dividimos una cantidad cualquiera de una de ellas por un número la cantidad correspondiente de la otra queda dividida por el mismo número. Ejemplos:

3) Si relacionamos el número de obreros (personal) y la magnitud tiempo que tardan en hacer una obra, tomando distintas cantidades de una y sus correspondientes de la otra **(30 obreros → 120 días, 15 obreros → 240 días, 60 obreros → 60 días, 5 obreros → 720 días, etc.)**, veremos que al formar una razón con dos cantidades de obreros se establece una proporción con la razón inversa de las cantidades que corresponden a los días. Estas magnitudes son inversamente proporcionales. Comprueba tú con otras razones además de éstas:

$$\left[\frac{30\ (\text{obreros})}{15\ (\text{obreros})} = \frac{240\ (\text{días})}{120\ (\text{días})}\right];\left[\frac{45\ (\text{obreros})}{10\ (\text{obreros})} = \frac{360\ (\text{días})}{80\ (\text{días})}\right]$$

4) Si relacionamos la capacidad litros por minuto que echa un grifo con el tiempo que tarda en llenar un depósito, tomando distintas cantidades de una y sus correspondientes de la otra **(50 ℓ/min. → 20 min., 25 ℓ/min. → 40 min., 80 ℓ/min. → 12’5 min., 10 ℓ/min. → 100 min., etc.)**, veremos que al formar una razón con dos cantidades del caudal del grifo se establece una proporción con la razón inversa de las cantidades que corresponden al tiempo empleado en llenar el depósito. Estas magnitudes son inversamente proporcionales. Comprueba tú con otras razones además de éstas:

$$\left[\frac{50\ (\ell/\text{min})}{10\ (\ell/\text{min})} = \frac{100\ (\text{min})}{20\ (\text{min})}\right];\left[\frac{5\ (\ell/\text{min})}{125\ (\ell/\text{min})} = \frac{8\ (\text{min})}{200\ (\text{min})}\right]$$

EJERCICIOS SOBRE PROPORCIONALIDAD DE MAGNITUDES

1.- Indica, analizando tu explicación, si cada par de magnitudes relacionadas en los siguientes apartados son directa o inversamente proporcionales.

- **a)** La edad de una persona y su estatura.
- **b)** La velocidad de un coche y el espacio que ha recorrido.
- **c)** Una cantidad de canicas (bolindres) y su precio.
- **d)** La velocidad de una moto y el tiempo que tarda en llegar a un determinado lugar.
- **e)** El peso de una persona y su edad.
- **f)** La cantidad de dinero invertida en una empresa y los beneficios obtenidos.
- **g)** La sombra de un edificio y su altura.
- **h)** La cantidad de ganado y el tiempo para el que tienen alimento comiendo la misma ración diaria.
- **i)** El número de envases de leche y su coste.
- **j)** La arista de un cubo (hexaedro) y su volumen.

2.- En una relación entre dos magnitudes directamente proporcionales se ha obtenido un valor de la 1ª magnitud que es el triple que el valor inicial conocido. ¿Qué sabes decir del valor nuevo correspondiente a la 2ª magnitud?

3.- Al estudiar la relación entre dos magnitudes, observas que hay casos en los que se establece una proporcionalidad directa, sin embargo, hay unos pocos casos de ciertas cantidades de esas magnitudes que no cumplen esas condiciones. ¿Existe proporcionalidad? ¿Si existe (i), de qué clase es?

4.- Pon un ejemplo de dos magnitudes, no mencionadas antes, que sean directamente proporcionales e indica cuál es el factor de proporción.

5.- ¿Cómo llamamos a los elementos que forman las magnitudes?

6.- ¿Sabrías poner un ejemplo, que no aparezca ya explicado anteriormente en las fichas, de dos magnitudes que no sean proporcionales?

7.- ¿Cómo es la relación de proporcionalidad entre el volumen de una determinada sustancia y su peso correspondiente?

8.- ¿Existe proporcionalidad entre el grosor de un cable y su longitud, entendiendo que el cable siempre pesa lo mismo? Si es así, ¿qué clase de proporcionalidad es?

9.- Piensa en un ejemplo de dos magnitudes que sean inversamente proporcionales, lo escribes y explicas brevemente por qué esa relación es inversa. No vale ningún ejemplo citado anteriormente, en estos ejercicios o en páginas anteriores.

10.- En los siguientes apartados hay ejemplos de relación de magnitudes. Una de esas relaciones es directa, otra inversa y en otra no existe proporcionalidad. Indica cuál es cada caso y explica de forma concisa por qué es la relación así.

- **a)** El número de postes que cierra una finca y la distancia entre ellos.
- **b)** La superficie de una provincia y su población.
- **c)** Los kilómetros de viaje en una excursión y el precio del autobús.

6.6.- Aplicaciones de la proporcionalidad numérica

1) Problemas de reglas de tres simples.
2) Porcentajes (%).
3) Reglas de tres compuestas.
4) Repartos proporcionales.
5) Interés simple.

Hay otras, pero en este libro sólo veremos éstas, porque son las más utilizadas.

En la adolescencia y juventud no sólo hay que estudiar; hay que dedicar tiempo a los amigos, a los juegos, al deporte, a disfrutar de la naturaleza, a divertirse, a escuchar música, a ver la tele –pero poco y de forma selectiva–, a la familia y a otras cosas diversas que cada uno tiene en su agenda. Mas una cosa hay que quedar muy clara: **lo prioritario es estudiar**, o lo que es lo mismo, tu trabajo. Aunque no te suene bien esta palabra a esta edad, **tu trabajo es dedicar el tiempo necesario al estudio**. Lo que quiere decir que si a veces no tienes tiempo para todo lo que tú quisieras, lo último a lo que debes restarle tiempo es al estudio.

Esto es así, pero luego cada cual lo adapta a sus intereses y/o a sus comodidades. De acuerdo con las prioridades que vayas dando a tus diversos campos, así será tu futuro. O sea, que **cada uno se va labrando su futuro desde los años en los que le toca decidir cuál es el orden en que pone las distintas actividades en las cuales se va desarrollando**, y :

- A más esfuerzo → Mejor recompensa (futuro).
- A más comodidad, mejor vida, más diversiones y menos lucha por mejorar y superar las dificultades → Menos recompensa, menos frutos y éxitos en el porvenir.

6.7.- Problemas de reglas de tres simples.

Este tipo de problemas se da cuando existe una relación (directa o inversa) entre dos magnitudes proporcionales y se conocen tres cantidades: dos de la primera magnitud y una de la segunda magnitud (correspondiente a una de las anteriores). **El problema consiste en hallar una cuarta cantidad que forme proporción con las tres anteriores**, y que sea correspondiente a una de las dos cantidades primeras.

Para resolver las reglas de tres simples se establece la proporción, según sean las magnitudes directa o inversamente proporcionales.

Veamos algunos ejemplos resueltos.

1.– ¿Cuánto costarán 24 televisores si 18 televisores valen 9000 euros?

⊗ Planteamiento de la regla de tres:

$$\left\{\begin{array}{lcl} 18 \text{ televisores} & \xrightarrow{\ \mathbf{D}\ } & 9000\ € \\ 24 \text{ televisores} & \cdots\cdots\cdots & \text{"x"}\ € \end{array}\right\}$$

También se puede plantear así:

$$\left\{\begin{array}{lcl} 24 \text{ televisores} & \xrightarrow{\ \mathbf{D}\ } & \text{"x"}\ € \\ 18 \text{ televisores} & \cdots\cdots\cdots & 9000\ € \end{array}\right\}$$

Observa que hemos puesto una "D". Quiere decir que la regla de tres es DIRECTA. Saber si la relación es directa o inversa es lo que seguramente te resulte más difícil, al menos al principio. Te ayudo:

Hay que decirse mentalmente: si multiplico el nº de televisores queda multiplicado el precio igualmente, o si divido la cantidad de televisores, pues igualmente quedará dividido el coste. O sea, si compras el doble vale el doble, si compras la mitad la mitad, al triple el triple, etc. Así descubrimos que las magnitudes de este problema son **directamente proporcionales**.

Así que para resolverlo, como es directa, igualamos las razones directamente (como están):

$$\left[\frac{18}{24} = \frac{9000}{x}\right] \rightarrow \quad 18\,x = 24 \cdot 9000 \rightarrow x = \frac{24 \cdot 9000}{18} = \quad x = \frac{216000}{18} = 12000\ €$$

Solución: **Los 24 telev. costarán 12000 €**

Bueno, no te asustes pensando que en cada problema hay que hacer todo esto tan extenso. Este ejemplo ha ocupado tanto por las explicaciones; cuando los hagamos normalmente, verás que queda bastante más reducido.

2.– Un ganadero tiene pienso suficiente para alimentar 220 corderos durante 45 días. ¿Cuántos días podrá alimentar, con las mismas condiciones y la misma cantidad de pienso, a 450 corderos?

⊗ Planteamiento de la regla de tres:

$$\left\{\begin{array}{lcl} 220 \text{ corderos} & \xrightarrow{\ \mathbf{I}\ } & 45 \text{ días} \\ 450 \text{ corderos} & \cdots\cdots\cdots & \text{"x" días} \end{array}\right\}$$

Estudiemos la relación. Si tenemos el doble de corderos, pues tendremos para la mitad de días, y si tenemos la mitad, pues podremos darle de comer el doble. Así descubrimos que las magnitudes de este problema son **inversamente proporcionales**.

Para resolverlo, como es inversa, igualamos una razón a la inversa de la otra:

$$\left[\frac{450}{220} = \frac{45}{x}\right] \rightarrow \quad 450 \cdot x = 220 \cdot 45 \rightarrow x = \frac{220 \cdot 45}{450} = \quad x = \frac{9900}{450} = 22 \text{ días}$$

Solución: **Podrá alimentarlos 22 días**

NOTA: Fíjate que al resolverla hemos colocado la razón inversa de la 1ª magnitud (corderos), la que no lleva la incógnita, pero se puede hacer también poniendo la inversa de la 2ª magnitud (días). Sin embargo, yo te aconsejo que te habitúes a poner la inversa de la razón que no lleve la incógnita ("x"), porque en las reglas de tres compuestas, al resolverlas, como veremos más adelante, la razón que contiene a la "x" se mantiene igual, y son las otras, si son inversas, las que cambiarán.

3.– Una rueda de un coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 2 horas y 24 minutos?

⊗ Ajuste previo: 2 horas 24 minutos = 144 min.

$$\left\{\begin{array}{lcl} 4590 \text{ vueltas} & \xrightarrow{\ \mathbf{D}\ } & 9 \text{ minutos} \\ x \text{ vueltas} & \cdots\cdots\cdots & 144 \text{ min.} \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{4590}{x} = \frac{9}{144}\right] \rightarrow \quad 4590 \cdot 144 = x \cdot 9 \rightarrow x = \frac{4590 \cdot 144}{9} = \quad x = \frac{660960}{9} = 73440 \text{ vueltas}$$

Solución: **La rueda dará 73440 vueltas.**

4.– Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántas horas necesitarán 12 hombres para realizar el mismo trabajo?

$$\left\{\begin{array}{lcl} 3 \text{ hombres} & \xrightarrow{\ \mathbf{I}\ } & 24 \text{ días} \\ 12 \text{ hombres} & \cdots\cdots\cdots & x \text{ días} \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{12}{3} = \frac{24}{x}\right] \rightarrow 12 \cdot x = 3 \cdot 24 \rightarrow x = 6 \text{ días}$$

⊗ Ajuste final: 6 días → 6 . 24 = 144 horas.

Solución: **Lo harán en 144 horas.**

5.– Un vehículo, a 60 km/h de velocidad media, recorrió la distancia entre dos ciudades en 1 hora y 40 minutos. Si hace el mismo recorrido a 80 km/h, ¿cuántos minutos tardará?

⊗ Ajuste previo: 1 h 40 min = 100 min

$$\left\{ \begin{array}{lcr} 60 \text{ km/h} \ldots\ldots & \underline{\text{I}} & \ldots\ldots 100 \text{ minutos} \\ 80 \text{ km/h} \ldots\ldots & & \ldots\ldots \text{x minutos} \end{array} \right\}$$

$$\left[\frac{80}{60} = \frac{100}{x} \right] \rightarrow 80 \cdot x = 60 \cdot 100 \rightarrow x = 75 \text{ min.}$$

Solución: Tardará 75 minutos.

6.– Un automóvil suele gastar de media unos 6'5 litros por cada 100 km. Averigua cuántos "ml" habrá gastado en recorrer 2750 hm.

⊗ Ajuste previo: 2750 hm → 2750:10 = 275 km

$$\left\{ \begin{array}{lcr} 275 \text{ km} \ldots\ldots & \underline{\text{D}} & \ldots\ldots \text{x litros} \\ 100 \text{ km} \ldots\ldots & & \ldots\ldots 6'5 \text{ litros} \end{array} \right\}$$

$$\left[\frac{275}{100} = \frac{x}{6'5} \right] \rightarrow 275 \cdot 6'5 = 100 \cdot x \rightarrow x = 17'875 \text{ litros}$$

⊗ Ajuste final: 17'875 ℓ → 17875 mililitros

Solución: Gastará 17875 mℓ.

7.– Si con 400 kg de harina se elaboran 500 kg de pan, calcula la harina que se necesita para hacer un pan de 160 gramos.

⊗ Ajuste previo: { ◦ 400 kg → 400000 gramos; ◦ 500 kg → 500000 gramos }

$$\left\{ \begin{array}{lcr} \text{"x" g} \ldots\ldots & \underline{\text{D}} & \ldots\ldots 160 \text{ g} \\ 400000 \text{ g} \ldots\ldots & & \ldots\ldots 500000 \text{ g} \end{array} \right\}$$

$$\left[\frac{x}{400000} = \frac{160}{500000} \right] \rightarrow x = 128 \text{ gramos}$$

Solución: Para el pan se necesitan 128 g.

8.– Seis grifos llenan un depósito en 4 horas. ¿Cuántos grifos necesitamos para llenarlo en 180 minutos?

Lógicamente con grifos iguales y echando agua al mismo ritmo.

⊗ Ajuste previo: 180 min. → 3 horas

$$\left\{ \begin{array}{lcr} 6 \text{ grifos} \ldots\ldots & \underline{\text{I}} & \ldots\ldots 4 \text{ horas} \\ \text{x grifos} \ldots\ldots & & \ldots\ldots 3 \text{ horas} \end{array} \right\}$$

$$\left[\frac{6}{x} = \frac{3}{4} \right] \rightarrow x = 8 \text{ grifos}$$

Solución: 8 grifos lo llenan en 3 horas.

6.8.- Problemas de porcentajes (%).

Los problemas de este tipo surgen muy habitualmente en comercios, tiendas de electrodomésticos, grandes almacenes, ventas de coches, ingresos o préstamos en Bancos o Cajas de Ahorros, en la Bolsa de Valores, en estadísticas, etc. En estas situaciones **hay siempre un número, llamado tanto por ciento, que expresa la rebaja o recargo que corresponde a 100, por eso se llama "... por ciento", que como sabes se expresa con este símbolo: %.**

- Cuando en una tienda anuncian rebajas del **15 %** en sus artículos, eso quiere decir que por cada 100 que cueste algo que compremos sólo pagaremos 85 (100 – 15). O sea, que nos hacen un **descuento** del 15 %.

- Cuando se pide un préstamo a un Banco o Caja de ahorros, si nos lo conceden, lo hacen con la condición de tener que devolverles el dinero prestado más una cierta cantidad de más, que son los intereses. Es decir, si nos prestan 100.000 € al **12 %,** pues al final, cuando paguemos todo, habremos pagado 12 € más por cada 100 que nos prestaron. Haciendo cuentas comprobamos que en total devolvemos 112.000 €, 100.000 € + 12.000 € (%). Esos 12.000 € corresponden a los **intereses**, que es justamente el 12 por ciento del préstamo que nos hizo el Banco (100.000 €).

Para resolver los problemas de tantos por cientos lo haremos como en las reglas de tres, estableciendo una proporción. Hay que tener en cuenta que en todos los problemas de porcentajes las reglas de tres son siempre directas.

Los problemas de tantos por cientos pueden ser de dos tipos:

A) Cuando **nos dan el %** y nos piden una cantidad.
B) Cuando nos dan las cantidades y **nos piden el %.**

Al principio resolveremos los porcentajes con reglas de tres simples, pero poco a poco hay que ir habituándose y dominando la resolución de estos problemas aplicando la fórmula que explicaremos a continuación, después de conocer una serie de conceptos porcentuales (composiciones o distribuciones calculadas o expresadas en tantos por cientos). Cuando practiques los % con la fórmula verás que se resuelven de forma más rápida y práctica.

1) Un porcentaje es una fracción (razón).

Lo que quiere decir que disponemos de dos términos para relacionar: numerador (antecedente) y denominador (consecuente). Por tanto, podemos expresar un porcentaje en forma decimal, obtenida al dividir numerador entre denominador. Ejemplos:

$$20\ \% \rightarrow \frac{20}{100} = 20 : 100 = 0'20 = 0'2$$

$$75\ \% \rightarrow \frac{75}{100} = 75 : 100 = 0'75$$

2) Cuando a una cantidad hay que descontarle (quitarle) un porcentaje (%), decimos que existe una disminución porcentual.

Cuando a una cantidad hay que añadirle (sumarle) un porcentaje (%), decimos que existe un aumento porcentual.

EJEMPLO 1 de disminución porcentual:

⊗ Unas rebajas del 15 % son en realidad una disminución porcentual del 15 %. Lo que quiere decir que de cada 100 pagaremos 85 (100 – 15).

$$100\ \% - 15\ \% = 85\ \% \rightarrow \frac{85}{100} = \underline{0'85}$$

Una disminución porcentual del 15 % equivale a multiplicar por 0'85.

Problema.– Si nos hacen una rebaja del 15 % al comprar una calculadora científica que vale 60 €, ¿cuánto nos costará?

⊗ Rebaja del 15 % → Disminución porcentual:

$$100\ \% - 15\ \% = 85\ \% \rightarrow \frac{85}{100} = \underline{0'85}$$

⊗ 0'85 es el número decimal clave de la disminución porcentual, que se multiplica por el precio:

$$\underline{60 \ .\ 0'85 = 51\ €}$$

⊗ Solución → La calculadora nos cuesta 51 €.

Ahora vamos a resolverlo con regla de tres:

⊗ Ajuste previo: 100 % – 15 % = 85 %

$$\left\{\begin{array}{lcl} 100 \ \ldots\ldots\ldots & \underline{\mathrm{D}} & \ldots\ldots\ldots\ 85\ (\text{pago}) \\ 60\ € \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \text{"x"}\ \ € \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{100}{60} = \frac{85}{x}\right] \rightarrow x = \frac{60 \ .\ 85}{100} = 51\ €$$

Solución → Lógicamente la misma: 51 €.

EJEMPLO 2 de aumento porcentual:

⊗ Una subida de precio del 5 % es un aumento porcentual del 5 %. Lo que quiere decir que de cada 100 pagaremos 105 (100 + 5).

$$100\ \% + 5\ \% = 105\ \% \rightarrow \frac{105}{100} = \underline{1'05}$$

Un aumento porcentual del 5 % equivale a multiplicar por 1'05.

Problema.– La gasolina, que casi nunca sube de precio (¡), ha subido un 5 %. ¿Cuánto vale un litro de gasolina si antes de la subida costaba 0'912 €?

⊗ Subida del 5 % → Aumento porcentual:

$$100\ \% + 5\ \% = 105\ \% \rightarrow \frac{105}{100} = \underline{1'05}$$

⊗ 1'05 es el número decimal clave del aumento porcentual, que se multiplica por el precio inicial:

$$\underline{0'912 \ .\ 1'05 = 0'9576\ €/\ell}$$

Redondeando → 0'958 €/ℓ

⊗ S → El litro de gasolina valdrá 0'958 €.

Ahora vamos a resolverlo con regla de tres:

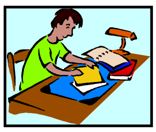
⊗ Ajuste previo: 100 % + 5 % = 105 %

$$\left\{\begin{array}{lcl} 100 \ \ldots\ldots\ldots & \underline{\mathrm{D}} & \ldots\ldots\ldots\ 105\ (\text{pago}) \\ 0'912\ € \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \text{"x"}\ \ € \end{array}\right\}$$

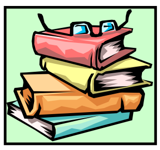
$$\left[\frac{100}{0'912} = \frac{105}{x}\right] \rightarrow x = 0'9576\ €/\ell$$

Solución → Lógicamente la misma 0'958 €/ℓ.

En realidad, en la vida, entre otras cosas muy difíciles está el saber soportar con una cierta alegría y aguante las cargas que ineludiblemente se nos van a ir presentando. Pero sin lugar a dudas esa capacidad constituye el "alimento" más completo y la mejor "vitamina" para acercarse a la plena realización de uno mismo.



Traspasando lo comentado al estudio, diremos que un joven se aproxima a ser un buen estudiante cuando ha aprendido a aguantar el esfuerzo en las muchas horas, días y años que deberá ejercer su trabajo como tal. La primera condición del estudiante que se precie de ello es su constancia para soportar la fatiga; el rendimiento viene en segundo lugar. Desde luego no es fácil, pero añadirle una sonrisa a tu estudio es darle más fuerza vital, hacerlo más llevadero y, sobre todo, impregnarlo de eficacia.



3) Llamaremos **Factor de Variación** (coeficiente de variación porcentual) al número decimal obtenido al restar (disminución) o sumar (aumento) el % a la referencia inicial, que siempre es 100 (%).

En los ejemplos anteriores (1 y 2), los factores (coeficientes) de variación porcentual son **0 ' 85 y 1 ' 05.**

Como podemos observar en los dos problemas resueltos, para hallar las respuestas solicitadas, o sea, los nuevos precios o valores, se multiplica siempre el factor de variación porcentual por el precio o valor inicial.

Así que ya tenemos **la fórmula "mágica"** que nos va a resolver de forma rápida y práctica los problemas de porcentajes.

Valor Inicial	.	Factor de Variación	=	Valor Nuevo

Abreviadamente la escribiremos así :

VI . FV = VN

EJEMPLOS sobre el factor de variación:

1) Para hallar el precio de algo rebajado un 20 %, multiplicamos el precio marcado por el factor de variación, que es 0'80. Veamos:

$100\ \% - 20\ \% = 80\ \% \rightarrow \frac{80}{100} = 0'80 \rightarrow$ F.V.

2) Para hallar el precio de algo que ha subido un 9 %, multiplicamos el precio marcado por el factor de variación, que es 1'09. Veamos:

$100\ \% + 9\ \% = 109\ \% \rightarrow \frac{109}{100} = 1'09 \rightarrow$ F.V.

3) Un aumento en el precio del 225 % de algo corresponde a un factor de variación del 3'25. Veamos:

$100\ \% + 225\ \% = 325\ \% \rightarrow \frac{325}{100} = 3'25 \rightarrow$ F.V.

4) Ejercicios para el **cálculo del Factor de Variación**.

Aumentos o disminuciones porcentuales	Cálculo del Factor de Variación	Fórmula del %
40 % (ascenso)	$100\ \% + 40\ \% = 140\ \% \rightarrow \frac{140}{100} = 1'4$	VI . 1'4 = VN
6 % (abaratamiento)	$100\ \% - 6\ \% = 94\ \% \rightarrow \frac{94}{100} = 0'94$	VI . 0'94 = VN
300 % (aumento)	$100\ \% + 300\ \% = 400\ \% \rightarrow \frac{400}{100} = 4$	VI . 4 = VN
35 % (bajada)	$100\ \% - 35\ \% = 65\ \% \rightarrow \frac{65}{100} = 0'65$	VI . 0'65 = VN

30 % (depreciación)	Ejercicio nº 5	100 % (subida)	Ejercicio nº 11
25 % (descuento)	Ejercicio nº 6	200 % (incremento)	Ejercicio nº 12
50 % (crecimiento)	Ejercicio nº 7	0'25 % (tasa)	Ejercicio nº 13
20 % (rebaja)	Ejercicio nº 8	0'05 % (devaluación)	Ejercicio nº 14
10 % (reducción)	Ejercicio nº 9	2'75 % (descenso)	Ejercicio nº 15
5 % (impuesto)	Ejercicio nº 10	112'5 (ampliación)	Ejercicio nº 16

5) Ejercicios para el cálculo, con la fórmula, del tanto por ciento realizado (%).

Si conocemos que:	¿Qué % se ha realizado?
VI (Valor Inicial) = **850** y **VN** (Valor Nuevo) = **782**	$\underbrace{850}_{VI} \cdot \underbrace{x}_{FV} = \underbrace{782}_{VN}$ (VI . FV = VN) $\rightarrow x = \frac{VN}{VI} = \frac{782}{850} = 0'92$ (FV) $\rightarrow \frac{92}{100} \rightarrow$ 92 % (paga) → 100 % – 92 % = **8 % (rebaja)**
VI (Valor Inicial) = **12450** y **VF** (Valor Final) = **14442**	$\underbrace{12450}_{VI} \cdot \underbrace{x}_{FV} = \underbrace{14442}_{VF}$ (VI . FV = VF) $\rightarrow x = \frac{VF}{VI} = \frac{14442}{12450} = 1'16$ (FV) $\rightarrow \frac{116}{100} \rightarrow$ 116 % (pagó) → 116 % – 100 % = **16 % (subida)**
VI (Valor Inicial) = **6400** y **VF** (Valor Final) = **6224**	VI . FV = VF; 6400 . x = 6224 $\rightarrow x = \frac{VF}{VI} = \frac{6224}{6400} = 0'9725$ (FV) $\rightarrow \frac{97'25}{100} \rightarrow$ 97'25 % (pagó) → 100 % – 97'25 % = **2'75 % (descenso)**
VI = 372 y **VN = 388'74**	VI . FV = VN; 372 . x = 388'74 $\rightarrow x = \frac{VN}{VI} = \frac{388'74}{372} = 1'045$ (FV) $\rightarrow \frac{104'5}{100} \rightarrow$ 104'5 % (pagó) → 104'5 % – 100 % = **4'5 % (aumento)**
VI = 160 y **VN = 144**	Ejercicio nº 5
VI = 7825 y **VN = 9703**	Ejercicio nº 6
VI = 48600 y **VF = 46899**	Ejercicio nº 7
VI = 906400 y **VN = 908666**	Ejercicio nº 8
VI = 504 y **VF = 378**	Ejercicio nº 9
VI = 21360 y **VN = 22428**	Ejercicio nº 10

6) ¿Cómo calcular porcentajes con la calculadora?

Los tantos por cientos (%) se calculan con la tecla [%]. Pongamos unos ejemplos:

a) Calcular el 90 % de 270000 €.

Lo haremos siguiendo este orden de teclas:

270000 [X] 90 [%] ➠ 243000 €

b) Calcular el 115 % de 690000 habitantes.

Lo haremos siguiendo este orden de teclas:

690000 [X] 115 [%] ➠ 793500 hab.

c) Calcular el 0'75 % de 6000 metros.

Lo haremos siguiendo este orden de teclas:

6000 [X] 0'75 [%] ➠ 45 metros

d) Calcular el valor real de una finca que vale 750.000 € si nos rebajan un 15 %.

Para calcular el valor real debemos multiplicar el factor de variación porcentual por el precio marcado.

$$100\ \% - 15\ \% = 85\ \% \rightarrow \frac{85}{100} = 0'85\ \ (FV)$$

Lo haremos siguiendo este orden de teclas:

750000 [X] 0'85 ➠ 637500 €

e) Calcular el coste real de un equipo musical que está marcado en 1120 € sin I.V.A.

NOTA: **El famoso I.V.A.**, que significa **Impuesto sobre el Valor Añadido**, es un impuesto que pagamos los consumidores y que se aplica a los precios de productos y servicios. Este **% de I.V.A.** que se carga en los precios de venta no es el mismo para todos los productos ni en todas las épocas. Ahora, en el tiempo en que estoy realizando estas fichas, el I.V.A. que se aplica a una mayoría de productos es el **16 %,** aunque en ciertos productos, como los farmacéuticos, el I.V.A. es sólo del 4 %.)

Para calcular el valor real debemos multiplicar el factor de variación porcentual por el precio marcado.

$$100\ \% + 16\ \% = 116\ \% \rightarrow \frac{116}{100} = 1'16\ \ (FV)$$

Lo haremos siguiendo este orden de teclas:

1120 [X] 1'16 ➠ 1299'20 €

f) Hay muchas ocasiones en las que comerciantes, dependientes de tiendas, empleados de banca, accionistas, etc., tienen que efectuar las mismas **operaciones de porcentajes a muchas cantidades**. Es decir, que hay que calcular el % de cada cantidad e ir añadiéndoselo a cada importe o valor repetidas veces. Para que estas operaciones no sean muy "cansinas" utilizaremos la tecla de memoria. Ejemplo:

Calcular el coste de seis artículos a los que hay que añadir el I.V.A. (16 %).

Para calcular el valor real de cada artículo sabemos que hay que multiplicar el factor de variación porcentual por el precio marcado.

$$100\ \% + 16\ \% = 116\ \% \rightarrow \frac{116}{100} = 1'16\ \ (FV)$$

Para no repetir muchas veces la misma operación haremos lo siguiente:

☞ Pasamos el coeficiente o factor de variación a la MEMORIA, cuya tecla es → [M], con lo cual la calculadora se guarda en su memoria 1'16, que es el factor repetitivo de cada artículo. Después ya calculamos el coste real de cada uno.

Lo haremos siguiendo este orden de teclas:

1'16 [M +] 3500 [X] [MR] [=] ➠ 4060 €

A continuación sólo marcaremos cada cantidad con las teclas de producto y memoria y vamos obteniendo todos los costes reales de cada uno de los múltiples artículos.

8600 [X] [MR] [=] ➠ 9976 €

. . . Y ASÍ SUCESIVAMENTE . . .

Todavía queda tiempo para las **vacaciones de verano**. Sólo el mero hecho de pensar en ellas te alegra, ¿verdad? Es lógico, sobre todo para aquellos alumnos que han rendido a lo largo del curso. Cuando uno siente que ha aprovechado el año, que ha sido responsable y que se ha esforzado tiene la necesidad y el derecho a disfrutar de unas buenas vacaciones, y la satisfacción del deber cumplido le hará gozar todavía más de ese descanso.

Sinceramente, ¿crees que te mereces unas vacaciones?

Problemas de porcentajes resueltos con la fórmula y con reglas de tres.

PROBLEMA 1.– Si el precio de un solar está marcado con 760450 €, ¿ cuánto costará si hacen una rebaja del 20 %?

Resolvemos con la FÓRMULA:

⊗ Rebaja del 20 % → Disminución porcentual:

$$100\ \% - 20\ \% = 80\ \% \rightarrow \frac{80}{100} = \underline{0'80}$$

VI . FV = VN

$$\underline{760450\ .\ 0'80 = 608360\ €}$$

Ahora vamos a resolverlo con regla de tres:

⊗ Ajuste previo: 100 % – 20 % = 80 %

$$\left\{\begin{array}{l} 100 \ldots\ldots\ \underline{D}\ \ldots\ldots\ 80\ (\text{pago}) \\ 760450\ € \ldots\ldots\ldots\ "x"\ € \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{100}{760450} = \frac{80}{x}\right] \rightarrow x = 608360\ €$$

Solución → Lógicamente la misma: 608360 €.

PROBLEMA 2.– Al comprar un equipo informático marcado con 2380 € contratamos con el vendedor que lo pagaríamos sin recargo en 6 meses, pero que si había retraso nos cargaría un 5 % por cada mes. Si se pagó en 9 meses, ¿cuánto costó?

⊗ Ajuste previo: 3 meses más → + 15 % (3.5)

Recargo del 15 % → Aumento porcentual:

$$100\ \% + 15\ \% = 115\ \% \rightarrow \frac{115}{100} = \underline{1'15}$$

VI . FV = VN

$$\underline{2380\ .\ 1'15 = 2737\ €}$$

Ahora vamos a resolverlo con regla de tres:

⊗ Ajuste previo: 100 % + 15 % = 115 %

$$\left\{\begin{array}{l} 100 \ldots\ldots\ \underline{D}\ \ldots\ldots\ 115\ (\text{pago}) \\ 2380\ € \ldots\ldots\ldots\ "x"\ € \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{100}{2380} = \frac{115}{x}\right] \rightarrow x = 2737\ €$$

Solución → Lógicamente lo mismo: 2737 €.

En 1º de E.S.O. se permitirá resolver los problemas de porcentajes con reglas de tres, pero en 2º, y por supuesto en cursos posteriores, debes hacerlo siempre con la fórmula, por eso <u>es muy conveniente que cuanto antes te habitúes a ella</u>, **a la fórmula**.

PROBLEMA 3.– Baldomero, chico muy responsable y estudioso, se ha comprado una Enciclopedia Universal que estaba marcada en 3680 € por 3496 €. ¿Qué % le han rebajado?

⊗ VI . FV = VN

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 3680 & . & x & = & 3496 \end{array}$$

$$x = \frac{3496}{3680} = 0'95 \rightarrow \text{FV}$$

Un Factor de Variación de 0'95 corresponde a:

$$0'95 = \frac{95}{100} \rightarrow 95\ \% \rightarrow \text{Se pagó.}$$

Luego si se pagó un 95 %, se rebajó un 5 %.

Ahora vamos a resolverlo con regla de tres:

⊗ Ajuste previo: 3680 – 3496 = 184 €

$$\left\{\begin{array}{l} 100 \ldots\ldots\ \underline{D}\ \ldots\ldots\ "\%"\ (\text{rebaja}) \\ 3680\ € \ldots\ldots\ldots\ 184\ € \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{100}{3680} = \frac{x}{184}\right] \rightarrow x = \underline{5\ \%}$$

Solución → Lógicamente, lo mismo 5 %.

PROBLEMA 4.– Víctor Gabriel iba a comprar un coche valorado en 32720 €. Por diversos motivos lo fue dejando y lo compró el año siguiente por 33538 €. ¿Qué % había subido el precio?

⊗ VI . FV = VN

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 32720 & . & x & = & 33538 \end{array}$$

$$x = \frac{335386}{327200} = 1'025 \rightarrow \text{FV}$$

Un Factor de Variación de 1'025 corresponde a:

$$1'025 = \frac{102'5}{100} \rightarrow 102'5\ \% \rightarrow \text{Pagó. Luego:}$$

102'5 % – 100 % = 2'5 %

Así que el precio subió un 2'5 %.

Ahora vamos a resolverlo con regla de tres:

$$\left\{\begin{array}{l} 100 \ldots\ldots\ \underline{D}\ \ldots\ldots\ "x"\ (\%\ \text{que paga}) \\ 32720\ € \ldots\ldots\ldots\ 33538\ € \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{100}{327200} = \frac{x}{33538}\right] \rightarrow x = \underline{102'5\ \%}$$

⊗ Ajuste final: 102'5 % – 100 % = $\underline{2'5\ \%}$ (sube)

Solución → Lógicamente, lo mismo: subió el 2'5 %.

6.9.- Problemas. Reglas de tres simples.

SOLUCIONES en las págs. 561 a 563.

1.- Un rollo de alfombra oriental de 74 metros para un palacio ha costado 92.500 €. ¿Cuánto costarán en total dos retales de 6 m y 11'5 m?

2.- Un propietario tiene 1280 corderos que puede alimentar durante 130 días. ¿Cuántos corderos tiene que vender para poder alimentar su rebaño un mes más?

3.- Dos ciudades distan en un mapa 14 cm. Si en la realidad hay 238 km entre ellas, ¿cuál es la distancia real entre otras dos ciudades que están separadas 2 dm en el mapa?

4.- Para realizar una obra 20 obreros han tardado 2 semanas. ¿Cuántos obreros, trabajando al mismo ritmo, se deben añadir para poder terminarla en 8 días?

5.- Al llenar un depósito de capacidad 1 m^3 se ha tardado 1680 minutos con un grifo que echa 18 litros por minuto. ¿Cuántas horas tardará en llenarlo con otro grifo cuyo caudal es de 42 ℓ/min?

6.- Halla el valor de 2'5 kℓ de vino si 5'6 ℓ valen 8'40 €.

7.- Queremos construir una empalizada de 1'6 miles de listones colocándolos a 1'5 dm de distancia. Si no disponemos nada más que de 1350 listones, ¿a cuántos metros deberemos poner cada listón?

8.- Un gran empresario gana 5.640 € diarios en una de sus operaciones comerciales. ¿A cuánto asciende el sueldo de 3 semanas?

9.- El agua de un depósito se saca llenando 200 veces un cubo de 15 litros de capacidad. Calcula cuántas veces se llenaría un cubo de 25 litros para vaciarlo. ¿Cuántos m^3 de capacidad tiene ese depósito?

10.- Si con 200 kg se elaboran 250 kg de pan, calcular la harina necesaria para elaborar un bollo de 80 gramos.

11.- Un arquitecto se comprometió a construir un edificio en dos años y medio empleando tres docenas de albañiles. Si se le concede una prórroga de 1'25 años, ¿cuántos obreros puede desviar a otra obra? Si el sueldo de cada obrero es de 1950 € mensuales, ¿ganó o perdió en la obra prorrogada (¡...!)?

12.- Un tonel de vino se llena con 800 botellas de 75 cl. ¿Cuántas botellas de 600 mm^3 necesitaremos para llenarlo?

13.- Un barco realiza una travesía en 6 días a una velocidad media de 25'6 nudos. ¿Cuál debe ser su velocidad si el tiempo de la travesía aumenta en 48 horas? (Un nudo representa un velocidad de 1 milla por hora, y una milla marina equivale a 1.855 metros)

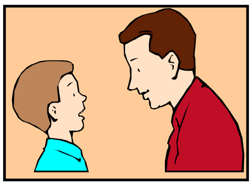
14.- Una tela metálica de 60 kg de peso tiene unas dimensiones de 72 m **x** 12 dm. Manteniendo el mismo peso, ¿cuántos metros tendría su largo si la anchura fuera de 90 cm?

15.- Una estufa eléctrica consume 500 w/h (watios por hora). ¿Cuántos kw (kilowatios) consumirá en una semana?

16.- Un automóvil, a una velocidad media de 60 km/h, tarda 45 minutos en hacer un recorrido. ¿Qué fracción de hora empleará si va a una velocidad de 30 km/h? ¿A qué velocidad hace el recorrido en 2/3 de hora?

A ver a qué te suenan las cosas de este **doble DECÁLOGO**:

- **No** ser **agresivo** ni **violento**.
- Valorar el **aseo personal**.
- **Saber escuchar** al que nos habla.
- Ser **respetuoso** con las normas y leyes de nuestro entorno.
- Trabajar con **esfuerzo**, constancia y responsabilidad.
- Poseer **buenos modales** en la mesa.
- **Respetar** siempre a la **Naturaleza**.
- Querer y respetar a nuestra **familia**.
- Ser habitualmente **puntual**.
- Sentirse **solidario**.
- Saber ser **agradecido** para y con aquellos que lo merecen.
- Cuidar el **aspecto físico**.
- No tener dificultad en **dar las gracias** ni en **disculparse** cuando la ocasión lo requiere.



- Ser **cortés** en las relaciones personales.
- Ser **tolerante** y no hablar de forma negativa de la gente.
- Practicar la **nobleza y** la **deportividad** en los juegos.
- Ser **paciente** y saber **dominar los nervios** porque hemos aprendido a conservar la calma.
- Tener en **estima** los pequeños detalles.
- Estar **comprometido** siempre con la decisión de manifestar la verdad.
- Poseer **buenos modales**, composturas y excelencia en el trato.

¿Cuántas de estas cosas se suelen practicar de forma habitual en tu entorno? ¿Y cuántas practicas tú?

6.10.-Problemas sobre porcentajes(%).

SOLUCIONES en las págs. 561 a 563.

1.- El precio de una tierra de viñedos es de 76.450 €. ¿Cuánto pagaremos si nos rebajan un 15 %?

2.- Un televisor pequeño vale 120 €. Sube un 2'5 %. ¿Cuántos compraremos con 3.200 €?

3.- En una clase de 40 alumnos (de las de antes), 28 van de excursión. ¿Qué % fue?

4.- Un negociante recupera de una mala operación 242.500 €, de forma que ha sufrido una pérdida del 3 %. ¿Cuánto dinero había invertido en el negocio?

5.- El 48 % de los alumnos de un Instituto son chicos. Si el total es de 875, ¿cuántos chicos hay?

6.- Hace bastantes años, en las grandes ciudades, había chicos de tu edad que no tenían la oportunidad de ir a un Colegio ni Instituto y se dedicaban a ganar unas pesetillas para sus padres vendiendo periódicos por las calles. Si recibían una comisión del 4 %, ¿qué ganaba un chaval si vendía 300 periódicos al precio de 20 ptas (año 1965)?

7.- Un artículo aumenta su precio un 10 %, y después aumenta un 5 %. ¿Subió un 15 % en total?

8.- Una mercancía que pesaba 9'6 Tm (toneladas métricas) perdió al ser transportadas 216 kg. ¿Qué % de la mercancía llegó a su destino?

9.- Una empresa paga mensualmente a sus empleados 220.000 €. Durante los tres meses de verano da una gratificación sobre el total mensual del 6'5 %. ¿A cuánto asciende su pago de nóminas anual?

10.- La fortuna de un hombre ha aumentado en un 5'6 %. Si ahora asciende a 3.190.000 €, ¿cuál era su fortuna anterior?

11.- Un ordenador sube sobre su precio inicial un 20 %, y después en las rebajas bajó un 30 %. ¿Descendió en total un 10 %?

12.- En una compra de una finca que está valorada en 420.000 € me han descontado 35.700 €. ¿Qué % del valor marcado he pagado?

13.- Un bodeguero compró dos partidas de vino: una de 16 hl y otra de 2.600 litros. Le costaron en total 89.200 €. Si quiere venderlas y ganarse un 18 %, ¿a cuánto debe vender el litro?

14.- De una vela encendida se ha consumido el 15 %, con lo que aún quedan sin consumir 42'5 cm. ¿Cuántos mm medía la vela inicialmente?

15.- En las "Fiestas del Carmen" de Villafranca de los Barros, hace más de 30 años, se instaló una plaza de toros portátil. El empresario que contrató la plaza invirtió un millón de las antiguas pesetas. Se vendieron 5.000 entradas a una media de 500 pesetas. Del total recaudado se ha pagado un 35 % a los empleados, un 8 % para impuestos al Estados y un 3 % para impuestos locales. ¿Cuánto ganó o perdió el empresario?

16.- La diferencia entre el 7 % y el 2 % de un capital asciende a 16.000 €. El dueño debe 2.10^5 a cada uno de 6 proveedores que tiene. ¿A cuántos de ellos podrá pagar con ese capital?

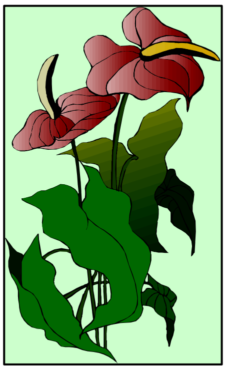
17.- Vendiendo en 18.740 € una partida de azúcar se ganado un 9 % sobre el precio de la compra. ¿Cuál era el coste inicial de aquella partida?

18.- Un tendero de hace más de diez lustros había comprado 25 kg de café verde por 2.516 de las antiguas pesetas. Por tostarlo pagaba 1'60 ptas/kg. El café pierde al tostarlo 1/5 de su peso. ¿A qué precio debería vender cada kg si desea ganar el 20 %?

19.- Un ejército de 161.000 soldados queda reducido a 120.750. ¿Qué % pereció en la batalla?

20.- Una Inmobiliaria vende una casa por 119.000 €. Si su comisión es del 10'5, ¿cuántos ganó?

Distancia. Mirar ausente. Altivez. E indiferencia, o mirar al otro lado, o dejar. O, aún peor, ignorar. Y prisa, mucha y sin rumbo. Transitar, ver y pasar. Escuchar, menos; comprender, casi nada; y compartir, …, algún día. Seguir, no parar. ¿Y de VIVIR? No sé, quizás lo ignoro. Más bien sería vivir.



¿Por qué no una mirada amable? ¿O un gesto? ¿O esa sonrisa? ¿Por qué?

¿Y si contemplo, y considero, y estimo, y valoro? Y, además, me acerco. Pues rozo, conecto. Y llego.

Esos pequeños detalles aproximan, nos unen. Se agradecen tanto… Son como una brisa suave que acaricia el rostro. Y refresca. Claro, y suaviza.

Hay momentos en la vida en los que a nuestro lado pasa un ser al que podemos hacer feliz con una sola palabra. O con una suave sonrisa. ¡Y nos cuesta tanto a veces que…!

6.11.-Reglas de tres compuestas.

La proporcionalidad compuesta se da cuando **una magnitud depende** directa o inversamente **de dos o más magnitudes al mismo tiempo**. Para resolver qué tipo de proporcionalidad hay entre cada dos de esas magnitudes hay que **relacionar siempre la magnitud de la incógnita con las demás**. Así, puede suceder, y de hecho sucede en muchos problemas, que unas relaciones de esa proporcionalidad compuesta sean directas y otras inversas. Ejemplos:

EJEMPLO Nº 1.– ¿Cuánto tiempo emplea una persona en recorrer 720 km andando 8 horas diarias si en 15 días ha recorrido 405 km andando 9 horas diarias? (Se supone que recorre las distancias a un ritmo medio)

⊗ **Planteamiento:**

	D	I
15 días	405 km	9 horas
"x" días	720 km	8 horas

⊗ **Resolución:**

$$\left[\frac{15}{x} = \frac{405}{720} \cdot \frac{8}{9}\right] \rightarrow x = \frac{15 \cdot 720 \cdot 9}{405 \cdot 8} = 30 \text{ días}$$

⊗ **Solución:** empleará **30 días** en el recorrido.

Veamos cómo lo hemos resuelto:

1) Acostúmbrate a hacer un recuadro a las dos cantidades de la magnitud que tiene la incógnita.

2) Debes relacionar siempre la magnitud de la incógnita con las demás. Por ello, unas relaciones serán directas y otras inversas, como ha sucedido en este caso (a **mayor** nº de días, **más** km → DIRECTA, y a **mayor** nº de días corresponderá andar **menos** horas cada día → INVERSA).

3) Un buen consejo: coloca la "D" o la "I" justo encima de las cantidades de cada magnitud, ya que si las pones en medio puedes equivocarte con más facilidad y confundir unas cantidades que sean directas con otras que sean inversas.

4) En la resolución se iguala la razón que contiene la magnitud de la incógnita a las demás razones, las directas guardando la posición de sus números y las inversas cambiando el orden (antecedente con consecuente).

5) Es conveniente separar las expresiones (igualdades) con unas flechitas para que no parezca todo un "revuelto de espárragos".

6) Por último, haz un recuadro a la solución y explica brevemente con unas palabras lo que te pedían.

EJEMPLO Nº 2.– Si 8 albañiles, en 6 días, con una jornada de 6 horas diarias, han realizado 180 metros de obra, ¿cuántas horas diarias tendrán que trabajar 5 albañiles durante 10 días para hacer 250 metros cuadrados de obra trabajando al mismo ritmo ?

⊗ **Planteamiento:**

I	I		D
8 albañiles	6 días	6 h/día	180 m^2
5 albañiles	10 días	"x" h/d	250 m^2

⊗ **Resolución:**

$$\left[\frac{6}{x} = \frac{5}{8} \cdot \frac{10}{6} \cdot \frac{180}{250}\right] \rightarrow x = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 250}{5 \cdot 10 \cdot 180} = 8 \text{ h/d}$$

⊗ **S:** necesitará trabajar **8 horas diarias.**

▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢

EJEMPLO Nº 3.– Una familia de 5 personas gasta en alimentación, durante 2 meses, 210000 €. ¿Cuánto costará alimentar, en las mismas condiciones, a una familia de 8 personas durante un periodo de 6 meses?

⊗ **Planteamiento:**

D	D	
5 personas	2 meses	2100 €
8 personas	8 meses	"x" €

⊗ **Resolución:**

$$\left[\frac{2100}{x} = \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{8}\right] \rightarrow x = \frac{2100 \cdot 8 \cdot 6}{5 \cdot 2} = 30 \text{ días}$$

⊗ **Solución:** gastarán **10.080 €.**

▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢

EJEMPLO Nº 4.– Se necesitan 216 kg de pienso para alimentar 4 caballos durante 6 días. En las mismas condiciones, ¿cuántos días se podrán alimentar 10 caballos con 1'26 Tm de pienso?

⊗ **Ajuste previo:** 1'26 Tm → 1'26 . 1000 = 1260 kg

⊗ **Planteamiento:**

I	D	
10 caballos	1260 kg	"x" días
4 caballos	216 kg	6 días

⊗ **Resolución:**

$$\left[\frac{x}{6} = \frac{4}{10} \cdot \frac{1260}{216}\right] \rightarrow x = \frac{6 \cdot 4 \cdot 1260}{10 \cdot 216} = 14 \text{ días}$$

⊗ **Solución:** habrá pienso para **14 días.**

NOTA: observa que la incógnita ("x") puede ir en las cantidades de la 1ª fila (antecedentes) o en la 2ª (consecuentes); aquí la he colocado arriba. Lógicamente, las cantidades deben estar bien relacionadas, no pueden ponerse libremente.

▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢▢

6.12.- Repartos proporcionales.

En muchas ocasiones se necesita **repartir una cantidad** de algo (euros, metros cuadrados, casas, pasteles, animales, bolindres, beneficios, pérdidas, caramelos, etc.) **en partes proporcionales a una serie de números** (naturales, enteros, fraccionarios). De tal forma que cada uno reciba su parte proporcional y entre todos sumen la parte que se iba a repartir. Veámoslo matemáticamente:

Repartir un cantidad **"N"** en partes proporcionales a tres números **"a"**, **"b"** y **"c"** –en este caso a tres-, es encontrar otros tres números, **"x"**, **"y"**, **"z"**, tales que verifiquen que:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \rightarrow \left\{ \text{aplicamos la } 2^{a} \text{ propiedad de las proporciones} \right.$$

$$\rightarrow \frac{x + y + z}{a + b + c} = \frac{N}{a + b + c}$$

Estudiaremos estas clases de repartos proporcionales:

Repartos directos	Repartos a números naturales
	Repartos a fracciones
Repartos inversos	Repartos a números naturales
	Repartos a fracciones

REPARTO DIRECTO A NÚMEROS NATURALES

EJEMPLO Nº 1.– Se reparten 91871 € en partes directamente proporcionales a los votos obtenidos en un Jurado por los tres primeros clasificados en un concurso literario. ¿Qué cantidad le corresponde a cada uno si tuvieron 10, 12 y 15 votos?

⊗ Al de 10 votos → "x" ; Al de 12 votos → "y"
Al de 15 votos → "z"

⊗ **Planteamiento:**

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{12} = \frac{z}{15} \rightarrow \frac{x+y+z}{10+12+15} = \boxed{\frac{91871}{37}} \ (F.M.)$$

Igualamos cada razón a la fracción multiplicadora (F.M.)

$$\circ \left[\frac{x}{10} = \frac{91871}{37}\right] \rightarrow x = \frac{10.91871}{37} = 24830 \text{ €}$$

$$\circ \left[\frac{y}{12} = \frac{91871}{37}\right] \rightarrow y = \frac{12.91871}{37} = 29796 \text{ €}$$

$$\circ \left[\frac{z}{15} = \frac{91871}{37}\right] \rightarrow z = \frac{15.91871}{37} = 37245 \text{ €}$$

⊗ **Solución:**
- * Al de 10 votos → 24830 €
- * Al de 12 votos → 29796 €
- * Al de 15 votos → 37245 €

⊗ Comprobación: 24830 + 29796 + 37245 = 91871

REPARTO DIRECTO A FRACCIONES

EJEMPLO Nº 2.– Para realizar un trabajo se contrataron tres equipos. El primero hizo 1/3, el segundo 1/5 y el tercero 7/15 del trabajo. ¿Cuánto recibió cada uno si hubo que repartir 60 millones en partes directamente proporcionales?

⊗ Ajuste previo. Reducir las fracciones a mínimo denominador común:

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{5} \text{ y } \frac{7}{15} \Rightarrow \frac{5}{15}, \frac{3}{15} \text{ y } \frac{7}{15}$$

Ahora repartimos a los NUMERADORES.

⊗ Al 5 (primer numerador) → "x"
Al 3 (segundo numerador) → "y"
Al 7 (tercero numerador) → "z"

⊗ Planteamiento:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{7} \rightarrow \frac{x+y+z}{5+3+7} = \frac{60}{15} \ (F.M.)$$

Igualamos cada razón a la fracción multiplicadora (F.M.)

$$\circ \left[\frac{x}{5} = \frac{60}{15}\right] \rightarrow x = \frac{5.60}{15} = 20 \text{ millones}$$

$$\circ \left[\frac{y}{3} = \frac{60}{15}\right] \rightarrow y = \frac{3.60}{15} = 12 \text{ millones}$$

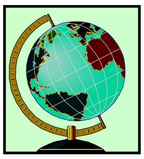
$$\circ \left[\frac{z}{7} = \frac{60}{15}\right] \rightarrow z = \frac{7.60}{15} = 28 \text{ millones}$$

⊗ Solución:
- * Al equipo de $\frac{1}{3}$ → 20 millones
- * Al equipo de $\frac{1}{5}$ → 12 millones
- * Al equipo de $\frac{7}{15}$ → 28 millones

⊗ Comprobación: 20 + 12 + 28 = 60

Ese mundo privilegiado 01.

¿Qué te parece si de vez en cuando, al menos una vez cada década, no tuviéramos más remedio que "reciclarnos" viviendo durante un mes, o unas semanas, en uno de los múltiples lugares del tercer mundo, o sea, del mundo subdesarrollado?



No nos gustaría, ¿verdad? Sinceramente, a mí, por ahora, no. Y después, con toda seguridad, tampoco. Claro, vivimos en una zona privilegiada del planeta. ¿Cómo nos vamos a cambiar?

Ciertamente, **esa experiencia nos cambiaría todos los esquemas**. El mundo lo veríamos de otra manera. Apreciaríamos más y mucho las cosas cotidianas que diariamente nos pasan desapercibidas. E, indudablemente, nuestra vida se transformaría en VIDA.

REPARTO INVERSO A NÚMEROS NATURALES

EJEMPLO Nº 3.– En una competición de gimnasia participan 12 atletas. Hay un premio de 4060 euros para las dos gimnastas que menos fallos comentan en la realización de sus ejercicios. Ganaron Victoria N. A. (6 fallos) y Leonor A. N. (8 fallos). ¿Cuánto correspondió a cada una?

En este problema gana más quien menos fallos tiene. O sea, que es inverso. Entonces hay que hacer un reparto directo a los inversos de dichos números. Y después, como obtenemos fracciones, debemos **reducirlas a** común denominador por el método del **M. D. C.** (**M**ínimo **D**enominador **C**omún). Y se hace el reparto a los numeradores.

$$\left\langle \begin{array}{l} \circ\ 6 \text{ fallos} \Rightarrow \text{su inverso es} \rightarrow \dfrac{1}{6} \\ \circ\ 8 \text{ fallos} \Rightarrow \text{su inverso es} \rightarrow \dfrac{1}{8} \end{array} \right\rangle$$

$$\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1 \cdot 4}{24}, \frac{1 \cdot 3}{24} = \frac{4}{24}, \frac{3}{24} \right]$$

$\otimes$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Al de 6 fallos, o sea, al 4} \rightarrow \text{"x"} \\ \text{Al de 8 fallos, o sea, al 3} \rightarrow \text{"y"} \end{array} \right.$

$\otimes$ **Planteamiento:**

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \rightarrow \frac{x+y}{4+3} = \frac{4060}{7} \quad (\text{F.M.})$$

Igualamos cada razón a la fracción multiplicadora (F.M)

$\circ$ $\left[\dfrac{x}{4} = \dfrac{4060}{7} \right] \rightarrow x = \dfrac{4 \cdot 4060}{7} = 2320$ €

$\circ$ $\left[\dfrac{y}{3} = \dfrac{4060}{7} \right] \rightarrow y = \dfrac{3 \cdot 4060}{7} = 1740$ €

$\otimes$ Solución: $\left\{ \begin{array}{l} * \text{ Para Leonor} \rightarrow \underline{2320\ €} \\ * \text{ Para Victoria} \rightarrow \underline{1740\ €} \end{array} \right.$

$\otimes$ Comprobación: 2320 + 1740 = 4060

❑❑❑❑❑❑❑❑❑❑❑❑❑❑

REPARTO INVERSO A FRACCIONES

EJEMPLO Nº 4.– Realiza un reparto inverso de 240.500 entre 5 y 2/7.

Como es inverso, hay que hacer un reparto directo a los inversos de dichos números. Después debemos **reducirlas a** común denominador por el método del **M. D. C.** (**M**ínimo **D**enominador **C**omún). Y se hace el reparto a los numeradores.

$$\left\langle \begin{array}{l} \circ\ 5 \Rightarrow \text{su inverso es} \rightarrow \dfrac{1}{5} \\ \circ\ \dfrac{2}{7} \Rightarrow \text{su inversa es} \rightarrow \dfrac{7}{2} \end{array} \right\rangle$$

$$\left[\frac{1}{5}, \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{1 \cdot 2}{10}, \frac{7 \cdot 5}{10} = \frac{2}{10}, \frac{35}{10} \right]$$

$\otimes$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{A 5, o sea, al 2} \rightarrow \text{"x"} \\ \text{A 2/7, o sea, al 35} \rightarrow \text{"y"} \end{array} \right.$

$\otimes$ **Planteamiento:**

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{35} \rightarrow \frac{x+y}{2+35} = \frac{240500}{37} \quad (\text{F.M.})$$

Igualamos cada razón a la fracción multiplicadora (F.M)

$\circ$ $\left[\dfrac{x}{2} = \dfrac{240500}{7} \right] \rightarrow x = \dfrac{2 \cdot 240500}{7} = 13000$

$\circ$ $\left[\dfrac{y}{35} = \dfrac{240500}{7} \right] \rightarrow y = \dfrac{35 \cdot 240500}{7} = 227500$

$\otimes$ Solución: Al 5 → $\underline{13000}$, y a 2/7 → $\underline{227500}$.

$\otimes$ Comprobación: 13000 + 227500 = 240500

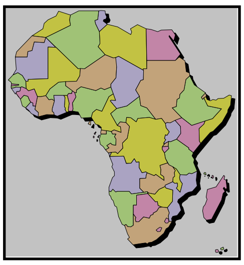
◉ ☐ ◘ ◘ ⊙ ◈ ◈ ◇ ■ ◇ ◘ ○ ✳ ○ ◘

ESE MUNDO PRIVILEGIADO 02.

¿Recuerdas la anterior reflexión sobre la suerte de vivir en el mundo privilegiado? Puedes repasarla en la página anterior.

Una convivencia durante un cierto tiempo en zonas del planeta que carecen de lo más elemental necesario para la vida sería una experiencia realmente traumática para nuestro espíritu y nuestro cuerpo, pero ciertamente nos haría apreciar y disfrutar más y mejor las cosas sencillas, ESAS COSAS QUE POR SER TAN HABITUALES NI SIQUIERA VALORAMOS.

Teniendo la experiencia de ver tanta miseria, tanta calamidad, tanta pobreza, tanta impotencia, tanta injusticia, tantas y tantas cosas negativas, inhumanas, insufribles, dolorosas, etc., uno apreciaría y valoraría enormemente, de forma íntima, profunda y espiritual, la brisa de la mañana, el despertar, la sonrisa de quien te mira, el frescor del agua, el alivio de una ducha, la gran suerte de disfrutar de las comidas de cada día, un anochecer, el sabor de un vaso de agua, el aire que respiras cuando recorres los caminos, el trinar de los pájaros en primavera, la sensación agradable de sentir la lluvia, la lectura de un buen libro, etc., etc., etc.



Quizás nuestra vida se dividiera en dos etapas rotundamente diferenciadas: la de antes de la experiencia y la de después. **PERO . . .**

✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳✳

6.13.-Interés simple.

Continuamente las **Cajas de Ahorros**, los **Bancos** y otras muchas entidades financieras disponen de nuestro dinero a cambio de ofrecernos un % de la cantidad depositada. Están empleando y aplicando constantemente el concepto de proporcionalidad. También sucede, en multitud de ocasiones, que acudimos a estas entidades capitalistas para pedir, es decir, solicitamos préstamos de dinero que no tenemos en ese momento y pensamos pagar en un futuro. Evidentemente, en esos casos lo que hacen es dejarnos el dinero a cambio de pagarlo en un tiempo determinado, cobrándonos un % -siempre mayor que el que nos dan cuando nosotros le llevamos dinero, porque de "tontos" no tienen nada-, además del dinero prestado. Pues bien, a ese **tanto por ciento (%), que una veces paga el Banco y otra veces recauda,** es a lo que **se** le **llama INTERÉS (intereses),** y a los problemas derivados de ellos problemas de INTERÉS SIMPLE.

Los conceptos que emplearemos en estos problemas son los siguientes:

- **INTERÉS** ➠ Es el beneficio que proporciona el préstamo o colocación de una capital en un Banco, Caja de Ahorros u otra entidad financiera.
- **INTERÉS SIMPLE** ➠ Es el interés que NO se añade al capital inicial al final de cada año para que produzca intereses durante los años siguientes.
- **INTERÉS COMPUESTO** ➠ Es el interés que SÍ se añade al capital inicial al final de cada año para que produzca intereses durante los años siguientes.

Los siguientes conceptos serán las magnitudes que emplearemos en los problemas:

- **CAPITAL** ➠ Dinero que se coloca en un Banco/Caja (imposición), o que se ha pedido prestado (préstamo). Lo representaremos con la letra → "C".
- **RÉDITO** ➠ Es el dinero producido por 100 euros en 1 año, sea imposición o préstamo. Lo representaremos con la letra → "r".
- **TIEMPO** ➠ La duración (años, meses, días) del préstamo o la imposición. Lo representaremos con la letras → "t" (años), "m" (meses), "d" (días).
- **INTERÉS** ➠ Es el dinero que produce el capital colocado o prestado. Lo representaremos con la letra → "i".

NOTA: No confundir el rédito (r) con el interés (i); el rédito es lo que producen 100 euros en 1 año, y el interés o intereses es el dinero total que produce el capital en el tiempo colocado o prestado.

El interés (i) es directamente proporcional al capital (C), al rédito (r) y al tiempo (t).

Planteemos, por tanto, una regla de tres compuesta:

⊗ **Planteamiento:**

D	D	
100 €	1 año	"r (%)"
"C" €	"t" años	"i" €

⊗ **Resolución:**

$$\left[\frac{r}{i} = \frac{100}{C} \cdot \frac{1}{t}\right] \to i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100 \cdot 1} = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Hay una regla nemotécnica para recordar mejor esta fórmula:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \to \frac{\text{Carrete}}{100} \to \frac{C(ca) \cdot r(re) \cdot t(te)}{100}$$

Así obtenemos la fórmula esencial, en otro lenguaje, **la fórmula "madre"**, para resolver los problemas de interés simple.

Despejando las demás magnitudes en esta fórmula "madre", obtenemos las correspondientes para cuando nos pidan esas otras magnitudes; o sea, cuando la **incógnita** no sea **"i"**, sino **"C"**, **"r"** o **"t"**. Y todo ello siempre que el **tiempo** venga dado o pedido **en años ("t").** En el cuadro siguiente verás una regla nemotécnica.

$$\left[i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}\right] \to \text{Fórmula "madre"}$$

$$\text{INTERÉS} = \frac{\text{Ca (C) . rre (r) . te (t)}}{100}$$

Fórmula para calcular el interés con el tiempo en AÑOS.

$$\left[i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}\right] \to i \cdot 100 = C \cdot r \cdot t \to C = \frac{i \cdot 100}{r \cdot t}$$

Fórmula para calcular el CAPITAL con el tiempo en años.

$$\left[i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}\right] \to i \cdot 100 = C \cdot r \cdot t \to r = \frac{i \cdot 100}{C \cdot t}$$

Fórmula para calcular el RÉDITO con el tiempo en años.

$$\left[i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}\right] \to i \cdot 100 = C \cdot r \cdot t \to t = \frac{i \cdot 100}{C \cdot r}$$

Fórmula para calcular el TIEMPO en años.

●□■○●□■○●□■○●□■○

Si la magnitud **tiempo (m)** la dan o la piden **en meses**, utilizaremos como ya se ha expresado anteriormente la inicial **"m"**, y las siguientes fórmulas que salen del nuevo planteamiento:

⊗ **Planteamiento:**

$$\left\{ \begin{array}{lll} \overset{D}{100\ €} \ \ldots\ldots & \overset{D}{12\ \text{meses}} \ \ldots\ldots & \text{"r(\%)"} \\ \text{"C"}\ € \ \ldots\ldots & \text{"m" años} \ \ldots\ldots & \text{"i"}\ € \end{array} \right\}$$

⊗ **Resolución:**

$$\left[\frac{r}{i} = \frac{100}{C} \cdot \frac{12}{m} \right] \rightarrow i = \frac{C\cdot r\cdot m}{100\cdot 12} = \frac{C\cdot r\cdot m}{1200}$$

$$i = \frac{C\cdot r\cdot m}{1200}$$

Para calcular el INTERÉS con el tiempo **en meses.**

$$\left[i = \frac{C.r.m}{1200} \right] \rightarrow i.1200 = C.r.m \rightarrow C = \frac{i.1200}{r.m}$$

Fórmula para calcular el CAPITAL con el tiempo en MESES.

$$\left[i = \frac{C.r.m}{1200} \right] \rightarrow i.1200 = C.r.m \rightarrow r = \frac{i.1200}{C.m}$$

Fórmula para calcular el RÉDITO con el tiempo en MESES.

$$\left[i = \frac{C.r.m}{1200} \right] \rightarrow i.1200 = C.r.m \rightarrow m = \frac{i.1200}{C.r}$$

Fórmula para calcular el TIEMPO en MESES.

●□■○●□■○●□■○●□■○

Si el **tiempo (d)** lo dan o lo piden **en días**, utilizaremos como ya se ha expresado anteriormente la inicial **"d"**, y las siguientes fórmulas que salen del nuevo planteamiento:

⊗ **Planteamiento:**

$$\left\{ \begin{array}{lll} \overset{D}{100\ €} \ \ldots\ldots & \overset{D}{360\ \text{días}} \ \ldots\ldots & \text{"r (\%)"} \\ \text{"C"}\ € \ \ldots\ldots & \text{"d" años} \ \ldots\ldots & \text{"i"}\ € \end{array} \right\}$$

⊗ **Resolución:**

$$\left[\frac{r}{i} = \frac{100}{C} \cdot \frac{360}{d} \right] \rightarrow i = \frac{C\cdot r\cdot d}{100\cdot 360} = \frac{C\cdot r\cdot d}{36000}$$

$$i = \frac{C\cdot r\cdot d}{36000}$$

Para calcular el INTERÉS con el tiempo **en días.**

$$\left[i = \frac{C.r.d}{36000} \right] \rightarrow i.36000 = C.r.d \rightarrow C = \frac{i.36000}{r.d}$$

Fórmula para calcular el CAPITAL con el tiempo en DÍAS.

$$\left[i = \frac{C.r.d}{36000} \right] \rightarrow i.36000 = C.r.d \rightarrow R = \frac{i.36000}{C.d}$$

Fórmula para calcular el RÉDITO con el tiempo en DÍAS.

$$\left[i = \frac{C.r.d}{36000} \right] \rightarrow i.36000 = C.r.d \rightarrow d = \frac{i.36000}{C.r}$$

Fórmula para calcular el TIEMPO en DÍAS.

●□■○●□■○●□■○●□■○

Problemas resueltos.

1.- ¿Qué dinero tendrá un señor si ha colocado un capital de 260.000 €, al 8'5 %, durante 3 años y medio?

⊗ **Datos:**
- ∘ C = 260000 €
- ∘ r = 8'5 %
- ∘ t = 3'5 años
- ∘ ¿ i ?

⊗ **Resolución:**

$$i = \frac{C.r.t}{100} = \frac{260000.8'5.3'5}{100} = 77350\ €$$

⊗ **Ajuste final:** como nos piden el dinero final, sumamos al capital los intereses obtenidos:

C + i = 260000 + 77350 = 337.350 €.

⊗ **Solución:** el señor acumulará al final **337.350 €.**

●□■○●□■○●□■○●□■○

2.- ¿Cuál es el capital que se ha colocado en un Banco, al 7'5 %, durante 1 año y 7 meses, si ha producido unos intereses de 4.275 €?

⊗ **Datos:**
- ∘ r = 7'5 %
- ∘ m = 1 año y 7 meses → 19 meses
- ∘ i = 4275 €
- ∘ ¿ C ?

⊗ **Resolución:**

$$\left[i = \frac{C.r.m}{1200} \right] \rightarrow i.1200 = C.r.m \rightarrow C = \frac{i.1200}{r.m}$$

$$C = \frac{i.1200}{r.m} = \frac{4275.1200}{7'5.19} = 36.000\ €$$

⊗ **Solución:** El capital inicial era de **36.000 €.**

3.- ¿A qué % nos prestó un Banco 75.000 €, desde el 1 de junio hasta el 7 de noviembre del mismo año, si el capital final ascendió a 79.000 €?

⊗ **Datos:**
- $i = 79000 - 75000 = 4000$ €
- $C = 75000$ €
- $d \to$ 30 días (junio) + 62 (julio + agosto) + + 30 (septiembre) + 31 (octubre) + + 7 (noviembre)
- ¿ r ?

⊗ **Resolución:**

$$\left[i = \frac{C.r.d}{36000} \right] \to i.36000 = C.r.d \to r = \frac{i.36000}{C.d}$$

$$r = \frac{i.36000}{C.d} = \frac{4000.36000}{75000.160} = 12\ \%$$

⊗ **Solución:** se colocó al **12 %.**

4.- ¿Cuántos meses hemos necesitado para pagar un préstamo al 14'5 % con unos intereses de 156.600 €, si los intereses pagados al Banco ascienden a 22.707 €?

⊗ **Datos:**
- $i = 22707$ €
- $C = 156600$ €
- $r = 14'5$ %
- ¿ m ?

⊗ **Resolución:**

$$\left[i = \frac{C.r.m}{1200} \right] \to i.1200 = C.r.m \to m = \frac{i.1200}{C.r}$$

$$m = \frac{i.1200}{C.r} = \frac{22707.1200}{156600.14'5} = 12 \text{ meses}$$

⊗ **Solución:** el préstamo se pagó en **12 meses.**

5.- Se venden los 7/15 de un campo a 22.500 € la hectárea ("ha" = hm^2), y se ceden las 16 hectáreas restantes por 354.000 €. ¿Qué beneficio semestral se obtendrá colocando la suma total al 4 %? Al final del semestre, sumando el capital a los intereses obtenidos, compra un terreno a 3.791 € el área ("a" = dam^2). ¿Cuántos metros cuadrados tenía ese nuevo terreno?

Ajustes previos:
- Si se venden los 7/15 → quedan 8/15.
- Si en realidad quedan 16 "ha", y eso justamente corresponde a 8/15, quiere decir que 8 partes son 16 "ha", luego 1 parte equivale a 2 "ha" (16:8).
- Como 1 "ha" es 1 hm^2 y vale a 22500 €, los 7/15, o sea, 7 partes (7 . 2 = 14 "ha"), valen 14 . 22500 €, que son 315.000 €.
- Concluyendo: 315000 € (valor de los 7/15) + 354000 € (valor de las 16 "ha" restantes) = 669.000 € (capital total, antes de comprar el nuevo terreno).

⊗ **Datos:**
- $C = 669.000$ €
- $r = 4$ %
- $m = 6$ meses
- ¿ i ?

⊗ **Resolución:**

$$i = \frac{C.r.m}{1200} = \frac{669000.4.6}{1200} = 13.380 \text{ €}$$

⊗ **Solución:** se recibió unos intereses de **13.380 €.**

Ajustes finales:
- En total, una vez vendido el campo y después de los 6 meses obtenidos de intereses, el capital total asciende a 682.380 € (669000 + 13380), que es el capital final.
- Con ese dinero compró el nuevo terreno a 3791 €/"a"(dam^2). Así que: 682380:3791 = 180 "a" → 180 dam^2.

Solución 2ª: el nuevo terreno era de **1'8 m^2.**

NOTA : no te asustes al ver tantas fórmulas. No es para aprenderlas de memoria; de memoria sólo debes aprender esto: **CARRETE PARTIDO POR 100**, que es la fórmula "madre", y de ella sacarás todas las demás.

La palabra **responsabilidad** ha sido siempre, y será, fundamental en cualquier actividad humana, pero quizás en los tiempos actuales más, porque casi se ha llegado a una conciencia generalizada de que es muy habitual hoy día que haya personas en nuestra sociedad que incumplen sus responsabilidades de forma muy reiterada y, lo que es aún peor, considerando sus incumpli-mientos como normales, y hasta sin necesidad de verse obligados, aunque sea moralmente, a dar explicaciones de sus actuaciones poco edificantes.

Una persona es responsable cuando tiene la obligación de responder de algo, y responde. Y si comete errores, los acepta y toma o admite las medidas correctoras oportunas derivadas de sus consecuencias. Y no enmascara su actividad eludiendo cumplir los objetivos que se derivan de su cargo. Y, también, no consiente ampararse en un grupo, de cualquier índole, que le tape sus faltas de responsabilidad para tomar esa actitud como posible chantaje encubierto que le "obligue" a ir siempre en la dirección que marque dicho grupo. Así, si:
- Un juez actúa de forma parcial.
- Un fotógrafo saca malas fotografías.
- Un político no cumple lo prometido.
- Un soldado abandona la guerra.
- Un estudiante no estudia.
- Un profesor no enseña.
- Un sacerdote no actúa de acuerdo con lo que predica.
- Un padre no atiende a su familia.
- Un periodista no informa de la verdad o manipula.
- …

Entonces, está claro que esas personas no están asumiendo sus responsabilidades. Para considerarlos verdaderamente responsables no sólo tienen que hacer lo asumido sino además hacerlo lo mejor posible, y siempre.

¿**Qué grado de responsabilidad "baña" tu vida**?

6.14.-Problemas de reglas de tres compuestas.

SOLUCIONES en las págs. 564 y 565.

1) Una máquina de 500 caballos de vapor consume 252 Tm de carbón por semana. ¿Cuántos kg consume por caballo vapor por hora?

2) Una familia compuesta de 5 miembros gasta en 2 meses 1590 euros en alimentación. ¿Cuánto gastará, en las mismas condiciones, otra familia de 6 personas durante un año?

3) Si 6 grifos llenan un depósito de una capacidad de 400 kl en 10 horas, ¿cuántos minutos tardarán 15 grifos, análogos a los anteriores, para llenar un depósito de 600.000 litros?

4) Para hacer una buena excursión de 20 mam, con alumnos del Primer Ciclo de E.S.O. del I.E.S. "Meléndez Valdés", el Instituto contrata con una empresa 2 autobuses al precio de 600 € cada uno. Al mes siguiente, por su buen comportamiento general y por las estupendas calificaciones de una gran mayoría, vuelven a realizar otra con 3 autobuses que recorrerán 113 km 20 hm y 500 dam. ¿Cuánto dinero costó?

5) Si 8 obreros, trabajando 9 horas diarias, han realizado 738 metros de obra en 25 días, ¿cuántos días necesitarán 14 obreros, trabajando 1 hora diaria más, para hacer 242 metros más de la misma obra y al mismo ritmo?

6) Un viajero recorre 265 km en 7 días andando 5 horas diarias. ¿Cuántos metros recorrerá en 12 días andando 6 horas diarias, suponiendo que sigue al mismo ritmo?

7) Con 2.320 kg de heno se pueden alimentar 50 caballos durante 5 días. ¿Cuántos días podrán alimentarse 100 caballos con 1262 kg de heno comiendo las mismas raciones?

8) Ocho toneles de sesenta litros cada uno cuestan 2.750 €. ¿Cuánto costarán doce toneles que tengan una capacidad de diez litros?

9) ¿Cuánto tiempo empleará un caminante para recorrer 750 km, andando 6 horas diarias, si ha tardado 12 días en recorrer 350 km a 7 horas/día?

10) Se han pagado 1.850 € por el transporte de 13250 kg de una mercancía a una distancia de 47 km. ¿Cuánto costará el porte de 150 "mag" al doble de distancia?

11) Para preparar una cuneta de 200 m de larga, 3 m de ancha y 2 m de profundidad, 180 obreros han trabajado 6 días durante 10 horas diarias. Trabajando 8 horas diarias, 100 hombres, para hacer otra cuneta de 400 m de larga, 4 m de ancha y 3 m de profundidad, y trabajando al mismo ritmo, ¿cuántos días necesitarían?

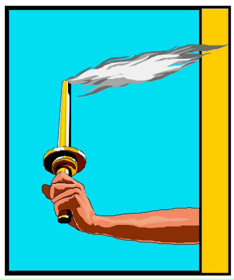
12) Dos bombas, que trabajan 5 horas diarias durante 4 días, consiguen bajar el nivel de agua de una piscina en 65 cm. ¿Qué tiempo invertirán tres bombas semejantes para bajar el nivel de agua en 780 mm funcionando durante 8 horas diarias?

13) Un destacamento de 1.500 hombres tienen provisiones para 12 semanas. ¿Cuántos hombres podrían mantenerse en esa tropa durante 20 semanas, bajo las mismas condiciones, si la ración se redujera 9/10 cada día?

14) Una fuente que da 8'4 kl de agua por hora llena un depósito en 7 horas. ¿Cuánto debería echar por hora para llenar en 6 horas un depósito 5 veces menor (1/5)?

15) Para asfaltar una plaza de 1.800 m^2 han trabajado 10 obreros durante 40 días. ¿Cuánto tardarán 5 obreros más en adoquinar el doble de superficie trabajando al mismo ritmo diario?

¿Te sientes 'mayor'? ¿Sí? ¿No? ¿Por qué te consideras 'mayor'? ¿O por qué todavía piensas que no eres mayor?



A ver, una pregunta algo complicada: ¿Tus padres te han educado y te educan "PARA ESTAR" o "PARA SER"? Quizás no entiendas. Bien, te ayudo a reflexionar. Si aspiras a tener comodidad, dinero, bienestar, poca exigencia, etc., entonces tu educación se acerca más al "ESTAR". Si aspiras a ser autónomo, dueño de ti mismo, a tener una auténtica personalidad, a valorar la vida de estudiante y a buscar tu propio camino en el presente y hacia el futuro, entonces te estás educando en el "SER", y es entonces cuando uno realmente se siente mayor.

¿Puedes responder ahora a las preguntas iniciales de esta reflexión?

6.15.-Problemas de repartos proporcionales.

SOLUCIONES en las págs. 564 y 565.

1) Se deben repartir 48.000 € en partes directamente proporcionales a las edades de tres niños de 3, 4 y 5 años. Una vez realizado, con los mismos números haces un reparto inverso.

2) Una empresa solvente va a repartir una parte (1.622.930 €) de sus beneficios (5 millones y medio) entre sus empleados de forma que recibirán más aquellos que han faltado al trabajo menos semanas. Si los tres empleados faltaron 2, 6 y 8 semanas, respectivamente, ¿cuánto correspondió a cada uno?

3) Realizar un reparto directo de 65 millones entre 1, $\frac{2}{9}$ y $\frac{2}{3}$.

4) Un transportista debe pagar 12.000 € a tres agricultores a los que ha comprado partidas de 400, 500 y 600 kg de trigo. ¿Cuánto debe pagar a cada uno?

5) ¿Cuánto recibirá cada niño de edades 4, 5 y 10 años en un reparto de 27.500 €, si proporcionalmente se da más a las edades inferiores?

6) Descomponer 63 en dos partes, de modo que la mayor sea $\frac{5}{4}$ de la menor.

7) Se reparte dinero en proporción directa a 5, 10 y 13, y así resulta que la parte que corresponde a la menor es de 25.000 €. Calcular las cantidades que correspondieron a los otros.

8) Realiza un reparto directo de 453.000 € entre $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$ y $\frac{1}{5}$.

9) Realiza un reparto inverso de 763.000 € entre $\frac{5}{4}$, 6 y $\frac{3}{8}$.

10) Tres grifos iguales se abren. El 1º durante 1 h 10 min., el 2º durante 2 h 20 min. y el 3º durante 3 h 10 min. En total arrojaron 3.360 m^3 . ¿Cuántos litros han salido por cada grifo?

11) Cuatro familias alquilan un autobús para una excursión que les cuesta 9.620 €. ¿Cuánto pagará cada una si los miembros de que constan son, respectiva-mente, 4, 6, 8 y 12 personas, y van a pagar proporcional-mente?

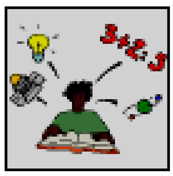
12) En una carrera intervienen 30 participantes, habiendo tardado los ganadores 40, 50 y 60 minutos. Si el premio a repartir en proporción inversa a los tiempos empleados es de 11.084 €, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

13) Se deben repartir $2^3 \cdot 3 \cdot 10^4$ € entre cuatro personas, de modo que la 1ª reciba el doble que la 2ª, ésta el triple de la 3ª y ésta la mitad de la 4ª. Averigua cuánto corresponde a cada una.

14) Un empresario gratifica con 10.590 € a sus tres empleados, con la condición de que se las repartan en proporción directa a la edad y a los años de servicio. El 1º tiene 42 años de edad y 10 de servicio; el 2º, 34 de edad y 7 de servicio, y el 3º, 16 de edad y 3 de servicio. ¿Cómo quedó el reparto final?

15) Un padre deja una fortuna con el propósito de que sea repartida entre sus tres hijos en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son de 15, 12 y 5 años. Si al de 5 años le correspondieron 180.240 €, ¿cuánto les tocó a los otros dos y a cuánto ascendía la fortuna?

A ver, una petición de reflexión algo complicada. ¿Podrías pensar un poco sobre qué significan para ti lo expresado en cada uno de los siguientes apartados?



a) Poca valoración del esfuerzo.
b) Falta de habilidades sociales.
c) Entorno permisivo.
d) Cierto tipo de violencia en las aulas.
e) Poca costumbre para superar dificultades.
f) Rara contestación del alumnado de comportamientos y actitudes reprochables en las clases.
g) Mucho seguimiento de modelos televisivos muy representativos de la sociedad actual.
h) Poca valoración de la consecución de buenas calificaciones.
i) Mucha escasez de alumnos con personalidades sólidas.
j) Reducido número de alumnos capaces de buscarse a ellos mismos.

Difícil y comprometido cavilar sobre estas opiniones, ¿no? Esfuérzate un poco, a ver qué extraes de tus neuronas.

6.16.- Problemas de interés simple.

1) Calcula los valores pedidos en cada una de las filas de la siguiente tabla:

	Capital inicial	Intereses	Capital final	Rédito	Tiempo
A	1.840.000	¿...?	2.017.100	¿...?	(2 + ¾) de año
B	¿...?	34.300	¿...?	3'5 %	02/01/99 al 13/02/99
C	¿...?	25.200	¿...?	3 %	¿ años ?
D	¿...?	91.600	811.600	¿...?	3 años y 65 días
E	300.000	¿...?	305.680	4'8 %	05/08/00 al 25/12/00
F	360.000	11.550	¿...?	5'5 %	¿ meses ?

2) Calcula el interés producido por 120.400 € al 5 % durante 5 años. Después los calculas durante 5 meses. Y, por último, durante 36 días.

3) Halla el capital que produce 12.450 € de interés al cabo de 2 años y 6 meses, colocado a un rédito del 4 %.

4) ¿A qué % hay que colocar 184.000 € para tener 17.710 € de interés después de 2 años y 9 meses?

5) El 20 de marzo pido prestadas 600.000 € al 5 %. ¿En qué fecha deberé satisfacer por completo mi deuda si deseo pagar en total 604.500 €?

6) ¿Qué interés producen 142.200 €, colocadas al 3 %, desde el 1 de enero hasta el 31 de mayo? (*NOTA: el día en que termina la imposición del capital no es contable, es decir, que al averiguar cuántos días han pasado no debes contar el 31 de mayo, ya que ese día no pasa, sino que se termina la imposición*)

7) Halla el capital que produce 60.260 € de interés al cabo de 1 año, 3 meses y 10 días, sabiendo que el rédito es del 6 % .

8) ¿A qué % hay que colocar 255.000 € para obtener 24.650 € de interés después de 1 año, 7 meses y 10 días?

9) David ha colocado 720.000 € de sus ahorros de 6 años al 4 % . ¿Cuántos días tardará en obtener un capital final (capital inicial + intereses) de 811.000 €?

10) Halla el interés de 301.200 €, colocadas al 4 %, desde el 8 de agosto al 22 de septiembre. (*NOTA: el día en que termina la imposición del capital no es contable, es decir, que al averiguar cuántos días han pasado no debes contar el 22 de septiembre, ya que ese día no pasa, sino que se termina la imposición*)

11) Don Pancracio vende un terreno a 47000 € la "ha" (hectárea = 100 "ca" = 100 m ^{2}) y coloca la cantidad recibida al 5 % . Si la renta anual del capital es de 848'75 €, hallar la superficie del terreno en "ca"

12) Calcula el % de alcohol de una mezcla que tiene 3 litros de alcohol y 5 litros de agua.

13) ¿Cuántos días tardarán $1_1300.000$ € en convertirse en $1_1380.000$ € al 5 %?

14) Una gran finca valorada en 5 millones se alquila en veinte mil euros mensuales. Si los gastos de mantenimiento, impuestos y otros diversos que corren por cuenta del dueño ascienden a 20000 € anuales, ¿qué % de renta anual le queda la finca?

15) Torcuato coloca el 30 % de su capital al 4 % , el 45 % al 5 % y el resto al 6 % . Al cabo del año le ganan las tres partes 99.000 €. ¿Cuánto es su capital final?

A ver que piensas tú de las siguientes opiniones:

EMILIANA: *"Nada se consigue con el látigo, ni contra uno mismo ni contra los demás".*
CIPRIANO: *"Las metas se consiguen con trabajo, con esfuerzo y con dedicación".*
ILDELFONSA: *"En el futuro próximo sólo van a sobrevivir aquellos que tengan una persona-lidad madura".*

GEMA: *"De las discotecas no saldrá nunca ningún Premio Nobel".*
SEVERIANA: *"No luches con precipitación, darás ventaja y perderás equilibrio".*
ROSENDO: *"Los principios se demuestran cuando las situa-ciones se ponen difíciles".*
REMIGIO: *"Cuando se comparten los sentimientos uno se siente una verdadera estrella".*

6.19.- Problemas de repaso global de la proporcionalidad.

Esta relación de problemas va en series de 6 en 6, donde van apareciendo sucesivamente problemas relacionados con **proporciones, reglas de tres simples, porcentajes, reglas de tres compuestas, repartos e interés simple**.

1) Calcula la cuarta proporcional a 4, 6 y 8.

2) En 50 litros de agua de mar hay 1.300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5'2 kg de sal?

3) La leche da, por término medio, 15 % de nata, y la nata da el 25 % de mantequilla. ¿Cuánta nata y cuánta mantequilla sacaremos de 80 litros de leche?

4) Para pintar una fachada de 50 m^2, en 4 horas, hacen falta 5 obreros. ¿Cuántos obreros, al mismo ritmo, pintarán 75 m^2 en 6 horas?

5) Un padre reparte cada domingo 450 euros entre sus hijos, que tienen 8, 12 y 16 años. Reparte directamente y averigua qué corresponde a cada cual.

6) Se colocan 2.000.000 € en un Banco al 8 % durante 2 años. ¿Qué capital final se obtiene?

- -

7) Halla la media proporcional a 4 y 36.

8) Para envasar cierta cantidad de vino se necesitan 8 toneles de 200 litros de capacidad cada uno. ¿Cuál debe ser la capacidad de 32 nuevos toneles si queremos envasar la misma cantidad?

9) Al comprar en una tienda una cazadora que costaba 198 euros nos han cobrado 168'3 euros. ¿Qué tanto por ciento nos hicieron de descuento?

10) Para construir 4 casas iguales en 30 días hacen falta 60 albañiles. ¿Cuántos albañiles se necesitarán para construir 6 casas iguales, trabajando al mismo ritmo, durante 90 días?

11) Dos pueblos vecinos tienen que pagar 24.024 euros por la construcción de un puente, en partes inversamente proporcionales a las distancias del puente al pueblo. El pueblo "A" se encuentra a 6 km del puente y el pueblo "B" a 8 km. ¿Cuánto pagará cada pueblo?

12) ¿A qué rédito se han impuesto 2.400 euros si en 45 días produjeron unos intereses de 7'5 euros?

- -

13) Calcula la tercera proporcional a 3 y 15.

14) Un coche, a una velocidad de 60 km/h, tarda 8 horas en recorrer una cierta distancia. ¿Cuánto tardaría en recorrer el mismo trayecto a una velocidad de 90 km/h?

15) Un comerciante compra en una feria objetos por valor de 90.000 €. Los gastos de transporte suponen el 0'5 % y otros gastos varios suponen el 6 % del total desembolsado. ¿A cuánto ascienden los gastos?

16) Si 5 máquinas tejen en 6 horas 60 jerseys, ¿cuántas máquinas laborarán 100 jerseys en 5 horas?

17) Repartir 27.820 euros en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4.

18) Cuando se tiene depositado el dinero en un Banco, el Estado descuenta, de los intereses obtenidos, el 25 % como impuesto de recaudación para el Ministerio de Hacienda. ¿Cuánto dinero recibe realmente una señora que coloca 75000 euros al 10 % *-este % seguro que no se lo da ningún Banco, ya que los réditos de esta "talla" se acabaron hace años-* durante 6 meses?

- -

19) Tres números forman una proporción continua. Si el medio de esa proporción es 12, escribe tres proporciones con esas condiciones.

20) Un ganadero tiene 24 vacas y comida para alimentarlas durante 20 días. Si el número de vacas aumenta en 16, con la misma cantidad de comida y la misma ración diaria, ¿cuántos días podrá alimentarlas?

21) Un hipermercado compra 1.000 artículos al precio de 9'5 euros. Una vez vendidos, recauda 11.780 euros. ¿Qué % ha obtenido de beneficio en la venta?

22) Si en 3 días 4 obreros, trabajando 8 horas diarias, construyeron un muro de 48 metros, ¿cuántos días tardarán 6 obreros, trabajando 10 horas diarias, en construir un muro de 150 metros?

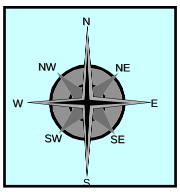
23) Tres obreros realizan un trabajo "a destajo" por el que cobran 6000 euros. El 1º hizo los 2/5, el 2º ¼ y el 3º el resto. ¿Cuánto cobró cada uno?

24) Un capital de 250000 euros, colocado al 9 %, produce unos intereses de 5000 euros. ¿Cuántos días estuvo impuesto?

Partiendo de esta frase: "Todas las cosas están en camino hacia alguna parte", ¿con cual de las siguientes afirmaciones coincides más? ¿Por qué?

Ildefonso: ***"Si todas las cosas llevan una dirección, sólo podemos seguirlas de la mejor manera posible".***

Celestino: ***"Todas las cosas van hacia alguna parte, pero somos nosotros los que podemos dirigirlas o dejarnos llevar".***



Estas últimas reflexiones son difíciles de "rumiar", ¿no es así? Pero yo creo que seguro que hay varios alumnos que nos explican ésta en clase. Ya veremos.

Repaso de los temas 1 al 6. Soluciones desde la pág. 526.

1) allar m. c. d. y el m. c. m.

De los números 32, 243 y 3125.

2) Ordenación de enteros y/o fracciones.

a) $6, -9, 0, +3, -1$ y 10.

b) $\frac{4}{15}, \frac{-1}{-6}, \frac{-5}{3}, \frac{10}{-30}$

3) Operaciones: enteros y fracciones.

a) $4.(-3+4.2)-(-5).[7-3.(9-5)]=$

b) $\frac{5}{4}:\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right)-\frac{1}{3}.\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)-\frac{0}{10}=$

4) Dibuja en unos ejes de coordenadas los siguientes puntos. Después los unes ordenadamente y dices qué figura plana resulta.

$A(-9,0)$, $B(-6,8)$, $C(0,2)$, $D(5,6)$, $E(10,4)$, $F(6,-6)$, $G(0,-8)$ y $H(-9,-9)$.

5) Ejercicios sobre Potencias y Raíces.

a) $(-2)^0 : (-2)^5 . (-2)^2 : (-2) =$

b) $\sqrt{2'9}$ → Saca dos decimales.

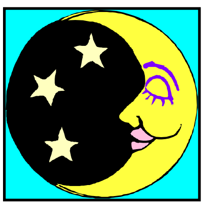
c) Extraer factores → $\sqrt{1200\ x^5\ b^2} =$

6) Problemas sobre temas 1 al 4.

a) La Cooperativa Vinícola "San Isidro" de Villafranca quiere envasar vino de tres calidades diferentes para exportarlo a distintos países. De la 1ª clase tienen 11800 litros, de la 2ª clase 30492 litros y de la 3ª clase 45360 litros.
¿Qué capacidad deben tener las garrafas para poder envasarlo todo con el menor número de garrafas iguales?

b) Una piscina tiene de capacidad 250 m^3. Se llenó de agua y se sacaron para regar las 3/10 partes primero y 125000 litros después. ¿Qué fracción quedó?

Si tienes una terraza, o un balcón o ventana, donde estar solo alguna que otra vez, te recomiendo que alguna noche clara y tranquila te pares a mirar las estrellas, sólo a mirarlas, y dejarte llevar por tu imaginación. Tu espíritu "volará" más alto si logras contemplar el atrayente cielo nocturno con laxitud y cierta paz interior. Pruébalo; comprenderás mejor el bienestar mental que produce lo espiritual.



El ritmo de la sociedad actual deja poco margen para el deleite espiritual, y los pocos foros o escenarios donde se cultiva, como no son económicamente rentables –como lo son muchos de los actuales programas basura–, pues casi van desapareciendo. Por ello, debes preocuparte tú mismo de mantener viva la llama de tu espíritu.

7) Notación científica.

a) $212345678907 =$ b) $3'7 . 10^{-11} =$

8) Operaciones con expresiones algebraicas.

a) Transformar leng. ord. en leng. algeb. "La mitad de un número más su cubo".

b) REDUCIR TÉRMINOS SEMEJANTES.
$6x - x + x^2 + 3x - 7x^2 - x =$

c) PRODUCTO/ DIVISIÓN de monomios.
$-x^4 : (-3x)^4 . (-5x)^2 =$

d) PRODUCTO de BINOMIOS.
$(4x - 3) . (5 - x) =$

e) VALOR NUMÉRICO de :
$-5x - x^3 - 1$ → para $x = -2$

f) FACTORIZAR : $12x^3 - 3x =$

g) SIMPLIFICAR : $\frac{25 - 9a^2}{5 + 3a} =$

9) Igualdades o identidades notables.

a) $(7 - 2b)^2 =$

b) $\left(\frac{2x}{3} - 5\right) . \left(\frac{2x}{3} + 5\right) =$

10) Cuestiones sobre temas 1 al 4.

a) Pon un ejemplo de resta de dos números negativos cuyo resultado dé positivo.

b) ¿Cómo puedes factorizar rápidamente los números que terminan en cero/s?

c) ¿Qué fracciones equivalen a la unidad?

d) ¿Qué signo tiene el resultado de esta potencia: 5^{-3}? ¿Y el de ésta: $(-5)^{-4}$?

11) Ecuaciones.

a) $\frac{5-x}{6} - \frac{2x+3}{4} = \frac{x}{10} - 1$ /. m.c.m.

b) Despejar la letra más señalada: $E = \mathbf{m} . g . h$

12) Sistema de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} -x = -8 - y \\ 3y = 1 - 2x \end{bmatrix}$$

13) Ecuaciones de 2º grado.

$2 - 5x = 3x^2$

14) Problemas sobre ecuaciones.

a) El denominador de una fracción es tres unidades mayor que el numerador, y si sumamos 6 unidades a los dos términos la fracción resultante es equivalente a $7/6$.
¿Qué números forman la fracción inicial?

b) Se sabe que los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo están en una relación de 2 a 3 (2/3).
¿Cuánto miden cada uno de sus tres ángulos?

15) Representación gráfica de funciones.

$f(x) = -2x$

VALORES → $-6,\ -2,\ 0,\ 3,\ 5.$

16) Proporciones.

a) Halla la media proporcional a 24 y 6.

b) Calcula la "x" en cada caso:

1) $\left\{\frac{2}{6}=\frac{x}{9}\right\}$ 2) $\left\{\frac{x}{6}=\frac{3}{2}\right\}$ 3) $\left\{\frac{1}{x}=\frac{2}{7}\right\}$ 4) $\left\{\frac{4}{6}=\frac{9}{x}\right\}$

17) Regla de Tres Simple.

Si 12 obreros hacen una obra en 3 meses, ¿cuántos habrá que añadir para terminarla 30 días antes?

18) Porcentajes (%).

a) Si un ordenador nos ha costado 1.392 euros con el I.V.A. (16 %), ¿cuál era su precio sin I.V.A.?

b) ¿Qué % real se ha subido a un artículo que primero subió un 10 % y después se subió un 5 % ?

19) Cuestiones sobre los temas 5 y 6.

a) ¿Qué significa **SI.NU.LE.** y para qué operaciones se usa?

b) Escribe las 3 propiedades de las proporciones y pones un ejemplo de cada una.

20) Detectar errores.

a) $7 - [6 + 2 - (1 - 5)] =$
$= 7 - [6 + 2 + 1 + 5] = 7 + 6 - 2 - 1 - 5 = 5$

b) $\frac{8}{5} - 2 = \frac{8-2}{5} = \frac{6}{5}$

c) $7^3 = 21$

d) $\sqrt{9-49} = \sqrt{9} - \sqrt{49} = 3 - 7 = -4$

e) $2x + 7 = 9x$

f) La edad de una persona y su peso son magnitudes directamente proporcionales.

21) Hallar m. c. d. y el m. c. m.

De los números cuyos desarrollos son:

a) $2^2 \cdot 5 \cdot x^3 \cdot y$

b) $2^5 \cdot x \cdot y^4 \cdot z$

c) $2^3 \cdot x^2 \cdot z^5$

22) Ordenar enteros y fracciones.

a) $-4,\ -9,\ 0,\ -3,\ -1$ y $12.$

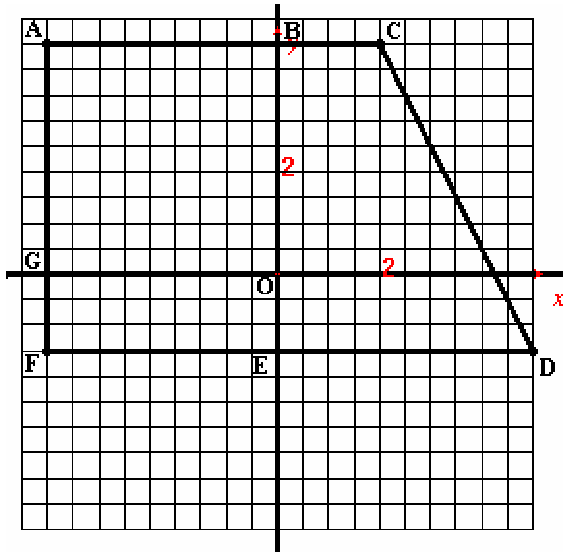
b) $\frac{-8}{12},\ \frac{3}{15},\ \frac{-6}{-30},\ \frac{-4}{2}$

23) Operaciones: enteros y fracciones.

a) $4 \cdot (-7 + 3 \cdot 4) - (-2) \cdot [6 + 3 \cdot (2-5)] =$

b) $\dfrac{\frac{1}{3} - \left(\frac{4}{5} - 1\right)}{\frac{2}{3} + 1} - \dfrac{6}{25} =$

24) Escribe las coordenadas de los puntos representados, diciendo en qué cuadrante está cada uno. Después los dibujas en tu cuaderno y dices qué figura plana resulta.



25) Ejercicios sobre Potencias y Raíces.

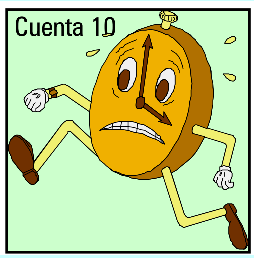
a) $-5 \cdot 3^2 + 3 \cdot (4^2 - 4^3) \cdot (-2)^3 =$

b) $\sqrt{257049}$ → Exacta.

c) Extraer factores → $\sqrt{720\ a^6\ b\ c^3} =$

❶ ❷ ❸ ❹ ❺ ❻ ❼ ❽ ❾ ❿

Allá por mediados de los años 60, cuando yo estudiaba el Bachillerato, tuve un profesor que entre otras muchas cosas buenas que tenía de vez en cuando nos daba algún que otro consejo. Me acuerdo de uno que a veces pongo en práctica pero no todo lo que debiera. Nos dijo lo siguiente: **"En la vida habrá muchas ocasiones en las que estéis irritados, mosqueados, violentos, perdáis el control, etc. Bien, pues en esos momentos sería muy provechoso que antes de actuar con ese estado de ánimo contéis hasta 10, porque quizás al llegar al 10 recapacitéis y ya no actuaréis impulsivamente".**



Practica este consejo cuando te sucedan ocasiones que lo requieran. Antes de lanzarte a decir o hacer lo primero que se te ocurra, cuenta despacio hasta 10 –o hasta 20–, respirando suavemente y concentrado, y después dices o haces lo que pienses.

Esto no es una panacea, pero seguro que en más de una ocasión te evitará tener que arrepentirte de haber actuado sin reflexionar y recapacitar.

26) Problemas sobre temas 1 al 4.

a) Simplifica: $\dfrac{27 \cdot (5^4)^{-1} \cdot 2^{-3}}{(3^{-2} \cdot 2)^2 \cdot 625^{-1}} =$

b) En 2º de E.S.O. 1/12 de los alumnos son buenos estudiantes, 7/20 son de los que estudian poco y casi no se preocupan, 2/5 son de los que pasan totalmente de la educación y formación y 10 de ellos son de los regulares que medio se defienden. ¿Cuántos hay de cada clase?

27) Notación científica.

a) $567800067000122 =$ b) $7'4 \cdot 10^{-8} =$

28) Operaciones con expresiones algebraicas.

a) Transformar leng. ord. en leng. algeb.
"El producto de dos impares consecutivos".

b) REDUCIR TÉRMINOS SEMEJANTES.
$-5 - a - 7 - 4a + 1 - 10a + 3$

c) PRODUCTO/ DIVISIÓN de monomios.
$(-x)^4 \cdot (-20)\,x^4 : (-5x)^2 =$

d) PRODUCTO de BINOMIOS.
$(2a - 7b) \cdot (5b - a) =$

e) VALOR NUMÉRICO de :
$-a - 3a^4 + 9 \rightarrow$ para $a = -1$

f) FACTORIZAR : $60x^3y - 12xy^2 =$

g) SIMPLIFICAR : $\dfrac{5x + 5y - 5z}{10x} =$

29) Igualdades o identidades notables.

a) $(4x + 5y)^2 =$ b) $81 - 36a^2 =$

30) Cuestiones sobre temas 1 al 4.

a) Escribe ejemplos de tres números negativos que sean mayores que el "0". (¡)

b) Escribe tres números cuyo máximo común divisor (m.c.d.) sea 0. (¡)

c) Explica con un ejemplo la propiedad conmutativa de la resta y de la división de fracciones. (¡)

d) ¿Por qué al sumar potencias de la misma base se deben sumar los exponentes?

31) Ecuaciones.

a) $\dfrac{4x - 1}{5} - 6 - 3(2 + x) = 7 - x$

b) Despejar la letra más señalada :
$\dfrac{3ax}{5\boldsymbol{b}} = 2c$

32) Sistema de ecuaciones.

Resuelve por el método que quieras.

$$\begin{cases} -2x + 3y = 12 \\ 5y - 4x = 24 \end{cases}$$

33) Ecuación de 2º grado.

$-2 + 3x = x^2$

34) Problemas sobre ecuaciones.

a) La cuarta parte de un número disminuido en su octava parte es igual a su décima parte más tres quintos. ¿Cuál es el nº?

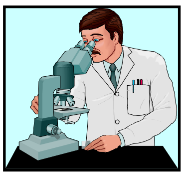
b) En un corral hay 18 animales, entre patos y conejos. Y entre todos le faltan 8 patas para llegar a las 5 docenas. ¿Cuántos patos y conejos hay?

35) Polinomios.

Divide: $f(x) = -2x - x^5 + 3x^2 + 5 + x^4$ entre el binomio: $x + 2$. POR RUFFINI.

Hay bastantes niños en colegios e institutos que no obtienen unos resultados satisfactorios, o sea, que su aprendizaje no es todo lo conveniente que padres y profesores desearíamos que fuera. Dentro de este grupo, muy significativo actualmente, hay muchos alumnos cuyas dificultades no provienen de una falta de capacidad, o de falta de inteligencia, o de falta de medios, o de bajo nivel, o de otras tantas cosas que padres y profesores ponemos como causas de un mal aprendizaje, sino más bien de que no tienen nada claro ni están nada seguros de que es muy necesario y conveniente emplear su afán, desvelo y voluntad en un aprendizaje adecuado y progresivo.

En realidad, lo que les falta a esos chicos que pueden y no lo consiguen es unos valores definidos por los que llegar a tener muy claro qué desean ser en sus vidas y en qué quieren emplear su tiempo. Todos los alumnos de este tipo tienen en común que todavía no han encontrado un significado apropiado para su vida que les lleve a valorar el estudio, utilizando su tiempo y su esfuerzo para conseguirlo.



Esta reflexión es un poco complicada, ¿verdad? Y quizás no la entiendas. Bien, pues te resumo: las personas que poseen valores en sus vidas saben en qué deben emplear su tiempo, hacia dónde se dirigen y qué quieren conseguir en su vida. Y las que no los tienen ...

36) Proporciones.

a) En el Primer Ciclo de E.S.O. hay 97 alumn@s, de los cuales 31 son chicas.
Escribe las siguientes razones:
- La de chicos respecto a chicas.
- La de chicas respecto del total.
- La de chicas respecto de chicos.

b) Señala cuáles forman proporción:

1) $\left\{\frac{2}{5}=\frac{3}{7}\right\}$ 2) $\left\{\frac{3}{6}=\frac{4}{8}\right\}$ 3) $\left\{\frac{6}{40}=\frac{1'5}{10}\right\}$ 4) $\left\{\frac{0}{2}=\frac{6}{12}\right\}$

37) Regla de Tres Simple.

a) Un coche rapidito tarda 6 horas en llegar a su lugar de destino a una velocidad media de 152 km/h. A lo largo del trayecto se da cuenta de que ha podido tener algún accidente a causa de la elevada velocidad; por ello al regreso se propone hacer el mismo recorrido en 2 horas más.
¿Cuál debe ser su velocidad media al volver?

b) La rueda de un coche da 22950 vueltas en 3/4 de hora. ¿Cuántas vueltas dará en 12 horas?
¿Y en 2 minutos?

38) Porcentajes (%).

a) Un CD me ha costado 12'75 euros después de haberme rebajado un 15 %. ¿En qué precio estaba marcado?

b) Un equipo musical se rebaja en un 20 %. Como no se venden muchos, se vuelve a rebajar en un 10 %. Después, al tener éxito lo suben en un 25 %. ¿Cuál es la variación porcentual real?

39) Cuestiones sobre los temas 5 y 6.

a) Escribe un esquema con letras de los cuatro casos de Igualdades Notables.

b) Explica brevemente si hay proporcionalidad directa, inversa, o si no la hay en cada caso:
- La cantidad de ganado y el tiempo que tardan en terminar una misma ración de comida.
- La edad de una persona y su estatura.
- Litros de gasolina y su precio.
- Velocidad de un coche y el espacio recorrido.

40) Detectar errores.

a) $24 : (-3) \cdot (-2) = 24 : (+6) = 4$

b) $\frac{8}{5} - \frac{7}{3} = \frac{8-7}{5-3} = \frac{1}{2}$

c) $5^{-3} = -125$

d) $\sqrt{-16} = -4$

e) $\frac{3x-2}{5} = 6 + x \Rightarrow 3x - 2 = 30 + x$

f) $\frac{1'3}{8} = \frac{5'1}{4}$

41) Hallar el máximo y el mínimo.

De los números : 19404, 27720 y 28080

42) Operaciones: enteros y fracciones.

a) $\left[8 + 2 \cdot (-3)\right] \cdot 5 - 2 \cdot \left[1 - 3 \cdot (4-6)\right] =$

b) $\dfrac{\frac{3}{2} \cdot \left(2 + \frac{-4}{3}\right)}{3 - \frac{1}{2}} - \dfrac{1}{5} =$

43) Ejercicios sobre Potencias y Raíces.

a) $-5^2 \cdot 5 : 5^4 \cdot (-5)^4 =$

b) $\sqrt{9'4249}$ → Exacta con decimales.

c) Extraer factores → $\sqrt{5400\, x^3 y^4} =$

44) Igualdades o identidades notables.

a) $(5a - y)^2 =$ b) $9a^2 - 25b^2 =$

45) Ecuaciones.

a) $\frac{1}{4} - \frac{3-5x}{12} = \frac{x}{6} - 2x$ /• m.c.m.

b) Despejar la letra más señalada :

$$F = \frac{2\,a\,x}{\mathbf{C}\cdot b}$$

⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕⊕

Debes saber que en multitud de ocasiones muchos adolescentes actúan de acuerdo con la imagen que los demás tienen de ellos. Es decir, que si los demás piensan que son torpes, ellos se muestran torpes; si los ven como inseguros, se muestran inseguros, si piensan que los familiares, amigos o profesores creen que es tímido, casi siempre hará de tímido, etc.

La imagen que muchos tienen de sí mismos es la que los demás tienen de ellos, y no la suya propia, ya que no tienen una autoestima adecuada y una personalidad definida. Esa forma de actuar conlleva siempre una BAJA AUTOESTIMA, que conduce a un deficiente desarrollo en todas las actuaciones de sus vidas.

Lo mejor, aunque no fácil de conseguir, es tener confianza en ti mismo, cada día más, y reflejar esa seguridad en el respeto que te tengan los demás. Esto es difícil, pero sólo de las cosas difíciles se obtienen frutos eficientes, valorados y duraderos. Empieza por conocerte a ti mismo, que aunque creas que te conoces bien, seguramente no es así.

Muchas veces dirás que decir las cosas y hablarlas es muy fácil, pero que después actuar y conseguirlas ya no es lo mismo. Estoy de acuerdo, pero si no te lo planteas tú, o si no te lo advierten, será difícil de que te des cuenta de muchas cosas en las cuales puedes mejorar con sólo conocerlas, siempre que te lo propongas, claro, pues si no ...

HHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHHH

46) Sistema de ecuaciones.

Resuelve por el método que quieras.

$$\begin{bmatrix} 2x & + & 3y & = & -9 \\ 5y & - & 4x & = & -15 \end{bmatrix}$$

47) Problemas sobre ecuaciones.

a) Se sabe que la tercera parte de un número más su doble es igual a la mitad más 44 unidades. ¿Cuál es ese número?

b) Dos números forman proporción con $\frac{5}{4}$, y si se le suma dos al numerador y se le resta dos al denominador, la razón se invierte. ¿Cuáles son esos números?

48) Proporciones.

¿Qué valor debe tomar la letra en cada una de las siguientes expresiones para que todas formen proporción?

a) $\left\{ \frac{x}{5} = \frac{3}{4} \right\}$ b) $\left\{ \frac{3}{y} = \frac{5}{8'5} \right\}$

c) $\left\{ \frac{6}{40} = \frac{2z}{10} \right\}$ d) $\left\{ \frac{7}{2} = \frac{0}{5a} \right\}$

49) Reglas de Tres Simple.

a) ¿Cuáles de las siguientes parejas de magnitudes son proporcionales? En aquellas que lo sean, señala y explica si son directa o inversamente proporc.

1) El dinero y la inteligencia.
2) La altura de una persona y su peso.
3) El precio de la gasolina y la cantidad de litros que echas al depósito.
4) El tiempo que tarda en llenarse una piscina y la cantidad de grifos iguales que se usan para llenarla.

b) Se quiere vallar una finca rectangular con postes de madera y alambre entre ellos. Una vez hecho los cálculos, se sabe que se necesitan 200 postes de madera colocados a distancias de 75 dm. Como el dueño de la finca sólo dispone de 150 postes, ¿a cuántos metros deberá colocarlos?

50) Porcentajes (%).

a) Un vendedor ambulante compra dos minicadenas por 660 euros y las vende después por 720 euros. Calcula qué % ganó en la venta.

b) 150 alumnos de 1º y 2º de ESO fueron de excursión a Las Islas Canarias. Los 3/5 eran chicos. Calcula el % de chicos y chicas que fue de excursión.

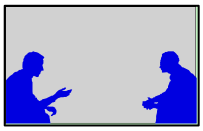
c) El precio de una colección de CD's de los mejores cantantes del momento está marcado, sin I.V.A., en 675'25 euros. ¿Cuántas ptas cuesta realmente? (NOTA: IVA = 16 %)

d) Un ordenador costaba el año pasado 1500 euros, y este año lo han rebajado un 12 %. ¿Cuántas ptas vale? (1 euro = 166,386 ptas)

e) ¿Qué interesa más a un comprador, que le rebajen el el 20 % de una vez o que le rebajen el 30 % y después le suban el 10 %? Y al vendedor, ¿qué le interesa más?

El oído, como todos sabemos, es el órgano de la audición y el equilibrio. En el reside el sentido por el que percibimos los sonidos. De ahí que la acción de oír consiste en percibir ruidos, palabras, música, etc.

En los albores del siglo XXI, la cantidad de lo que oímos se va multiplicando cada vez más, es decir, muchos más ruidos, mucha más música, muchas más palabras... Pero desgraciadamente cada día SABEMOS MENOS ESCUCHAR.

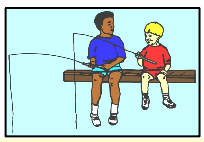


La ausencia de valores, el ritmo acelerado de vida, la TV, la carencia de una enseñanza moral y de una educación basada en el esfuerzo, el ansia desmedida por tener más dinero y poseer que desde todos los medios bombardean a tanto niño, adolescente y joven, tanta complejidad de medios, etc., todo ello lleva inevitablemente a un significativo vacío en las relaciones personales y a un "paripé" muy extendido de comunicación en las conversaciones.

Escuchar al que nos habla supone prestarle atención, seguir su conversación, intentar comprender sus razones, discrepar de forma tranquila si no estamos de acuerdo, tratar de ponerse en su lugar, hacerle ver de modo razonable en lo que quizás esté equivocado, ayudarle si es posible y hacerle partícipe también de nuestros pensa-mientos e inquietudes.

Sin embargo, oír a los demás consiste en muchas ocasiones en percibir sus palabras sin hacer nada de lo anteriormente expuesto, casi como si estuviéramos oyéndole en un idioma que no entendemos, pero que hacemos como que entendemos.

Para ESCUCHAR a los demás se necesita LA INTENCIÓN, el hacerlo PARA ALGO, sin embargo, el oírles es como algo que entra por nuestros oídos pero sin prestarle la suficiente atención.



Estos dos chicos sí se escuchan. ¿Pero lo harán también a medida que crezcan y el entorno les llene de cortapisas?

Soluciones de las págs. 521 a 525.

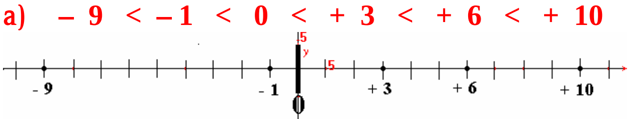
1) Hallar m. c. d. y el m. c. m.

De los números 32, 243 y 3125.

$$\begin{bmatrix} 32 = 2^5 \\ 243 = 3^5 \\ 3125 = 5^5 \end{bmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} m.c.d. = 1 \\ m.c.m. = 2^5 . 3^5 . 5^5 = 24300000 \end{array} \right\}$$

2) Ordenar enteros y/o fracciones.

a) $-9 < -1 < 0 < +3 < +6 < +10$



b) $\frac{4}{15}, \frac{-1}{-6}, \frac{-5}{3}, \frac{10}{-30} \Rightarrow$ m.c.m. = 30

$\Rightarrow \frac{8}{30}, \frac{5}{30}, \frac{-50}{30}, \frac{-10}{30} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{-50}{30} < \frac{-10}{30} < \frac{5}{30} < \frac{8}{30}$

3) Operaciones: enteros y fracciones.

a) $4.(-3+4.2)-(-5).[7-3.(9-5)] =$

$= 4.(-3+8)+5.[7-3.4] =$

$= 4.5+5.[-5] = 20-25 = -5$

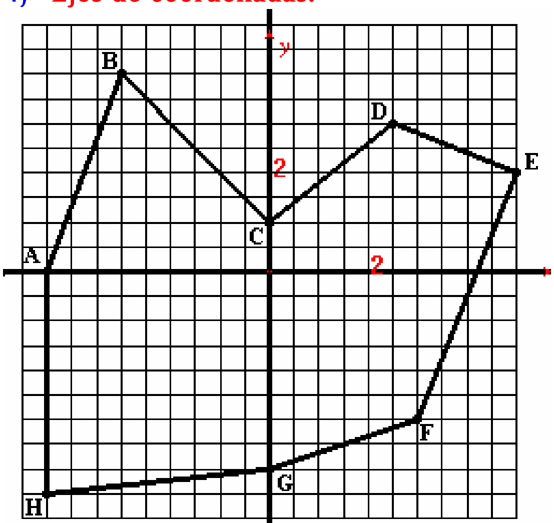
b) $\frac{5}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{3} . \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) - \frac{0}{10} =$

$= \frac{5}{4} : \left(\frac{10-3}{15}\right) - \frac{1}{3} . \left(\frac{3-2}{4}\right) =$

$= \frac{5}{4} : \frac{7}{15} - \frac{1}{3} . \frac{1}{4} = \frac{5.15}{4.7} - \frac{1.1}{3.4} =$

$= \frac{75}{28} - \frac{1}{12} = \frac{225-7}{84} = \frac{218}{84} = \frac{109}{42}$

4) Ejes de coordenadas.



Es un octógono irregular cóncavo.

5) Ejercicios sobre Potencias y Raíces.

a) $(-2)^0 : (-2)^5 . (-2)^2 : (-2) =$

$= (-2)^{0-5+2-1} = (-2)^{-4} = \left(\frac{1}{-2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

b) $\sqrt{2'9000} = 1'7029...$

Prueba $\rightarrow 1'7^2 + 0'01 = 2'9$

c) $\sqrt{1200\ x^5\ b^2} = \sqrt{2^4 . 3 . 5^2 x^5\ b^2} =$

$= 2^2 . 5\ x^2\ b \sqrt{3x} = 20\ x^2 b \sqrt{3x}$

6) Problemas sobre temas 1 al 4.

a) ⊗ $\begin{bmatrix} 11800 = 2^3 . 5^2 . 59 \\ 30492 = 2^2 . 3^2 . 7 . 11^2 \\ 45360 = 2^4 . 3^4 . 5 . 7 \end{bmatrix} \Rightarrow m.c.d. = 2^2 = 4$

SOLUCIÓN $\rightarrow$ Con garrafas de 4 litros.

b) ⊗ Hay que saber que 1 m^3 = 1000 litros.

Luego $\rightarrow$ 250 m^3 = 250.000 litros.

⊗ 125.000 litros $\rightarrow \frac{125000}{250000} = \frac{1}{2}$

⊗ $\frac{3}{10} + \frac{1}{2} = \frac{3+5}{10} = \frac{8}{10}$ se sacó.

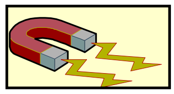
⊗ $\frac{10}{10} - \frac{8}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ quedó

7) Notación científica.

a) $212345678907 = 2'12 . 10^{11}$

b) $3'7 . 10^{-11} = 0'00000000037$

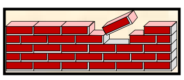
A lo largo de nuestras vidas, las personas vivimos muchas experiencias (familiares, escolares, amistades, lúdicas, tristes, sufridas, enriquecedoras, etc.), muchas formas diversas de convivir con las que vamos creciendo y, lógicamente, aprendiendo. De todas las experiencias vividas suelen emerger a nuestros modos de vida unas pautas o direcciones generales que impregnan nuestro comportamiento, o sea, que dirigen nuestra conducta. Son esas líneas directrices que cada uno de nosotros forjamos en nuestro interior las que nos ayudan a saber en qué, cómo, cuándo, dónde y por qué debemos emplear nuestro tiempo, nuestras capacidades y nuestros esfuerzos.



Cuando vamos logrando esas directrices que nos aclaran e indican hacia dónde dirigirnos, podemos decir que estamos construyendo nuestra propia escala de VALORES.

Claro, si los valores están íntimamente ligados a las experiencias individuales, pues los valores pueden ser, y de hecho son, distintos para cada persona.

Muchas veces confundimos otras cosas con verdaderos valores. Por ello, conviene saber que aquello que no se elige, que no se compara, con lo que no te sientes a gusto, si te da vergüenza afirmarlo o si no actúas reiteradamente de acuerdo con ello, entonces, ese algo no debe ser considerado como un valor.



8) Expresiones algebraicas.

a) Transformar leng. ord. en leng. algeb.
"La mitad de un número más su cubo".

$$\frac{x}{2} + x^3$$

b) REDUCIR TÉRMINOS SEMEJANTES.

$$6x - x + x^2 + 3x - 7x^2 - x = -6x^2 + 7x$$

c) PRODUCTO/ DIVISIÓN de monomios.

$$-x^4 : (-3x)^4 . (-5x)^2 = -\frac{25}{81}x^2$$

d) PRODUCTO de BINOMIOS.

$$(4x - 3) . (5 - x) =$$

$$= 20x - 4x^2 - 15 + 3x = -4x^2 + 23x - 15$$

e) VALOR NUMÉRICO de :

$$-5x - x^3 - 1 \rightarrow \text{para } x = -2$$

$$-5.(-2) - (-2)^3 - 1 = +10 + 8 - 1 = 17$$

f) FACTORIZAR : $12x^3 - 3x =$

$$= 2.2.3.x.x.x - 3.x.1 = 3x.(4x^2 - 1) =$$

$$= 3x.(2x+1).(2x-1)$$

g) SIMPLIFICAR : $\frac{25 - 9a^2}{5 + 3a} =$

$$= \frac{(5+3a).(5-3a)}{5+3a} = 5 - 3a$$

9) Igualdades o identidades notables.

a) $(7 - 2b)^2 = 49 - 28b + 4b^2$

b) $\left(\frac{2x}{3} - 5\right) \bullet \left(\frac{2x}{3} + 5\right) = \frac{4x^2}{9} - 25$

10) Cuestiones sobre temas 1 al 4.

a) $(-5) - (-9) = -5 + 9 = 4$

b) Sabiendo que por cada 0 se debe poner el producto 2 por 5 (2•5).

c) Las que tienen iguales numerador y denominador.

d) La 1ª es positiva $\rightarrow 5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$

La 2ª es positiva $\rightarrow (-5)^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1}{625}$

11) Ecuaciones.

a) $\frac{5-x}{6} - \frac{2x+3}{4} = \frac{x}{10} - 1$ /• m.c.m.=60

$$\frac{60(5-x)}{6} - \frac{60(2x+3)}{4} = \frac{60x}{10} - 60.1$$

$$10(5-x) - 15(2x+3) = 6x - 60$$

$$50 - 10x - 30x - 45 = 6x - 60$$

$$-10x - 30x - 6x = -60 - 50 + 45$$

$$(-10 - 30 - 6)x = -65$$

$$-46x = -65 \Rightarrow x = \frac{-65}{-46} = +1'41\ldots$$

b) Despejar la letra más señalada :

$$E = \mathbf{m}.g.h \Rightarrow \frac{E}{g.h} = m$$

12) Sistema de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} -x = -8 - y \\ 3y = 1 - 2x \end{bmatrix} \rightarrow \text{Por Sustitución.}$$

$x = 8 + y \rightarrow$ Sustituimos en la 2ª:

$$3y = 1 - 2(8 + y)$$

$$3y = 1 - 16 - 2y$$

$$5y = -15 \Rightarrow y = \frac{-15}{5} = -3$$

Y sustituimos "$y = -3$" en la 3ª:

$$x = 8 + (-3) = 5$$

13) Ecuación de 2º grado.

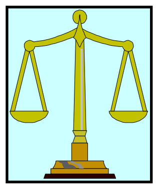
$$-3x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -5 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.(-3).2}}{2.(-3)} =$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-6} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{-6} =$$

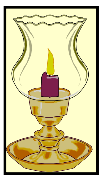
$$x = \frac{5 \pm 7}{-6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5+7}{-6} = \frac{12}{-6} = -2 \\ x_2 = \frac{5-7}{-6} = \frac{-2}{-6} = +\frac{1}{3} \end{cases}$$

⇩ ⇩



A lo largo de la vida los valores evolucionan, se desarrollan, progresan y se transforman, es decir, que la adquisición de los valores de una persona debe ser una vivencia que se mantenga activa toda su existencia. No se adquieren los valores sólo en la niñez, ni sólo en la adolescencia, ni sólo en la juventud, ni siquiera sólo en la madurez. Se van poco a poco formando y consolidando en la infancia, en la adolescencia, en la juventud, en la madurez y hasta en personas de 30, 40 ó 50 años.

El mundo, la sociedad, la ciencia, nuestro entorno cambia y evoluciona, y nuestros valores también se transforman y evolucionan.



Uno de los objetivos de este libro es promover un poco –aportar un pequeño granito de arena– el conocimiento y análisis de ciertos valores en el aula, sugiriendo, motivando, inquietando o creando duda para ayudar a algunos chicos, los que se dejen y quieran, a poseer un mayor número de valores para poder guiar su vida, a no tener contradicciones entre sus valores, porque unos le guían en una dirección y otros en otras, y a prepararlos para continuar creciendo y aprendiendo sustentados en una sólida escala de verdaderos VALORES.

⇧ ⇧

14) Problemas sobre ecuaciones.

a) ⊗ Llamamos "x" al numerador, luego el denominador será "x + 3".

⊗ Planteamos:

$$\left[\frac{x+6}{x+3+6} = \frac{7}{6}\right]$$

$$6x + 36 = 7x + 63$$

$$-27 = x$$

SOLUCIÓN → La fracción inicial es $\frac{-27}{-24}$

b) ⊗ Hay que saber lo siguiente:

→ Que los ángulos de todos los triángulos suman 180º, que un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90º, y que, lógicamente, los otros dos ángulos suman 90º.

⊗ Planteamos:

$$\left[\begin{array}{l} x + y = 90^{\circ} \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{2}{3} \end{array}\right] \left[\begin{array}{l} x = 90^{\circ} - y \\ 3x = 2y \end{array}\right]$$

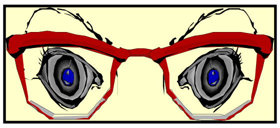
Por sustitución ⇒ $3 \cdot (90 - y) = 2y$

Resolvemos ⇒ $270 - 3y = 2y \rightarrow y = 54^{\circ}$

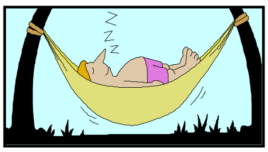
Si uno es 54º, el otro mide $90 - 54 = 36^{\circ}$

SOLUCIÓN → Uno mide 36º y otro 54º.

Hoy día, afortunadamente, se habla cada vez más de valores. Quizás, precisamente, por la ausencia o carencia de ellos en la sociedad actual. Nos referimos a VALORES, con mayúsculas. Es decir, de las cualidades de las personas en virtud de las cuales son apreciadas. Claro, valores hay muchos, pero de los que generalmente se habla son de aquellos VALORES UNIVERSALES que hacen que las personas que los poseen y practican sean dignas de admirar y seguir. Y se habla, en realidad, porque muchos valores imperantes en la actualidad han sustituido a otros VALORES de siempre que han caído en desuso como consecuencia, entre otras muchas cosas, de la permisividad, de la falta de esfuerzo en la consecución de unos fines, de la gran complejidad de medios, del excesivo culto al dinero, del imperioso deseo de ser más que..., de la comodidad reinante en muchos niños y jóvenes, del gradual descargue de responsabilidades de tantas familias en los centros de enseñanza, del progresivo deterioro de la personalidad a causa de modas y tantos atractivos vanos de la sociedad actual.



La verdad es que hoy día bastantes de aquellos VALORES dignos de elogio y que impregnan una correcta formación y educación brillan por su ausencia, por ello se habla con verdadera necesidad de ellos. Y es que una vida, una persona y una sociedad sin esos VALORES dejan mucho que desear. Yo diría que deja casi todo, casi todo lo que merece la pena vivir y valorar.



15) Representación gráfica de funciones.

$f(x) = -2x$

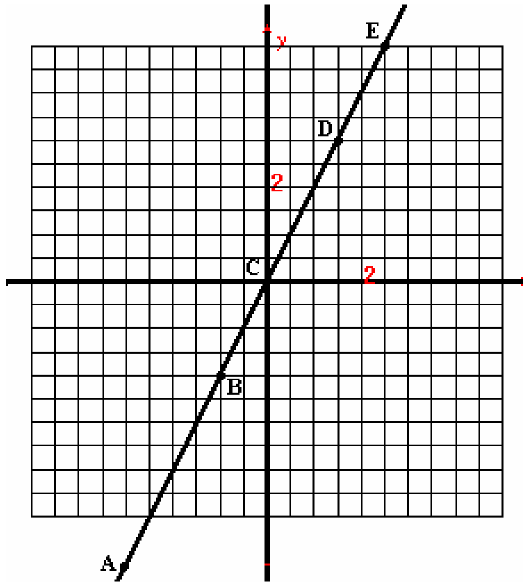
VALORES → −6 , −2 , 0 , 3 , 5.

CÁLCULO DE LOS VALORES

- Para "x = – 6" → f(x) = 2 . (–6) = – 12
- Para "x = – 2" → f(x) = 2 . (–2) = – 4
- Para "x = 0" → f(x) = 2 . 0 = 0
- Para "x = 3" → f(x) = 2 . 3 = 6
- Para "x = 5" → f(x) = 2 . 5 = 10

TABLA DE VALORES

Puntos	A	B	C	D	E
x	– 6	– 2	0	3	5
y	– 12	– 4	0	6	10



16) Proporciones.

a) Halla la media proporcional a 24 y 6.

$$\left[\frac{24}{x} = \frac{x}{6}\right] \rightarrow 24 \cdot 6 = x \cdot x \rightarrow 144 = x^2$$

Luego → $x = \sqrt{144} = \pm 12$ (media prop.)

SOLUCIÓN → $\left[\dfrac{24}{12} = \dfrac{12}{6}\right]$

b) Calcula la "x" en cada caso:

1) $\left\{\frac{2}{6} = \frac{x}{9}\right\} \rightarrow 2 \cdot 9 = 6x \rightarrow 18 = 6x \rightarrow x = 3$

2) $\left\{\frac{x}{6} = \frac{3}{2}\right\} \rightarrow x \cdot 2 = 6 \cdot 3 \rightarrow 2x = 18 \rightarrow x = 9$

3) $\left\{\frac{1}{x} = \frac{2}{7}\right\} \rightarrow 1 \cdot 7 = 2x \rightarrow 7 = 2x \rightarrow x = 3'5$

4) $\left\{\frac{4}{6} = \frac{9}{x}\right\} \rightarrow 4x = 6 \cdot 9 \rightarrow 4x = 54 \rightarrow x = 13'5$

17) Regla de Tres Simple.

⊗ AJUSTE PREVIO:

→ 30 días antes → 3 − 1 = 2 meses

⊗ PLANTEAMIENTO:

$$\left\{\begin{array}{l} 12 \text{ obreros} \rightarrow (\text{inversa}) \rightarrow 3 \text{ meses} \\ x \text{ obreros} \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow 2 \text{ meses} \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{12}{x} = \frac{2}{3}\right] \rightarrow 12 . 3 = 2x \rightarrow x = 18 \text{ obreros}$$

⊗ AJUSTE FINAL:

→ 18 obreros menos 12 ⇒ 6 obreros

SOLUCIÓN → Deberá añadir 6 obreros.

18) Porcentajes (%).

a)
- Valor Inicial → "x" euros
- Aumento Porcentual = 16 %
- 100 % (inicial) + 16 % (aumento) = 116 %
- Por cada 100 euros → 116 euros
- Factor de Variación → 1'16 (116 % = $\frac{116}{100}$)
- Valor Nuevo (Final) → 1.392 euros

La ecuación a aplicar en los problemas de porcentajes es la siguiente:

Valor Inicial • Factor de V. = Valor Nuevo

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x & \bullet & 1'16 & = & 1392 \end{array}$$

$$x = \frac{1392}{1'16} = 1200 \text{ euros}$$

Solución: { El precio inicial del ordenador era de 1200 euros.

NOTA: La resolución de este problema ha sido muy larga, pero tú no debes hacerla tan extensa, ya que yo te lo hago así para que te enteres mejor. El que lo sabe bien, sólo pone la fórmula y lo resuelve.

b) 1º)
- Valor Inicial → "x"
- Aumento Porcentual = 10 % ⇒ 1'1 (F. de V.)
- x . 1'1 = 1'1 x

2º)
- Valor Inicial → "1'1 x"
- Aumento Porcentual = 5 % ⇒ 1'05 (F. de V.)
- 1'1 x . 1'05 = 1'155 x

⊗ Un Factor de Variación de 1'155 equivale a una subida de un 15'5 %. Veamos:

$(1'155 - 1) \bullet 100 = 15'5$ %

Solución → En realidad subió el 15'5 %.

O sea, que si sube el 10 % y después el 5 %, sube algo más que si sube el 15 %.

19) Cuestiones sobre los temas 5 y 6.

a) Es una regla nemotécnica que significa SIGNO - NÚMERO - LETRA, es decir, el orden en que se deben efectuar los productos y divisiones de expresiones algebraicas.

b) Como es un poco largo, te remito a la página 315 de este libro.

20) Detectar errores.

a) $7 - [6 + 2 - (1 - 5)] =$

$= 7 - [6 + 2 + 1 + 5] = 7 + 6 - 2 - 1 - 5 = 5$

MAL, porque no ha cambiado de signo al "1" ni al "6". Bien sería así:

$= 7 - [6 + 2 - 1 + 5] = 7 - 6 - 2 + 1 - 5 = -5$

b) $\frac{8}{5} - 2 = \frac{8 - 2}{5} = \frac{6}{5}$

FALSO, porque así no se opera una fracción y un entero. Bien sería así:

$\frac{8}{5} - 2 = \frac{8 - 2.5}{5} = \frac{8 - 10}{5} = \frac{-2}{5}$

c) $7^3 = 21$

INCORRECTO, porque así no se operan potencias. Bien sería así:

$7^3 = 7 . 7 . 7 = 343$

d) $\sqrt{9 - 49} = \sqrt{9} - \sqrt{49} = 3 - 7 = -4$

MAL, porque no se puede distribuir el radical cuando en el radicando hay sumas y/o restas. Bien sería así.

$\sqrt{9 - 49} = \sqrt{-40} \Rightarrow$ { Nº imaginario; no existe. No tiene solución.

e) $2x + 7 = 9x$

FALSO, porque no se pueden sumar ni restar los términos que no son semejantes.

$2x + 7 = 2x + 7$

f) La edad de una persona y su peso son magnitudes directamente proporcionales.

MAL, porque si se mide 1'5 metros a los 10 años no quiere eso decir que se mida 3 metros a los 20 años.

21) Hallar m.c.d. y el m.c.m.

a) $2^2 . 5 . x^3 . y$; b) $2^5 . x . y^4 . z$; c) $2^3 . x^2 . z^5$

$$\left[\begin{array}{l} m.c.d. = 2^2 . x = 4x \\ m.c.m. = 2^5 . 5 . x^3 . y^4 . z^5 = 160\ x^3 y^4 z^5 \end{array}\right]$$

22) Ordenar enteros y fracciones.

a) $-9 < -4 < -3 < -1 < 0 < 12$

b) $\frac{-8.5}{60}, \frac{3.4}{60}, \frac{-6.2}{-60}, \frac{-4.30}{60}$

$\Rightarrow \frac{12}{60} = \frac{12}{60} > \frac{-40}{60} > \frac{-120}{60}$

23) Operaciones: enteros y fracciones.

a) $4.(-7+3.4)-(-2).[6+3.(2-5)]=$

$=4.(-7+12)+2.[6+3.(-3)]=$

$=4.5+2.[6-9]=20+2.(-3)=\ 14$

b) $$\frac{\frac{1}{3}-\left(\frac{4}{5}-1\right)}{\frac{2}{3}+1}-\frac{6}{25}=\frac{\frac{1}{3}-\frac{-1}{5}}{\frac{5}{3}}-\frac{6}{25}=$$

$$=\frac{\frac{8}{15}}{\frac{5}{3}}-\frac{6}{25}=\frac{8}{15}:\frac{5}{3}-\frac{6}{25}=$$

$$=\frac{24}{75}-\frac{6}{25}=\frac{24-18}{75}=\frac{6}{75}=\frac{2.3}{3.5.5}=\frac{2}{25}$$

24) Ejes de coordenadas.

En el primer cuadrante: C (4, 9)
En el segundo cuadrante: A (– 9, 9)
En el tercer cuadrante: F (– 9. – 3)
En el cuarto cuadrante: D (10, – 3)
En el eje de abscisas: G (– 9, 0)
En el eje de ordenadas: B (0, 9) y F (0, – 3)
No hay puntos simétricos.
La figura plana que resulta al unir los puntos es un trapecio rectangular.

25) Ejercicios sobre Potencias y Raíces.

a) $-5.3^2+3.(4^2-4^3).(-2)^3=$

$=-5.9+3.(16-64).(-8)=$

$=-45+3.(-48).(-8)=-45+1152=1107$

b) $\sqrt{257049}\ \rightarrow$ Exacta.

Solución $\rightarrow 507^2=507\ .\ 507=257049$

c) Extraer factores $\rightarrow \sqrt{720\ a^6\ b\ c^3}=$

$=\sqrt{2^4.\ 3^2.\ 5\ a^6\ b\ c^3}=2^2.3.a^3.c\ \sqrt{5\ b\ c}=$

$=12\ a^3 c\ \sqrt{5\ b\ c}$

26) Problemas sobre temas 1 al 4.

b) En 2º de E.S.O. 1/12 de los alumnos son buenos estudiantes, 7/20 son de los que estudian poco y casi no se preocupan, 2/5 son de los que pasan totalmente de la educación y formación y 10 de ellos son de los regulares que medio se defienden. ¿Cuántos hay de cada clase?

$$\frac{1}{12}+\frac{7}{20}+\frac{2}{5}=\frac{5+21+24}{60}=\frac{50}{60}$$

Si $\frac{50}{60}$ es la fracción de los tres grupos primeros, lo que queda de ese curso es $\frac{10}{60}$, y como $\frac{10}{60}$ corresponden a 10 de los alumnos, pues quiere decir que:

Solución $\rightarrow$ Hay 60 alumnos en 2º

a) Simplifica: $$\frac{27\ .\ (5^4)^{-1}\ .\ 2^{-3}}{(3^{-2}.\ 2)^2\ .\ 625^{-1}}=$$

$$=\frac{3^3.\ 5^{-4}.\ 2^{-3}}{3^{-4}.\ 2^2.\ (5^4)^{-1}}=3^{3+4}.\ 5^{-4+4}.\ 2^{-3-2}=$$

$$=3^7.\ 5^0\ .\ 2^{-5}=\frac{3^7}{2^5}=\frac{2187}{32}$$

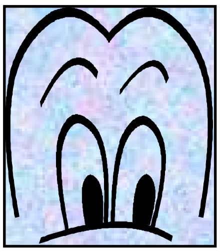
27) Notación científica.

a) $567800067000122\ =\ 5'67\bullet 10^{14}$

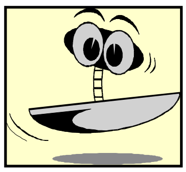
b) $7'4\ .\ 10^{-8}\ =\ 0'0000000074$

Te voy a proponer una actividad curiosa. Veamos: elige un lugar que te sea muy familiar, es decir, un sitio que veas muchos veces de forma habitual, que puede ser de tu casa o de otra parte. Bien, una vez estés allí, sitúate en algunos rincones o espacios opuestos a la posición desde donde habitualmente lo haces. Y si puedes, te sientas. Después, miras y remiras todo lo que desde allí veas; lo haces despacio, recreándote, o sea, fijándote atentamente y concentrado en los objetos, la pared, la pintura, las puertas, el paisaje, o sea, en todo lo que alcances a ver.

¿Cómo ves todo? Bueno, quizás una gran mayoría de vosotros diréis que lo veis todo igual, que no notáis diferencia alguna, o que esta experiencia es una tontería. Puede ser. Pero también habrá algunos que aprecien algo distinto y, quizás, se sorprendan gratamente de que nunca habían visto todo aquello desde esa nueva óptica, es decir, que adviertan ciertas impresiones que le hagan pensar que nunca habían visto ese lugar bajo esas sensaciones.



Bien, pues todo esto viene a cuento de otra cosa: que para tomar opinión, juzgar, acusar, sentenciar o simplemente tomar partido por alguien o algo es conveniente siempre verlo desde distintos puntos de vista, o escuchar a las distintas partes, o simplemente dudar razonadamente de todo lo que se presente en una sola dirección opinable. Y todo porque puede suceder que al verlo desde otra esquina (opinión) nos cambie nuestro pensamiento, visión u opinión.



En muchas ocasiones escuchamos a alguien opinar sobre algo y, según lo plantea, nos convence. Si después escuchamos a otra persona hablar sobre lo mismo, resulta que ya no nos merece tanta razón lo que nos había dicho la anterior. Es porque vemos el tema desde otra óptica, desde otro punto de vista, y así, desde varias perspectivas, es como realmente nos enteramos y juzgamos mejor.

28) Expresiones algebraicas.

a) Transformar leng. ord. en leng. algeb.

"El producto de dos impares consecutivos".

$(2x + 1) \bullet (2x + 3)$

b) REDUCIR TÉRMINOS SEMEJANTES.

$-5 - a - 7 - 4a + 1 - 10a + 3 =$

$= -15a - 8$

c) PRODUCTO/ DIVISIÓN de monomios.

$(-x)^4 \cdot (-20)\, x^4 : (-5x)^2 =$

Aplicamos lo de SI. NU. LE. :

$= -4x^6$

d) PRODUCTO de BINOMIOS.

$(2a - 7b) \cdot (5b - a) =$

$= 10ab - 2a^2 - 35b^2 + 7ba =$

$= -2a^2 + 17ab - 35b^2$

e) VALOR NUMÉRICO de :

$-a - 3a^4 + 9 \rightarrow$ para $a = -1$

$-(-1) - 3 \cdot (-1)^4 + 9 = 1 - 3 + 9 = 7$

f) FACTORIZAR : $60x^3y - 12xy^2 =$

$= 2.2.3.5.x.x.x.y - 2.2.3.x.y.y =$

$= 2.2.3.x.y\,(5.x.x - y) =$

$= 12xy \cdot (5x^2 - y)$

g) SIMPLIFICAR : $\dfrac{5x + 5y - 5z}{10x} =$

$= \dfrac{5 \cdot (x + y - z)}{2.5.x} = \dfrac{x + y - z}{2x}$

29) Igualdades o identidades notables.

a) $(4x + 5y)^2 = 16x^2 + 40xy + 25y^2$

b) $81 - 36a^2 = 9^2 - (6a)^2 =$

$= (9 + 6a) \bullet (9 - 6a)$

30) Cuestiones sobre temas 1 al 4.

a) Pues es IMPOSIBLE, porque el cero es mayor que todos los negativos.

b) Pues es IMPOSIBLE, porque como todos los números tienen como divisor a la unidad (1), cuando no tengan otros divisores comunes, siempre tendrán como m.c.d. a la unidad, o sea, al "1".

c) Pues es IMPOSIBLE, porque ni la resta ni la división tienen la prop. conmutativa.

d) Como el exponente indica las veces que hay que multiplicar la base, si se trata de multiplicaciones de potencias con la misma base, y una tiene de exponente 4 y la otra 5, pues hay que multiplicar la base 9 veces, o sea, la suma de sus exponentes.

31) Ecuaciones.

a) $\dfrac{4x - 1}{5} - 6 - 3(2 + x) = 7 - x \quad / \bullet 5$

$\dfrac{5 \cdot (4x - 1)}{5} - 5.6 - 5.3\,(2 + x) = 5.7 - 5.x$

$4x - 1 - 30 - 15 \cdot (2 + x) = 35 - 5x$

$4x - 1 - 30 - 30 - 15x = 35 - 5x$

$(4 - 15 + 5)\, x = 35 + 1 + 30 + 30$

$-6x = 96 \quad x = \dfrac{96}{-6} = -16$

b) $\dfrac{3ax}{5b} = 2c \Rightarrow 3ax = 5b2c \Rightarrow \dfrac{3ax}{10c} = b$

32) Sistema de ecuaciones.

$\begin{bmatrix} -2x + 3y = 12 \\ 5y - 4x = 24 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -2x + 3y = 12 & / \bullet (-2) \\ -4x + 5y = 24 & \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} +4x - 6y = -24 \\ -4x + 5y = 24 \end{bmatrix} \rightarrow$ Sumamos ambas

$[-y = 0] \rightarrow \mathbf{y} = \dfrac{0}{-1} = \mathbf{0}$

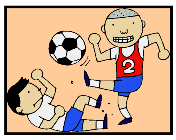
Sustituimos "y = 0" en la 1ª ecuación :

$-2x + 3 \cdot 0 = 12 \Rightarrow \mathbf{x} = \dfrac{12}{-2} = \mathbf{-6}$

⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔ ⇔

Es muy habitual observar confusión entre bastantes chicos sobre lo que es bueno y lo que no lo es, sobre si una actitud es adecuada o no, sobre lo que es correcto y lo que no lo es, sobre lo que es sano y saludable y lo que no lo es, sobre si algo merece la pena o no, sobre lo que es justo y lo que no, etc. Desgraciadamente, en muchas familias y en no pocos centros educativos no se presta la debida y necesaria atención, valoración y enseñanza sobre estas cosas. Y algo debemos tener muy claro los padres y los docentes: educar en valores es más importante para los alumnos, para las familias, para el profesorado y para la sociedad que la necesaria enseñanza académica habitual. Aunque una cosa (educar en valores) no excluye la otra (educación académica), y es en la conjugación adecuada y correcta de ambas donde reside una verdadera y completa Educación de niños y jóvenes.

No es fácil la labor de educar en valores, pero a ello se debe tender. Quizás las formas de vida actuales impiden a muchos padres detenerse en ello, quizás los profesores no estamos preparados para ese cometido, quizás entre los mismos que rigen y programan los planes de estudio no hay consenso suficiente para clarificar los objetivos, estrategias y fines a conseguir, o quizás, inevitablemente, como en tantas cosas, sea imprescindible llegar a una situación negativa límite en la sociedad para plantearse de manera urgente y prioritaria la necesidad de recuperar esa formación en valores.



⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕ ⇕

33) Ecuación de 2º grado.

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.1.2}}{2\,.\,1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} =$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{3+1}{2} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ x_2 = \dfrac{3-1}{2} = \dfrac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

¡ COMPRUEBA TÚ !

34) Problemas sobre ecuaciones.

a) $\dfrac{x}{4} - \dfrac{x}{8} = \dfrac{x}{10} + \dfrac{3}{5}$ / • m.c.m. = 40

$$\frac{40.x}{4} - \frac{40.x}{8} = \frac{40.x}{10} + \frac{40.3}{5}$$

$10x - 5x = 4x + 24$

$(10 - 5 - 4)\,x = 24$

$x = 24$

Solución $\rightarrow$ El nº pedido es 24

¡ COMPRUEBA TÚ !

b) $\begin{cases} x \rightarrow \text{nº de patos} \\ y \rightarrow \text{nº de conejos} \\ 60\ (5\ \text{docenas}) - 8 = 52\ \text{patas} \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{l} x + y = 18 \rightarrow \text{nº de animales} / \bullet(-2) \\ 2x + 4y = 52 \rightarrow \text{nº de patas} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} -2x - 2y = -36 \\ 2x + 4y = 52 \end{array}\right] \rightarrow \text{Sumamos ambas}$$

$[\,2y = 16\,] \rightarrow y = \dfrac{16}{2} = 8$ conejos

Sustituimos "$y = 8$" en la 1ª ecuación:

$x + 8 = 18 \rightarrow x = 18 - 8 = 10$ patos

¡ COMPRUEBA TÚ !

35) Polinomios.

Divide: $f(x) = -2x - x^5 + 3x^2 + 5 + x^4$

entre el binomio: $x + 2$. POR RUFFINI.

⊗ Ordenamos:

$$-x^5 + x^4 + 0x^3 + 3x^2 - 2x + 5$$

⊗ Colocamos coeficientes:

	−1	+1	0	+3	−2	+5
−2		+2	−6	+12	−30	+64
	−1	+3	−6	+15	−32	+69

⊗ $\begin{cases} \text{Cociente} \rightarrow -x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 15x - 32 \\ \text{Resto} \rightarrow +69 \end{cases}$

36) Proporciones.

a)
- La de chicos respecto a chicas $\rightarrow \dfrac{66}{31}$
- La de chicas respecto del total $\rightarrow \dfrac{31}{97}$
- La de chicas respecto de chicos $\rightarrow \dfrac{31}{66}$.

b) Señala cuáles forman proporción:

1) $\left\{\dfrac{2}{5} \neq \dfrac{3}{7}\right\}$ 2) $\left\{\dfrac{3}{6} = \dfrac{4}{8}\right\}$ 3) $\left\{\dfrac{6}{40} = \dfrac{1'5}{10}\right\}$ 4) $\left\{\dfrac{0}{2} \neq \dfrac{6}{12}\right\}$

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Forman} \\ \text{proporción}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \left\{\dfrac{3}{6} = \dfrac{4}{8}\right\} \rightarrow 3.8 = 6.4 \\ \left\{\dfrac{6}{40} = \dfrac{1'5}{10}\right\} \rightarrow 6.10 = 40.1'5 \end{array}\right.$$

37) Regla de Tres Simple.

a) ⊗ AJUSTE PREVIO:

$\rightarrow$ 2 horas más $\rightarrow 6 + 2 = 8$ horas

⊗ PLANTEAMIENTO:

$$\left\{\begin{array}{l} 6\ \text{horas} \rightarrow (\text{inversa}) \rightarrow 152\ \text{km/h} \\ 8\ \text{horas} \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\ \text{"x" km/h} \end{array}\right\}$$

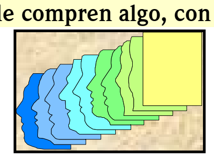
$\left[\dfrac{8}{6} = \dfrac{152}{x}\right] \rightarrow 8.x = 6.152 \rightarrow x = 114$ km/h

SOLUCIÓN $\rightarrow$ Debe volver a 114 km/h.

¿ ¿

Observemos algunos ejemplos de cómo llega la confusión a nuestros hijos/alumnos:

- Un/a chico pide a sus padres que le compren algo, con excelente cualidades, que ha visto anunciado en televisión, y sus padres le dicen que no debe fiarse de lo que dice la tele.



- Por un lado se le dice que hay que mostrar cooperación y solidaridad, y por otro que uno debe valerse por sí mismo y cuidar sus propios intereses.
- Por un lado le decimos que educarse, estudiar, aprender es lo mejor que puede hacer, y por otro le decimos, o ve, que lo que vale es el título, o el dinero, o la posición social, etc.
- Por un lado le decimos que no hay que ser xenófobo ni racista, o que no hay que despreciar a nadie, y por otro le decimos que no se junte con fulanito o menganito.

- Por un lado le decimos eso no se puede hacer, o ver, o tomar, y por otro observan que esas mismas cosas nosotros, los mayores, las hacemos, las vemos o las tomamos.

Podríamos seguir poniendo ejemplos de otras muchas cosas.

Lo que está claro es que así, con esta forma de actuar, no educamos en valores, ni padres ni profesores, sino más bien en confusión.

? ?

37 b) ⊗ AJUSTES PREVIOS:

→ 3/4 de hora = 45 minutos

→ 12 horas = 720 minutos

⊗ PLANTEAMIENTO:

$$\left\{\begin{array}{l} 45 \text{ minutos} \rightarrow (\text{directa}) \rightarrow 22950 \text{ vueltas} \\ 720 \text{ minutos} \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow \text{"x" vueltas} \end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{45}{720} = \frac{22950}{x}\right] \rightarrow 45 . x = 720 . 22950$$

→ x = 367.200 vueltas

Soluciones → { Dará 367.200 vueltas, y en 2 min. 1020 vueltas.

38 b)

$$1^{o})\left\{\begin{array}{l} \text{Valor Inicial} \rightarrow \text{"x"} \\ \text{Disminución Porcentual} = 20\ \% \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} (100-20) \\ \dfrac{80}{100} = 0'8 \\ \text{F.de V.} \end{array}\right. \\ x\ .\ 0'8 \ = \ 0'8\ x \end{array}\right.$$

$$2^{o})\left\{\begin{array}{l} \text{Valor Inicial} \rightarrow \text{" 0'8 x "} \\ \text{Disminución Porcentual} = 10\ \% \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} (100-10) \\ \dfrac{90}{100} = 0'9 \\ \text{F.de V.} \end{array}\right. \\ 0'8\ x\ .\ 0'9 \ = \ 0'72\ x \end{array}\right.$$

$$3^{o})\left\{\begin{array}{l} \text{Valor Inicial} \rightarrow \text{" 0'72 x "} \\ \text{Aumento Porcentual} = 25\ \% \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} (100+25) \\ \dfrac{125}{100} = 1'25 \\ \text{F.de V.} \end{array}\right. \\ 0'72\ x\ .\ 1'25 \ = \ 0'90\ x \end{array}\right.$$

⊗ Un Factor de Variación de 0'90, que es el final, equivale a una rebaja de un 10 %.

Veamos: (0'90 – 1) • 100 = – 10 %

Solución → **En total se rebaja un 10 %**.

38) Porcentajes (%).

a)
- Valor Inicial → "x" euros
- Disminución Porcentual = 15 %
- 100 % (inicial) – 15 % (rebaja) = 85 %
- Por cada 100 euros → 85 euros
- Factor de Variación → 0'85 (85 % = $\frac{85}{100}$)
- Valor Nuevo (Final) → 12'75 euros

La fórmula a aplicar en los problemas de porcentajes es la siguiente:

Valor Inicial • Factor de V. = Valor Nuevo

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x & \bullet & 0'85 & = & 12'75 \end{array}$$

$$x = \frac{12'75}{0'85} = 15 \text{ euros}$$

Solución { El precio inicial del CD era de, 15 euros.

NOTA: La resolución de este problema ha sido muy larga, pero tú no debes hacerla tan extensa, ya que yo te lo hago así para que te enteres mejor. El que lo sabe bien, sólo pone la fórmula y lo resuelve.

39) Cuestiones sobre los temas 5 y 6.

a) Ver las páginas 160, 161, 224 y 225.

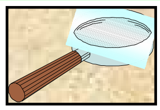
b) * La cantidad de ganado y el tiempo que tardan en terminar una misma ración de comida.
Magnitudes inversamente proporcionales.

* La edad de una persona y su estatura.
Magnitudes NO proporcionales.

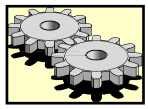
* Litros de gasolina y su precio.
Magnitudes directamente proporcionales.

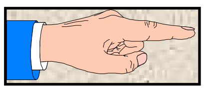
* Velocidad de un coche y el espacio recorrido.
Magnitudes inversamente proporcionales.

RELACIÓN DE PERSONAS: un policia, un negro, una empleada de hogar, un maestro, una marroquí, un sacerdote, un árabe, una sueca, un barrendero, un chino, una sudamericana, un ministro, una pintora, un albañil, un vagabundo, una abogada, un astronauta, etc.



Nuestra sociedad actual tiende, e inevitablemente a veces consigue, hacernos pensar que no es lo mismo una persona emigrante, o africana, o gitana, o parada, o vendedor ambulante, o de mal aspecto físico, o del "tercer" mundo que otra que es europea, o americana (EE.UU), o director de empresa, u obispo, o hermosa, o científico, o político. Y nos equivoca. Es más, hasta hace pensar que unos son personas y otros no. Claro, se equivoca quien quiere, ya sea de forma interesada o pasiva, porque aquellas personas que de verdad lo son no piensan nunca, ni lo sienten, ni lo viven, eso de que algunos por el color de su piel, por sus creencias, por su dinero, por su aspecto o por su trabajo no son personas como los demás, con los mismos derechos y deberes.





Una persona de ésas no bien vistas por la sociedad puede atesorar tantos o más valores como cualesquiera de aquellas que tanto adula o exalta esa misma sociedad, porque los valores no tienen color, ni olor, ni sabor, ni precio, ni imagen, ni país, ni tantas otras cosas que actualmente agasaja nuestra sociedad actual.

40) Detectar errores.

a) $24 : (-3) . (-2) = 24 : (+6) = 4$

INCORRECTO, porque se debe hacer de izquierda a derecha. Bien sería así:

$24 : (-3) . (-2) = (-8) . (-2) = +16$

b) $\frac{8}{5} - \frac{7}{3} = \frac{8-7}{5-3} = \frac{1}{2}$

FALSO, porque así no se operan las fracciones. Bien sería así:

$\frac{8}{5} - \frac{7}{3} = \frac{24-35}{15} = \frac{-11}{15}$

c) $5^{-3} = -125$

MAL, porque los exponentes negativos indican poner la inversa y elevar.

$5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1^3}{5^3} = \frac{1}{125}$

d) $\sqrt{-16} = -4$

ERRÓNEO, porque las raíces cuadradas de números negativos no existen

$\sqrt{-16} \rightarrow \begin{cases} \text{nº imaginario, no existe} \\ \notin N, \notin Z, \notin Q, \notin I_r, \notin R, \in I_m, \in C \end{cases}$

e) $\frac{3x-2}{5} = 6 + x \Rightarrow 3x - 2 = 30 + x$

INCORRECTO, porque el denominador 5 debe multiplicar también a la x.

$\frac{3x-2}{5} = 6 + x \Rightarrow 3x - 2 = 30 + 5x$

f) $\frac{1'3}{8} = \frac{5'1}{4} \Rightarrow$

FALSO, porque $\rightarrow 1'3 . 4 \neq 8 . 5'1$

41) Hallar el máximo y el mínimo.

$\begin{bmatrix} 19404 = 2^2.3^2.7^2.11 \\ 27720 = 2^3.3^2.5.7.11 \\ 28080 = 2^4.3^3.5.13 \end{bmatrix}$

$\begin{Bmatrix} m.c.d. = 2^2.3^2 = 36 \\ m.c.m. = 2^4.3^3.5.7^2.11.13 = 15135120 \end{Bmatrix}$

42) Operaciones: enteros y fracciones.

a) $[8 + 2.(-3)] . 5 - 2 . [1 - 3 . (4-6)] =$

$= [8 - 6] . 5 - 2 . [1 - 3 . (-2)] =$

$= 2 . 5 - 2 . [1 + 6] = 10 - 14 = -4$

b) $\frac{\frac{3}{2} . \left(2 + \frac{-4}{3}\right)}{3 - \frac{1}{2}} - \frac{1}{5} = \frac{\frac{3}{2} . \frac{2}{3}}{\frac{5}{2}} - \frac{1}{5} =$

$= 1 : \frac{5}{2} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

43) Ejercicios sobre Potencias y Raíces.

a) $-5^2 . 5 : 5^4 . (-5)^4 =$

$= -5^{2+1-4+4} = -5^3 = -125$

b) $\sqrt{9'4249} \rightarrow$ Exacta con decimales.

Prueba $\rightarrow 3'07^2 = 9'4249$

c) Extraer factores $\rightarrow \sqrt{5400\, x^3 y^4} =$

$= \sqrt{2^3 . 3^3 . 5^2 . x^3 . y^4} =$

$= 2.3.5.x.y^2 . \sqrt{2.3.x} = 30\,x\,y^2 \sqrt{6\,x}$

44) Igualdades o identidades notables.

a) $(5a - y)^2 = 25a^2 - 10ay + y^2$

b) $9a^2 - 25b^2 = (3a)^2 - (5b)^2 =$

$= (3a + 5b) \bullet (3a - 5b)$

45) Ecuaciones.

a) $\frac{1}{4} - \frac{3-5x}{12} = \frac{x}{6} - 2x \;/\bullet m.c.m. = 12$

$\frac{12.1}{4} - \frac{12.(3-5x)}{12} = \frac{12.x}{6} - 12.2x$

$3 - 1.(3 - 5x) = 2x - 24x$

$3 - 3 + 5x = 2x - 24x$

$27x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{27} = 0$

b) Despejar la letra más señalada:

$F = \frac{2\,a\,x}{\mathbf{C}\,.\,b}$

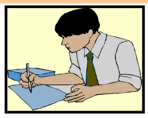
$F . \mathbf{C} . b = 2ax \Rightarrow \mathbf{C} = \frac{2\,a\,x}{F\,b}$

¿ Qué es para ti un examen ?

Si lo tienes claro, pues estupendo. Y si no lo tienes, lee estas opiniones:

NAZARIO: *"Los exámenes no sirven para nada. Con atender en clase y hacer las tareas diarias basta para poder aprobar, porque si tienes mala suerte y te toca algo que no sabes, pues puedes suspender".*

VERÓNICA: *"A mí me gustan los exámenes, porque es cuando mejor me preparo los temas, ya que si no hubiera exámenes no me los aprendería bien".*



ROSENDO: *"Los exámenes son un tostón, porque me ponen muy nervioso, no duermo bien, dejo de atender a otras asignaturas y no tengo mucha suerte".*

EMETERIO: *"Para mí los exámenes son una buena prueba donde demostrar lo que verdaderamente sabes, donde hay que aplicar lo aprendido y confirmar que has asimilado tus conocimientos".*

Y tú, ¿ con qué postura te identificas más ?

46) Sistemas de ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} 2x + 3y = -9 \\ 5y - 4x = -15 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Ordenamos:}$$

$$\begin{bmatrix} 2x + 3y = -9 \quad / \bullet\ 2 \\ -4x + 5y = -15 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4x + 6y = -18 \\ -4x + 5y = -15 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Sumamos ambas:}$$

$$11y = -33 \quad \Rightarrow \quad y = -3$$

$$2x + 3.(-3) = -9$$

$$2x = 9 - 9 = 0 \;;\; x = \frac{0}{2} = 0$$

¡ COMPRUEBA TÚ !

47) Problemas.

a) $\dfrac{x}{3} + 2x = \dfrac{x}{2} + 44 \quad / \quad \text{m.c.m.} = 6$

$$\frac{6.x}{3} + 6.2x = \frac{6.x}{2} + 6.44$$

$$2x + 12x = 3x + 264$$

$$x = \frac{264}{11} = 24$$ ¡ COMPRUEBA TÚ !

b) $\begin{bmatrix} \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{4} \\ \dfrac{x+2}{y-2} = \dfrac{4}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4x - 5y = 0 \\ (x+2).5 = (y-2).4 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4x - 5y = 0 \quad / \;.\; (-5) \\ 5x - 4y = -18 \;/ \;.\; 4 \end{bmatrix}$$

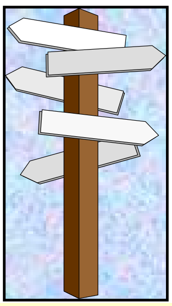
$$\begin{bmatrix} -20x + 25y = 0 \\ 20x - 16y = -72 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Sumamos ambas.}$$

$$9y = -72 \Rightarrow y = \frac{-72}{9} = -8$$

Sustituimos "y" en la 1ª ecuación:

$$\frac{x}{-8} = \frac{5}{4} \rightarrow x = \frac{-8.5}{4} = -10$$

En realidad, <u>los valores no son verdades inamovibles</u>. Son, como ya hemos comentado en reflexiones anteriores, formas de vida que vamos adoptando como consecuencia de nuestras experiencias, y a través de ellas sentimos cómo valorar las cosas, cómo apreciarlas, cómo actuar, cómo conseguirlas o rechazarlas, cómo vivir de acuerdo con esas tendencias que vamos añadiendo a nuestro yo. O sea, que <u>aquellos valores que van formando parte de nosotros mismos actúan como una brújula que en cada situación nos orienta para vivir de acuerdo con ellos</u>, y de esa forma nos hacen sentirnos más seguros, nos mantienen o aumentan la autoestima y nos ayudan a ver la vida de una manera más esperanzadora y más feliz, aun en las dificultades.



48) Proporciones.

a) $\left\{\dfrac{x}{5} = \dfrac{3}{4}\right\} \rightarrow x.4 = 5.3 \rightarrow x = \dfrac{15}{4} = 3'75$

b) $\left\{\dfrac{3}{y} = \dfrac{5}{8'5}\right\} \rightarrow 3.8'5 = y.5 \rightarrow y = \dfrac{25'5}{5} = 5'1$

c) $\left\{\dfrac{6}{40} = \dfrac{2z}{10}\right\} \rightarrow 6.10 = 40.2z \rightarrow z = \dfrac{60}{80} = 0'75$

d) $\left\{\dfrac{7}{2} = \dfrac{0}{5a}\right\} \rightarrow 7.5a = 2.0 \rightarrow a = \dfrac{0}{35} = 0$

49) Reglas de Tres Simples.

a) 1) El dinero y la inteligencia. No son magnitudes pr., ya que al doble de dinero no corresponde doble de inteligencia, ni al doble la mitad.

2) La altura de una persona y su peso. No son magnitudes proporcionales, ya que al doble de altura no corresponde doble de peso, ni al doble la mitad.

3) El precio de la gasolina y la cantidad de litros que echas al depósito. Son magnitudes direct. prop., ya que al doble de precio corresponde el doble de litros, y a la mitad la mitad.

4) El tiempo que tarda en llenarse una piscina y la cantidad de grifos iguales que se usan para llenarla. Son magnitudes inversamente propor., ya que al doble de tiempo corresponde la mitad de grifos, y la mitad el doble.

b) $\left\{ \begin{array}{l} \text{200 postes} \rightarrow \text{(inversa)} \rightarrow \text{75 dm} \\ \text{150 postes} \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow \text{"x" dm} \end{array} \right\}$

$$\left[\frac{150}{200} = \frac{75}{x}\right] \rightarrow 150.x = 200.75 \rightarrow x = 100 \text{ dm}$$

⊗ AJUSTE FINAL:

→ 100 dm → 100 : 10 = 10 metros

SOLUCIÓN → <u>Debe colocarlos a 10 m.</u>

50) Porcentajes (%).

a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Valor Inicial} \rightarrow \text{600 euros} \\ \text{Disminución Porcentual} = \text{" x " \%} \\ \text{Valor Nuevo (Final)} \rightarrow \text{720 euros} \end{array} \right.$

La fórmula a aplicar en los problemas de porcentajes es la siguiente:

Valor Inicial • Factor de V. = Valor Nuevo

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 600 & \bullet & x & = & 720 \end{array}$$

$$x = \frac{720}{600} = 1'2 \text{ (Factor de Variación)}$$

Un Factor de Variación de 1'20 equivale a un 20 % de subida (ganancia), porque:

$(1'20 - 1) \bullet 100 = 20 \%$

Solución → <u>Le ganó un 20 % .</u>

c) El precio de una colección de CD's de los mejores cantantes del momento está marcado, sin I.V.A., en 675'25 euros. ¿Cuántas ptas cuesta realmente? (NOTA: Debes saber que el IVA es un impuesto obligatorio que corresponde al 16 %)

- Valor Inicial → 675'75 euros
- Aumento Porcentual = 16 %
- 100 % (inicial) + 16 % (rebaja) = 116 %
- Por cada 100 euros → 116 euros
- Factor de Variación → 1'16 (116 % = $\frac{116}{100}$)
- Valor Nuevo (Final) → "x" euros

La fórmula a aplicar en los problemas de porcentajes es la siguiente:

Valor Inicial • Factor de V. = Valor Nuevo

↓ ↓ ↓

675'25 • 1'16 = " x "

x = 783'29 euros

783'29 • 166'386 = 130328'48 ptas

Solución { El precio real de la colección de CD's es de unas 130.000 ptas

b) 150 alumnos de 1º y 2º de ESO fueron de excursión a las Islas Canarias. Los 3/5 eran chicos. Calcula el % de chicos y chicas que fue de excursión.

⊗ $\frac{3}{5}$ de 150 = $\frac{3 . 150}{5}$ = 90 chicos

⊗ 150 − 90 = 60 chicas

[De 150 (total) - - - - - - - - 90 chicos
De 100 - - - - - - - - - - - - - "x" %]

$x = \frac{100 . 90}{150} = 60$ % de chicos

[De 150 (total) - - - - - - - - 60 chicas
De 100 - - - - - - - - - - - - - "x" %]

$x = \frac{100 . 60}{150} = 40$ % de chicas

d) Un ordenador costaba el año pasado 1500 euros, y este año lo han rebajado un 12 %. ¿Cuántas ptas vale? (1 euro = 166,386 ptas)

Valor Inicial • Factor de V. = Valor Nuevo

↓ ↓ ↓

1500 • 0'88 = 1320

1320 • 166'386 = 219.629'52 ptas

S → El ordenador costó unas 220.000 ptas.

NOTA: Ves como no hay que hacer tan larga la resolución de los porcentajes. Claro, esto lo harás cuando lo domines.

e) ¿Qué interesa más a un comprador, que le bajen el 20 % de una vez o que le bajen el 30 % y después le suban el 10 %?
Y al vendedor, ¿qué le interesa más?

PRIMER CASO :

x . 0'80 = 0'8 x

Paga 0'8 del precio (rebaja del 20 %)

SEGUNDO CASO :

x . 0'70 = 0'7 x

0'7 x . 1'10 = 0'77 x

Paga 0'77 del precio (rebaja del 23 %)

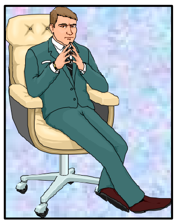
Solución → { Le interesa más al comprador el segundo caso, ya que en realidad le rebajan el 23 %.

NOTA : { Claro, al vendedor le interesa más el primer caso, porque rebaja el 20 %

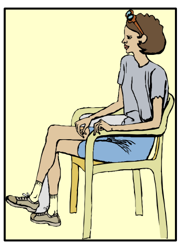
◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆

La reflexión que quiero plantear aquí se presenta algo difícil. Se trata de hacerte reflexionar sobre la conveniencia de saber estar solo. Pero claro, puede que algunos malinterpreten el sentido que quiero darle y no entiendan mi propósito. En fin, yo voy a intentarlo.

La vida familiar, los amigos, la escuela, el instituto, los deportes, los viajes, las fiestas, etc., nos hacen pasar multitud de momentos, horas y temporadas felices, precisamente por vivir con los demás, por relacionarnos con los otros, sean más o menos cercanos. Ésa es una característica esencial de nuestra vida: el convivir con los demás.



Pero me quiero referir aquí a saber convivir con uno mismo, a saber (aprender) estar solo, a no tener miedo a encontrarte en ocasiones contigo sin necesitar la presencia de los demás. O sea, saber estar solo sin estar triste, saber estar solo sin sufrir, saber estar solo con presencia de ánimo, saber estar solo para reflexionar sobre ti mismo o sobre los demás, saber estar solo sin necesidad de tener a alguien a tu lado y saber estar solo para estudiar qué horizontes te marcas en tu vida y por qué caminos te vas a conducir.



Aunque esta reflexión te parezca una perogrullada, no te fíes de las apariencias, porque no es fácil saber estar solo, disfrutar y aprender de esa soledad. Es más, pienso que de vez en cuando es muy necesario practicar lo que se dice en esta reflexión.

¿Sabes tú estar solo?

¿Tienes ya experiencia de ello? ¿ Y qué tal?

① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ① ①

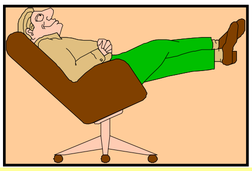
Operaciones con NÚMEROS ENTEROS :

1) $1 - (+3).(-5) + 8:(-2) =$
2) $(-24):(-8):(-2) - (-5) =$
3) $-(1+7) - [-4 + 9:(-3) + 1] =$
4) $-4(-3+8).(5.2-3) + (-1) =$
5) $3[(5-6.3).2+4] - 3(1-4.3) =$
6) $5 - 2(-2.5-3) - 7 =$
7) $-(-6).4:(-2) - 5.0.6.(-1) =$
8) $-5.[3 - 14:(-7) + (-4)] - 6 =$
9) $2-[12:(-2-2.5)+3.(-4)-6]-2 =$
10) $(-30):(-5).3 - 10:[-3.2-(+4)].(-2) =$

IDENTIDADES NOTABLES :

11) $(3a+6)^2 =$ 12) $(5x-3)^2 =$
13) $(1+2x)(1-2x) =$
14) $4x^2 - 9^2 =$
15) $\left(\frac{x}{5}+\frac{2}{3}\right)^2 =$
16) $\left(\frac{m}{2}-\frac{3n}{4}\right)^2 =$
17) $\left(\frac{y}{3}-5x\right)\left(\frac{y}{3}+5x\right) =$
18) $\frac{100a^2}{9} - 25b^2 =$
19) $(4x-7y)^2 =$
20) $\left(3a-\frac{b}{4}\right)^2 =$
21) $\left(\frac{1}{5}x-\frac{2y}{3}\right)\left(\frac{x}{5}+\frac{2}{3}y\right) =$
22) $169x^2 - 121y^2 =$

<u>El que no hace todo lo posible para evitar las situaciones o acciones negativas o perjudiciales no puede pedir que no le riñan, no le recriminen o no le sermoneen</u>. Si ha podido tomar medidas antes de ocurrir las adversidades, porque las conocía o porque se las han hecho conocer, y no lo ha hecho por pereza, por comodidad o simplemente por llevar la contraria, el que así actúa tiene pocos derechos y muchas penitencias, si es que quiere mejorar y no ir derivando hacia no se sabe dónde.



<u>Sin embargo, el que pone remedios a posibles naufragios, el que acepta distintas veredas de las que en el momento le apetece, el que se esfuerza y comprende que ese empeño es necesario y bueno para el mismo, el que así actúa, aunque no logre lo buscado, no merece nunca una regañina, ni una crítica, ni un sermón</u>. Si ha hecho lo que ha podido, e incluso ha tomado precauciones, pues no se le puede pedir nada más, sino sólo felicitarlo y darle ánimos para seguir luchando.

NOTA → Simplificar todos los resultados.

23) a) $1+\frac{2}{5}$ b) $2-\frac{5}{6}$ c) $3-\frac{-4}{2}$
d) $\frac{-2}{5}-4$ e) $\frac{-1}{-8}+3$ f) $\frac{-3}{-5}-1$

24) $\frac{2}{12}+\frac{1}{24}-\frac{5}{30}-\frac{10}{15} =$

25) $\frac{3}{12}-\frac{5}{4}+1-\frac{5}{2} =$

26) $\frac{15}{20}.\frac{10}{6}.\frac{8}{12}.3 =$

27) $1:\frac{2}{6}:\frac{4}{10}:\frac{15}{20} =$

28) $2.\frac{-6}{10}:\frac{3}{-12}.\frac{-18}{9}:4 =$

29) a) $\frac{\frac{3}{5}}{8}$ b) $\frac{1}{\frac{2}{4}}$ c) $\frac{-5}{\frac{-2}{10}}$

30) $\left(\frac{2}{12}-\frac{3}{4}\right).\frac{1}{3}-\frac{4}{6}:\frac{5}{3} =$

31) $\left(2+\frac{1}{3}\right).4+3.\left(\frac{5}{2}-\frac{3}{4}\right) =$

32) $6-2:\frac{1}{4}+\frac{3}{-5}.4 =$

33) a) $2+\frac{3}{6}$ b) $7-\frac{1}{2}$ c) $4-\frac{-1}{5}$
d) $\frac{-2}{5}-1$ e) $\frac{-3}{-8}+4$ f) $\frac{-4}{-10}-3$

34) $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}:\frac{5}{-18} =$

35) $\frac{5}{3}+\frac{1}{2}.\frac{0}{5}-(-4) =$

36) $-\frac{5}{-4}+3-\frac{3}{5}+\frac{-4}{-6} =$

37) a) $\frac{\frac{-2}{12}}{3}$ b) $\frac{\frac{-3}{-6}}{\frac{-4}{-8}}$ c) $\frac{1}{\frac{-2}{-20}}$

38) $3+4.\frac{2}{6}+5-2:\frac{3}{4} =$

39) $\frac{-1}{10}:4-\frac{3}{18}+\frac{-3}{-30}.(-2) =$

40) $\left(\frac{5}{-2}-\frac{-4}{10}\right):\left(\frac{3}{6}.\frac{2}{8}\right) =$

41) $\frac{10}{12}-\frac{-3}{-6}-\frac{\frac{1}{2}:\frac{5}{4}}{\frac{-3}{-6}} =$

42) a) $\frac{\frac{-3}{9}}{10}$ b) $\frac{\frac{4}{-30}}{\frac{-5}{-12}}$ c) $\frac{5}{\frac{-15}{-12}}$

Operaciones con POTENCIAS:

NOTA → Cuando algunas potencias tengan exponentes muy elevados, los quedas indicados, pero con su signo.

1) $(-2)^3 . (-9)^0 . 1^{15} - 10^4 . 0^8 . 5^{13} =$

2) $(-3)^{12} . (-3)^4 . (-3) : (-3)^{15} =$

3) $\left(\frac{-6}{15}\right)^5 : \left(\frac{-6}{15}\right)^7 =$

4) $\left[\frac{(-3)^3 \, x^3 \, y}{6}\right]^2 =$

5) $(-5)^6 : (-5)^0 . (-5) : (-5)^3 =$

6) $\left[\frac{6^4 . 6^{-2}}{12}\right]^{-2} =$

7) a) 5^2 b) -5^2 c) $(-5)^2$ d) 5^{-2}
e) -5^{-2} f) $(-5)^{-2}$ g) 5^0 h) $(-5)^0$

8) $-2 . 6^3 - 5 . (3^4 - 3^3) . (-2)^3 =$

9) $\frac{512 \; x^5 \; y \; z^4}{768 \; x^4 \; y^3 \; z^4} =$

10) $\left[-5^3 . (-1)^4 . 5\right]^{-3} =$

11) $\frac{(-10)^4 . (-10)^{-5} . (-10)}{(-5)^0 . (-5)^4 : (-5)^6} =$

12) $\left(3^5 . 3^{-2}\right)^{-3} . \left(6 : 2^{-1}\right)^3 =$

13) $10^8 . 1^7 . (-7)^0 - 23 . 0^5 . (-1) =$

14) a) 4^4 b) -4^4 c) $(-4)^4$ d) 4^{-4}
e) -4^{-4} f) $(-4)^{-4}$ g) 4^0 h) $(-4)^0$

15) $\left(\frac{-3}{4}\right) : \left(\frac{-3}{4}\right)^3 =$

16) $(-2)^4 - (-2) + (-2)^3 =$

17) $4 - 3 . 5^2 - 2 . (-1)^6 =$

18) $-3^2 - (+3)^3 - 3 . (-1)^3 =$

19) $-8 . (-2)^2 - 10^2 . (-3)^3 =$

20) $\frac{15 . (-6)^3 . 30 . (-3)^{-3}}{27^2 . (-8) . (-5)^2} =$

21) $\left[\frac{2^2 . (-2)^4}{-2^5}\right]^{-2} =$

22) $(-6)^2 . (-10)^{12} . 0^{10} + 506 . (-1)^{15} =$

23) a) $\frac{810 \; a^4 \; b \; (-c)^7}{-486 \; a^5 \; b \; c^5} =$

b) $\frac{480 \; x \; y^3 \; (-z)^6}{-240 \; x^4 \; y \; z^5} =$

c) $\left[\frac{(-3)^2 . (-5)^3}{-10^4}\right]^{-3} =$

Operaciones con RAÍCES (radicales):

24) $\sqrt{257049} = \rightarrow$ Exacta.

25) $\sqrt{16} - \sqrt{144} =$

26) $\sqrt{900} . \sqrt{72} =$ (Extraer factores)

27) $\sqrt{243 \; a^3 \; b^6 \; c} =$ (Extraer factores)

28) $\sqrt{28} - 4 . \sqrt{175} - \sqrt{7} =$

29) $\sqrt[3]{-1000} =$ (Extraer factores)

30) $\sqrt[3]{64 \; x^9 \; y \; z^3} =$ (Extraer factores)

31) $\sqrt[4]{625 \; a^8 \; b^4 \; c^3} =$ (Extraer factores)

32) $\sqrt{0'4} =$ (Sacar dos decimales)

33) $\sqrt{9 - 100} =$

34) $\sqrt{\frac{450}{25}} : \sqrt{\frac{720}{30}} =$ (Extraer factores)

35) $\sqrt{20} + \sqrt{500} - 3 . \sqrt{90} =$

36) $\sqrt[3]{-8000} =$ (Extraer factores)

37) $\sqrt[4]{16 \; x^4 \; y^5} =$ (Extraer factores)

38) $\sqrt{24} . \sqrt{60} : \sqrt{18} =$ (Extraer factores)

39) $\sqrt{\frac{30 \; a^4 \; b^2 \; c^4}{1470 \; a^6 \; c}} =$ (Extraer factores)

40) $\sqrt{107'089} =$ (Inexacta; saca dos decimales)

41) $\sqrt{3872 \; x^6 \; y^4} =$ (Extraer factores)

42) $\sqrt{\frac{300}{240}} : \sqrt{\frac{20}{27}} =$ (Extraer factores)

43) $\sqrt[3]{125 \; a^9 \; b^6 \; c} =$ (Extraer factores)

44) $\sqrt[5]{-32 \; a^6} =$ (Extraer factores)

45) $\sqrt{12} - \sqrt{300} - 5 . \sqrt{27} =$

46) $\sqrt{32041} =$ (Exacta)

47) $\sqrt[3]{-a^3} =$ (Extraer factores)

48) $-3 . \sqrt{-10} =$ (Introducir factores)

49) $\sqrt{\frac{120 . x^3 . x^2 . x}{30 . y^3 . y}} =$ (Extraer factores)

50) $\sqrt[3]{-8 \; x^9} =$ (Extraer factores)

51) $\sqrt{503'6} =$ (Saca dos decimales)

Es evidente que hay abundancia de ejercicios, y sólo el ver estas dos columnas repletas, quizás "asuste" a ciertos alumnos, y aun a profesores. Reitero que el hecho de ofrecer relaciones tan extensas de ejercicios se debe a dos objetivos:

1) **Que sirvan para 1º, 2º e incluso 3º de E.S.O.**
2) **Que exista mucha variedad y progresiva dificultad.**

⊗ Los ejercicios que aparecen aquí van en bloques de 15. En cada uno hay que hacer lo que indica su número correspondiente.

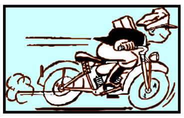
1°) Lectura de la potencia, desarrollo y resultado final.
2°) Indicar cuáles de los números son cuadrados o cubos perfectos.
3°) Hallar con una calculadora, si la tienes, la potencia y la raíz.
4°) Decir si está bien o mal, y si hay error, resolverlo bien.
5°) Resolver los casos particulares de potencias.
6°) Expresar en forma de potencia.
7°) Expresar en notación científica.
8°) Escribe el resultado completo de la expresión.
9°) Extraer factores del radical.
10°) Introducir factores en el radical.
11°) Decir qué clase de número da como resultado cada una de las raíces cuadradas.
12°) Cuadricular con ese número y, si sobra, decir cuánto sobra.
13°) Calcular por exceso o por defecto según convenga.
14°) Expresar con notación exponencial la raíz, y con raíz la notación exponencial.
15°) Hacer las sumas y/o restas convirtiendo antes en radicales homogéneos.

1 a) -15^2 ; $(-15)^2$; $(-15)^{-2}$.
2 a) 50, 225, − 1000, 3560.
3 a) $\left(-\frac{-1}{-5}\right)^4$; $\sqrt[3]{-125}$.
4 a) $-\left(\frac{6}{3}\right)^4 - 2 - 2^2 = 16 - 2 + 4 = 18$
5 a) $(-2)^4 \cdot 1^{12} \cdot 10^5 =$
6 a) 569 diezmillonésimas =
7 a) 0'000000000010083 =
8 a) $1'07 \cdot 10^{12} =$
9 a) $\sqrt{\frac{1200\ x^6}{3\ x}} =$
10 a) $-10\sqrt{-5} =$
11 a) $\sqrt{10}$; $\sqrt{1'69}$; $\sqrt{441}$.
12 a) Con 7225 soldados.
13 a) $\sqrt{5'1} =$
14 a) $\sqrt[3]{a^8}$; $6^{\frac{2}{3}}$.
15 a) $\sqrt{98} - \sqrt{200} - 2\sqrt{50} =$

1 b) $(-3)^5$; $\left(\frac{-6}{12}\right)^{-3}$; $-0'4^3$.
2 b) 441, 600, 343, 1500.
3 b) $\frac{10^{-4}}{10^{-6}}$; $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{-9} =$
4 b) $(-1)^6 \cdot (-3)^0 \cdot 1^9 = 1 \cdot (-3) \cdot 1 = -3$
5 b) $-3^4 \cdot 8^0 \cdot 0^6 - (-2)^0 =$
6 b) 2'7 billones =
7 b) 56000789000234
8 b) $9'15 \cdot 10^{-7} =$
9 b) $\sqrt{\frac{240\ x^3\ y}{6\ x\ y^3}} : \sqrt{\frac{5\ x^4}{125\ x^3}} =$
10 b) $2\sqrt{14} =$
11 b) $\sqrt{1024}$; $\sqrt{0'16}$; $\sqrt{24}$.
12 b) Con 250 alumnos.
13 b) $\sqrt{\frac{98}{4}} =$
14 b) $\sqrt[3]{9^2}$; $\left(\frac{-4}{5}\right)^{\frac{2}{5}} =$
15 b) $\sqrt{6} - 4 \cdot \sqrt{24} + \sqrt{150} =$

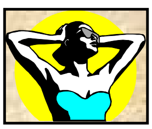
¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡¡

En la actualidad nos encontramos cada dos por tres con personajes admirados por mucha gente, sobre todo admirados por muchos jóvenes. La gran mayoría de los personajes admirados los podemos encontrar en el mundo del fútbol, del tenis, de la canción, del motorismo o automovilismo, de la moda, actores o actrices, etc. O sea, admirados por cosas muy diversas y muy respetables pero poco cercanas al espíritu, poco próximas a VALORES UNIVERSALES, con mayúsculas. Todo ello, entre otras causas, es consecuencia de la forma de vida actual, de la inmensa propaganda, de la reinante crecida de valores con minúsculas y del poco culto al esfuerzo, al espíritu y a los VALORES morales.



Desgraciadamente es bastante difícil encontrar personajes destacados en verdaderos VALORES (tolerancia, dignidad, respeto, esfuerzo, excelencia, solidaridad, compromiso social, justicia, etc.) y que sean admirados por muchos jóvenes.

Los actuales “espejos” donde se miran hoy día multitud de chicos (y chicas, evidentemente) y jóvenes no suelen brillar por VALORES impregnados de espíritu, o sea, VALORES UNIVERSALES, MORALES.



En fin, seamos optimistas y pensemos que poco a poco entre tantos ídolos actuales se vayan introduciendo otros cuyos valores no sean los balones, las motos, los coches, la pantalla, la voz o la moda.

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

Ecuaciones de primer grado con una incógnita

1) $-3x - 8 = 6$

2) $5x + 1 - x = 9x + 8 + x$

3) $2x - 6(3x - 5) = 20$

4) $\dfrac{x + 7}{-2} = 5$

5) $\dfrac{4x + 3}{-5} = -1 + x$

6) $\dfrac{5x}{2x} = \dfrac{-3}{4}$

7) $\dfrac{8 - 3x}{-4 + 2x} = \dfrac{-1}{-3}$

8) $2 + \dfrac{x}{10} = \dfrac{3x}{12} - \dfrac{3}{6}$

9) $-\dfrac{x}{4} - \dfrac{3 + 2x}{8} = \dfrac{1 - 3x}{12} + 2$

10) $6x - \dfrac{1}{2} - \dfrac{3 + x}{18} = \dfrac{1}{9} - \dfrac{x - 4}{6}$

11) $-3 + x = 9 - 5x$

12) $x - 1 - \dfrac{5x}{2} + 3 = 3x + 8 + x$

13) $6x - 2(5 + 2x) = -16$

14) $3 - (4x + 9) = -1 - (1 - x)2$

15) $\dfrac{-3}{x} = \dfrac{-2}{5}$

16) $\dfrac{-10 + x}{-2} = \dfrac{-4}{-3}$

17) $\dfrac{1 + x}{3} = -8$

18) $\dfrac{2}{5} - \dfrac{1 - 3x}{15} = \dfrac{x}{10} + 2x$

19) $\dfrac{-3x}{12} - \dfrac{4x + 3}{6} = 5 - \dfrac{2}{15}$

20) $\dfrac{-5 + 2x}{3 - 4x} = \dfrac{-3x - 1}{6x - 5}$

21) $5x + 3 = x + 11$

22) $7 - 3(4 - 2x) = 10x - 9$

23) $\dfrac{-8 - 2x}{-4} = 2 + 5x$

24) $\dfrac{3x}{10} - 5 + \dfrac{6}{12} = 2 - \dfrac{4x}{20}$

25) $\dfrac{3 - 6x}{-4} = \dfrac{-2x + 5}{-2}$

26) $4 - \dfrac{3 + 5x}{6} = \dfrac{2}{8} + \dfrac{5x}{12} - \dfrac{x - 1}{4}$

27) $-5[3 - (2 + 4x) + 1] = -10$

28) $-3 + 5x - 2(-3x - 1) = -1$

29) $-2(-3x + 5).(x - 4) = 6x^2$

30) $\dfrac{-x + 5}{3x - 1} = \dfrac{4 - 2x}{-8 + 6x}$

31) $\dfrac{-x}{10} - \dfrac{-3x + 5}{18} = 2 + \dfrac{1}{4} - x$

Sistemas de ecuaciones

1) $\left[\begin{array}{l} 2x + 2y = 24 \\ x + 5y = 44 \end{array}\right]$

2) $\left[\begin{array}{l} 3x - 3y = -9 \\ 6x + 4y = 32 \end{array}\right]$

3) $\left[\begin{array}{l} x + 3 = y \\ 16 - 2y = 3x \end{array}\right]$

4) $\left[\begin{array}{l} \dfrac{2y}{10} - \dfrac{x}{6} = -17 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{2} = 45 \end{array}\right]$

5) $\left[\begin{array}{l} 8x = 10y + 20 \\ 4y = -6x - 8 \end{array}\right]$

6) $\left[\begin{array}{l} 3y - 5x = -6 \\ 2x - 5y = 10 \end{array}\right]$

7) $\left[\begin{array}{l} 4(x - 1) - 2(y + 3) = 2 \\ x + \dfrac{-2 + 3y}{4} = 0 \end{array}\right]$

8) $\left[\begin{array}{l} 3x = 7 + 2y \\ 5x + 7 = -6y \end{array}\right]$

9) $\left[\begin{array}{l} 7 + y = 2x \\ 4x + 1 = 3y \end{array}\right]$

10) $\left[\begin{array}{l} 2x - 14 = -2y \\ 10y + 2x = 46 \end{array}\right]$

11) $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{2x}{3} - \dfrac{2y}{5} = 14 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{4} = -2 \end{array}\right\}$

12) $\left\{\begin{array}{l} x = 2 + 6y \\ 8x + 27 = 3y \end{array}\right\}$

13) $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{10x}{3} - 25 = \dfrac{-15y}{4} \\ \dfrac{5}{3}x = \dfrac{1}{2}y + 3 \end{array}\right\}$

14) $\left\{\begin{array}{l} 2 = (2x - 2)10 + 2y \\ 3x = -9(x - y) + 15 \end{array}\right\}$

15) $\left\{\begin{array}{l} 8y - 18 = 6x \\ 6x + 3y = 15 \end{array}\right\}$

16) $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} + 2y = -\dfrac{1}{2} \\ x - \dfrac{2}{3}y = -1 \end{array}\right\}$

17) $\left\{\begin{array}{l} 3x + 3y + \dfrac{2(-3y + 3x)}{3} = 30 \\ \dfrac{7}{2} + \dfrac{x + y}{14} = \dfrac{3}{2} \end{array}\right\}$

Reiteramos: estas columnas con tantos ejercicios están preparadas para disponer de ellas a lo largo de tres cursos, a saber, 1º, 2º y 3º de E.S.O.

PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES

1.- La quinta parte de un número más su doble es igual al triple de dicho número disminuido en 32. ¿Cuál es ese número?

2.- Averigua qué número cumple estas condiciones: La octava parte, menos la mitad, más su cuádruple es igual a la tercera parte, menos la cuarta parte, más su triple y más trece.

3.- En las elecciones a delegado de principios de curso se han presentado tres alumnos: Feliciana, Paulino y Romualda. Han votado 30 alumnos, y los resultados fueron éstos: Romualda ha obtenido el doble de los votos de Paulino más cuatro, y Feliciana la tercera parte de los de Romualda menos uno. ¿Cuántos votos obtuvo cada uno y quién salió delegado?

4.- Encuentra cuatro números impares consecutivos que sumen 136.

5.- Un padre tiene 35 años más que su hijo, y entre los dos suman 81. ¿Cuántos años tiene cada uno?

6.- Un camarero cobra un sueldo diario de 50 euros fijos más una comisión de un centavo de euro por cada servicio. Si cobró 56 euros, ¿cuántos servicios hizo?

7.- Rodolfa tiene 16 años, su hermano Atanasio 18 y su padre 46. Averigua cuántos años deben pasar para que los dos hermanos sumen la edad que tenga su padre.

8.- Calixto se pasó una buena Feria del Carmen. El primer día se gastó los 2/5 del dinero que le dieron sus padres. El segundo día los 4/9 del dinero que le quedaba, y el tercer día 15 euros. Si todavía le sobró una doceava parte del total, ¿de cuántos euros disponía al comenzar la Feria?

9.- Adelaida tiene tres veces la edad de su hija Teófila. Si hace 8 años la madre tenía cinco veces la edad de la hija, ¿cuáles son sus edades ahora?

10.- Un tractor sale al campo a una velocidad de 20 km/h, y cuando lleva recorridos 8 km sale otro en su búsqueda a una velocidad de 25 km/h. ¿A qué distancia se encontrarán y cuántos minutos habrán transcurrido?

11.- Cayetano y Narciso son dos marchadores que se encuentran en pueblos que distan 45 km. Un día, para entrenar, se disponen a ir al encuentro; uno sale a 5 km/h y el otro a 4 km/h. ¿Cuánto tardarán en encontrarse y a cuántos km de cada pueblo?

12.- Unos amigos aciertan un premio de la Lotería Primitiva y cobran 80 euros cada uno. Si hubiera habido tres amigos más a repartir, les hubieran correspondido 18 euros menos. ¿A cuántos amigos les tocó el premio? ¿A cuánto ascendió el total del premio?

PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS

13.- Dos números suman 100 y su diferencia es 34. ¿Cuáles son?

14.- La Cooperativa Vinícola San José de Villafranca ha distribuido en diversos países 40.000 litros de su buen vino. Los envases empleados han sido botellas de ¾ de litro y garrafas de 5 litros. En total, los envases han sido 33.500. Averigua cuántas botellas y garrafas ha exportado.

15.- Un triángulo rectángulo tiene un ángulo agudo que mide el doble que el otro agudo. ¿Cuánto mide cada ángulo?

16.- La suma de las dos cifras de un número suman 15, y si se invierte el orden el nuevo número disminuye en 11 unidades con respecto al inicial. ¿Cuál es el número inicial?

17.- Sinforoso ha realizado un examen tipo test de 100 preguntas. Por cada acierto le puntúan + 1'25 y por cada fallo –0'50. Si su puntuación final ha sido de 62 puntos, ¿cuántas preguntas hizo bien y cuántas mal?

18.- Rosenda se ha comprado un precioso vestido y un bolso por 115 euros. Si el precio total de ambos estaba marcado en 130 euros y las rebajas han sido de un 10 % en el vestido y un 15 % en el bolso, ¿cuál era el precio inicial del vestido y del bolso?

19.- Entre las ciudades "A" y "B" hay 270 km. De la ciudad "A" sale un coche a una velocidad media de 110 km/h, y de la ciudad "B" sale un tractor a 25 km/h. ¿En qué punto se encuentran y cuántos minutos han transcurrido?

20.- Los alumnos de Bachillerato del I.E.S. "Meléndez Valdés" de Villafranca de los Barros están preparando su excursión y han vendido, entre camisas y cajas de polvorones, 650 unidades. Se sabe que cada camisa se ha vendido a 3 euros y cada caja de polvorones a 12 euros. En total han recaudado 6450 euros. ¿Cuántas camisas y cuántas cajas vendieron?

21.- Rigoberta se gasta 14 euros en la compra de plátanos y merluza. En total compró 6 kg. Los plátanos estaban a 1'5 euros/kg y la merluza a 4 euros/kg. ¿Cuántos kg compró de cada cosa?

22.- Eufemio paga por una cadena musical y una televisión 1260 euros. Se sabe también que si el precio de la cadena musical se hubiera rebajado en un 10 % sería igual al precio de la televisión aumentado en un 20 %. ¿Cuánto le costó realmente cada cosa?

23.- El Ayuntamiento de Villafranca tiene en proyecto hacer un parque en forma de trapecio isósceles. La base mayor y la menor sumarán 480 metros y el área será de 1'2 "ha". ¿Cuántos metros tendrá de altura el trapecio que forma el parque de hielo?

24.- Hallar dos números cuya suma es 96 y su cociente 3.

25.- La edad de Daciano es cuatro veces la de su hijo Demetrio, y dentro de 15 años será de 5/2 la de su hijo. Averigua cuáles son las edades actuales de ambos.

26.- Fausto y Valerio han dado un buen golpe de suerte en la Bono Loto. Se han repartido un premio de 4500 euros. La parte proporcional que ha correspondido a cada uno es la siguiente: a Fausto le tocan los 4/5 de la parte de Valerio. ¿Cuánto le ha correspondido a cada uno?

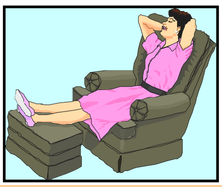
27.- En la granja de Godofredo hay patos y conejos, en total 45 cabezas de animales y 150 patas. Con tanta enfermedad que nos están transmitiendo algunos países con sus animales, decide venderlos todos antes de que tenga que sacrificarlos. Por cada conejo le dieron 8'5 euros y por cada pato 5 euros. ¿Cuánto le faltó exactamente para recaudar 500 euros.?

28.- El perímetro de un rectángulo es de 0'26 hm. Si se sabe que la base es 8/5 partes de la medida de la altura, ¿cuántos metros mide la base y la altura? Y si cada m^2 de césped vale 15 euros, ¿cuánto costaría plantar toda la superficie de césped?

¿Te suena esta expresión: "tener los pies en el suelo"?

Cuando alguien saca una nota muy buena en un control y dice: "Esta asignatura está chupada". O cuando a alguien le toca una vez la lotería o las quinielas y cree que pronto le tocará otra vez. O cuando por unas buenas palabras que alguien te dedica piensas que aquella persona ya está ganada. O cuando a alguien le sobra algo de dinero y empieza a gastarlo sin ton ni son. O cuando creemos que todas las personas que nos tratan y nos rodean son sinceras. O cuando pensamos que todas las cosas que hacemos nos salen mal. O cuando alguien nos perdona un error y pensamos que nos perdonará todos los errores futuros. O cuando alguién se encuentra en un momento muy feliz y piensa que será, o debería ser, así toda la vida. O cuando nos ha ido mal con alguien y pensamos que todas las personas son iguales. O cuando ...

Pues bien, en todas esas ocasiones mencionadas, aquellas personas que así piensan, sienten o actúan no tienen los pies en el suelo. Es decir, suelen elevarse a las alturas, volar, entre nubes o no, y más tarde o más temprano caer en la cuenta de que no tenían los pies en el suelo, o sea, que dejan de tener una visión clara, concreta y real de lo que verdaderamente es la vida. Como se dice en ocasiones, sucede que "los árboles no le dejan ver el bosque".



CUESTIONES DIVERSAS SOBRE EL TEMA 5

1.- ¿Cómo llamamos al lenguaje de los números, letras y signos?

2.- ¿Qué diferencia hay entre monomio y polinomio?

3.- ¿Qué diferencia hay entre identidad y ecuación?

4.- ¿Cómo se suele llamar a las cantidades desconocidas de las expresiones algebraicas?

5.- ¿Con qué palabra designamos a los números y signos que preceden a las letras en toda expresión algebraica?

6.- ¿Qué estamos haciendo cuando sustituimos las letras de expresiones algebraicas por números (valores)?

7.- ¿Cómo se llaman cada uno de los monomios que forman los polinomios?

8.- ¿Es posible sumar y/o restar todos los términos de una expresión algebraica? ¿Cuáles sí y cuáles no?

9.- ¿Qué expresa el exponente mayor de las letras en una expresión algebraica?

10.- Explica brevemente a qué nos referimos con esto: SI. NU. LE.

11.- Hacer un esquema de las identidades o igualdades notables.

12.- ¿A qué nos referimos cuando decimos "parte literal"?

13.- ¿Cuándo se dice que dos o más términos son semejantes?

14.- ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación de primer grado? ¿Y una de 2º grado?

15.- Escribe los pasos esenciales para resolver las ecuaciones de primer grado.

16.- Si tienes una ecuación cualquiera, ¿cómo puedes obtener otra ecuación equivalente a ésa?

17.- Escribe el nombre de los métodos empleados para resolver sistemas de ecuaciones. ¿Cuál es el que mejor se te da a ti?

18.- ¿Con qué fórmula se resuelven las ecuaciones de 2º grado?

19.- Escribe tres ecuaciones de 2º grado: una completa, otra incompleta de "x" y otra incompleta de "c".

20.- Explica cómo se resuelven las ecuaciones de 2º grado incompletas, tanto las que no tienen el término “bx” como las que no tienen “c”.

21.- Escribe cuáles son los pasos fundamentales para resolver los problemas sobre ecuaciones.

22.- ¿Cómo es la representación gráfica en unos ejes de coordenadas de una ecuación de primer grado? ¿Y la de una ecuación de 2º grado?

23.- Si representas gráficamente un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que tenga una solución, ¿dónde está la solución gráfica del sistema?

24.- Invéntate una ecuación cuya solución sea “x = – 10”.

25.- Invéntate un sistema de ecuaciones de dos incógnitas cuyas soluciones sean “x = 0” e “y = – 8”.

26.- Invéntate una ecuación de 2º grado cuyas soluciones sean “$x_1 = -6$” y “$x_2 = 10$”.

SOBRE PORCENTAJES (tema 6)

SOLUCIONES en las págs. 566 a 568.

1) Expresa mediante fracciones los portentajes siguientes:
a) 12 % b) 25 % c) 30 % d) 50 % e) 125 %

2) A ver si sabes poner estas fracciones como porcentajes:
a) 1/ 5 b) 2 / 8 c) 3 / 4 d) 5 / 4 e) 3 / 10

3) Expresa los siguientes tantos por cientos en forma decimal
a) 18 % b) 40 % c) 75 % d) 120 % e) 25 %

4) Calcular qué porcentaje del total representa cada una de las cantidades siguientes:
a) 15 de 30 b) 30 de 120 c) 45 de 30
d) 5 de 20 e) 400 de 5000

5) Calcular los factores de variación que corresponden a cada uno de los siguientes aumentos porcentuales:
a) 8 % b) 20 % c) 65 % d) 115 % e) 5 %

6) Calcular los factores de variación que corresponden a cada una de las siguientes disminuciones porcentuales:
a) 8 % b) 20 % c) 65 % d) 115 % e) 5 %

7) Calcula qué porcentajes finales, con respecto al inicio, se han obtenido en cada uno de los siguientes casos:
a) + 25 % + 15 % – 40 % (¡ ... !)
b) – 40 % + 25 % + 15 % (¡ ... !)
c) + 80 % – 20 % – 10 %
d) – 12 % – 8 % + 5 %
e) + 7 % + 18 % + 15 %

8) Averigua cuáles son los precios iniciales a las que se aplicó el correspondiente % dando como resultado cada una de las siguientes cantidades finales:
a) Se pagó en total 14.840 euros con el 6 % de aumento.
b) Se pagó en total 760 euros con un descuento del 5 %.
c) Se produjo un capital de 9’2 millones de euros por una ganancia del 15 %.
d) Un gasto total de 410 euros con una deducción del 18 %.
e) Se subió un 5 % y después un 15 %. Al final se marcó en 51.975 euros.

9) Señala por qué números debes multiplicar una cierta cantidad para que en cada caso resulte:
a) Una subida del 12 %.
b) Un descenso del 40 %.
c) Un retroceso del 9 %.
d) Un incremento del 28 %.
e) Una devaluación del 4 %.

10) Resuelve los siguientes problemas sobre porcentajes, pero aplicando la fórmula **(VI . FV = VF).**
a) Un libro de poesía está marcado en 9 euros. Si me hacen una rebaja del 6 %, ¿cuánto me costará?
b) La factura del técnico que me arregló el ordenador importaba, sin IVA, 50 euros. Y no me la daba sin el famoso impuesto. ¿Cuánto me costó la reparación?
c) Se paga por una bicicleta 153 euros, después de haber rebajado un 15 % . ¿En cuánto estaba marcada antes de la rebaja?
d) Un ordenador ha subido un 3 %. Si me ha costado 1.545 euros, ¿cuánto valía antes de la subida?
e) Una moto marcada en 3.000 euros sufre dos rebajas sucesivas, una de un 10 % y otra de un 5 %. ¿Cuánto vale al final?

11) Cuestiones:
a) ¿Si un producto se sube un 25 % y después se rebaja un 15 % es lo mismo que si lo suben un 10 % en una sola vez?
b) Cosme y Fausto son dos vendedores de una tienda de música. Cosme ha vendido una cadena musical que primero se subió un 15 % y después se bajo otro 15 %. Y Fausto ha vendido otra exactamente igual, pero con su precio inicial. ¿Qué le tiene más cuenta a cada dueño de las tiendas?
c) En la exposición de una tienda de motos hay una que hace detenerse a multitud de jóvenes para disfrutar un rato mirándola. El precio marcado se ha subido en un 20 %, pero a los pocos días se bajó un 5 %. Si en lugar de subir un 20 % y bajar un 5 % hubiera subido de una sola vez el 15 %, ¿a quién le hubiera interesado más, al dueño de la tienda o a los compradores?
d) Averigua el % de chicas y chicos que hay en tu clase.
e) Si te dan dos cantidades para saber el % que indica una sobre otra, ¿cómo se hace?

Bloques de 20 ejercicios sobre los contenidos más esenciales de los temas 1 al 6.

En las páginas siguientes
hay una selección de ejercicios y problemas
sobre aquellos contenidos más esenciales.
Son 8 bloques de 20 ejercicios, cuestiones y problemas.
Se podrán ir haciendo a lo largo de los cursos de 1º, 2º y 3º.
Los alumnos que dominéis la mayoría de esta recopilación
de lo más importante sobre los temas de
Enteros, Divisibilidad, Fracciones, Potencias y Raíces,
Ecuaciones y Proporcionalidad numérica
habréis adquirido una buena preparación
y la base para no tener muchos problemas
en los aspectos fundamentales de Cálculo
que se suelen dar en 3º de ESO.

BLOQUE Nº 1

1) OPERACIONES CON ENTEROS.

$40 \cdot (-20) : (-10) - (+7) =$

2) SIMPLIFICAR.

a) $\dfrac{2310}{462}$

b) $\dfrac{1050}{22050}$

3) HALLAR MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

De los números 18, 20 y 30.

4) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$\dfrac{7}{6} - \dfrac{5}{4} : \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{4}{2} =$

5) PROBLEMAS DE TEMAS 1 AL 4.

Una sustancia de laboratorio tiene una temperatura de 20 ºC. Se enfría y pasa a tener 5 ºC bajo cero. ¿Cuál ha sido la variación de temperatura?

6) OPERACIONES CON POTENCIAS.

$(-2)^4 . 1^7 . (-5)^0 - 10^3 + (-6)^1 . 0^8 =$

7) OPERACIONES CON RADICALES.

$\sqrt{555025}$ → Exacta

8) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

a) Sacar factor común en:

$4 - 5x - 9 + x - 1 - 3x =$

b) Operar. *(Recuerda SI . NU . LE .)*

$-3x^2 . (-5x)^3 =$

9) IGUALDADES NOTABLES.

a) $(3x + y)^2 =$

b) $(5a - 4b)^2 =$

10) ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

$4x + \dfrac{x}{5} - 3(x + 6) = 1 - 2x$

11) SISTEMAS DE ECUACIONES.

$$\left[\begin{array}{l} 3x - 4y = 20 \\ 5y + x = -25 \end{array}\right]$$

12) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

$8x + 6 = -2x^2$

13) PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES.

Ubaldo compra un pantalón, una cartera que vale la mitad que el pantalón y una minicadena que vale cinco veces más que el pantalón. Si se gasta en total 325 euros. ¿cuánto vale cada cosa?

14) PROPORCIONES.

Averigua el valor de cada letra en las siguientes porporciones:

a) $\left[\dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{x}\right]$; b) $\left[\dfrac{5}{12} = \dfrac{y}{75}\right]$

15) REGLAS DE TRES SIMPLES.

Un coche tarda 3 horas en llegar a su destino a una velocidad media de 105 km/h. En la vuelta quiere ir algo más despacio y tarda 30 minutos más. ¿Qué velocidad media deberá llevar?

16) DETECTAR ERRORES.

a) $(-18) : 3 . (-2) = (-18) : (-6) = +3$

b) $\dfrac{7}{6} - \dfrac{2}{5} = \dfrac{7-2}{6-5} = \dfrac{5}{1} = 5$

c) $-2^4 = +16$

17) PORCENTAJES.

A Rufina le han comprado un vespino, a pesar de sus malas notas, que le ha costado –*a sus padres, claro*– 3.480 euros. ¿Cuánto costaba la moto sin I.V.A. (+18%)?

18) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

a) 8 billones y cuarto = b) $7'65 \bullet 10^{-9} =$

19) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES LINEALES Y AFINES.

→ Ecuación de la función: $f(x) = -6x$

→ Valores a representar: −2, −1, 0, 1, 2.

20) CUESTIONES.

¿Puede dar la misma solución una ecuación si en lugar de multiplicar sus términos por el m.c.m. lo hacemos por un múltiplo suyo?

BLOQUE Nº 2

21) OPERACIONES CON ENTEROS.

$-4\,(3 - 5 \cdot 2) - (-4 + 7) =$

22) EJES DE COORDENADAS.

Debes hacer lo siguiente:

a) Representar en ejes de coordenadas los puntos expresados.

b) Decir en qué cuadrante están.

c) Unir por orden alfabético los puntos y decir qué figura plana resulta.

Los puntos son los siguientes:

A(0, 8), B(7, 8), C(7, 0), D(7, − 4), E(0,−4) y F(−9,−4).

23) HALLAR MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

De los números 16, 125 y 243.

24) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$3 - \frac{1}{2} + \frac{4}{5} : 2 - 5 \cdot \frac{2}{6} =$$

25) PROBLEMAS DE TEMAS 1 AL 4.

Tres hermanos se reparten una herencia. A Braulio le toca los 5/18, a Adelaida los 2/15 y a Ambrosio le correspondieron 15.900 euros. ¿A cuánto ascendía la herencia ?

26) OPERACIONES CON POTENCIAS.

$(-2)^5 \cdot (-2) : (-2)^{10} =$

27) OPERACIONES CON RADICALES.

a) $\sqrt{80741}$ → Raíz inexacta.

b) Extraer factores → $\sqrt{392\,x^3\,y^2} =$

28) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

a) Valor numérico para "m = −3" :

$-m^2 - 4m + 1 =$

b) Simplificar : $\dfrac{6x^2 - 2x}{3x - 1}$

29) IGUALDADES NOTABLES.

a) $36a^2 - 25 =$

b) $(3x - 2)^2 =$

30) ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

$$\frac{5x}{6} - 2x + 3 = \frac{1}{15} - \frac{4x}{10}$$

31) SISTEMAS DE ECUACIONES.

$$\begin{bmatrix} x - y = 3 \\ 2x + 5y = 20 \end{bmatrix}$$

32) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

$6x^2 - 10x = 4$

33) PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES.

Úrsula tiene 30 años más que su hijo Crispino. Si dentro de 18 años ella tendrá el doble de edad, ¿cuáles son las edades actuales de ambos?

34) PROPORCIONALIDAD. Escribe ejemplos con:

a) Dos magnitudes directamente proporc.

b) Dos magnitudes inversamente proporc.

c) Dos magnitudes no proporcionales.

35) REGLAS DE TRES SIMPLES.

Si 150 entradas de cine cuestan 420 euros, ¿cuánto costarán 10?

36) PORCENTAJES.

De los 120 alumnos del Primer Ciclo de E.S.O. del I.E.S. "Meléndez Valdés" van de excursión 102. ¿Qué % ha ido?

37) a) Hallar las fracciones generatrices de:

$12,\ 35'9,\ 6'\overset{\frown}{7},\ 98'45\overset{\frown}{1},\ 0'\overset{\frown}{5},\ 0'0876\overset{\frown}{2}$

b) Clasifica los números decimales que resulten de operar:

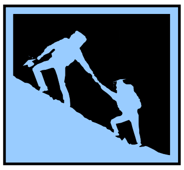
$\frac{8}{5},\ \frac{58}{9},\ \frac{422}{90},\ \sqrt{1'44},\ \sqrt{50}$

c) Efectúa estas operaciones:

$2'\overset{\frown}{4} - 5'0\overset{\frown}{3} =$ $\qquad 0'42\overset{\frown}{5} \cdot 3'6 =$

En ocasiones, cuando a ciertos alumnos no les van bien las cosas y reciben censuras de padres y/o profesores, sucede que de pronto les entran unas ganas colosales de mejorar, de hacer ya las cosas bien y de cambiar esos hábitos perjudiciales que les llevaron a esas situaciones por otros provechosos que les lleven a prosperar.

Esto es bueno, pero desgraciadamente en la mayoría de los casos esas buenas intenciones se quedan sólo en la gran fuerza del momento, en la "tormenta pasajera" que producen esos "rayos rectificadores" que se apagan al día siguiente cuando hay que poner de uno mismo y sacrificarse.



Lo que sí consigue siempre una rectificación, una mejoría, un progreso es LA PERSEVERANCIA, es decir, el esfuerzo mantenido, el sacrificio constante y el interés firme de conseguir lo que uno busca.

¿**ERES TÚ PERSEVERANTE**?

38) Escribe en cada apartado algún número que cumpla las condiciones expresadas:

a) $\in \mathbb{N}, \in \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin I_{rr}, \in \mathbb{R}, \notin I_m, \in \mathbb{C}$.

b) $\notin \mathbb{N}, \in \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin I_{rr}, \in \mathbb{R}, \notin I_m, \in \mathbb{C}$.

c) $\notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin I_{rr}, \in \mathbb{R}, \notin I_m, \in \mathbb{C}$.

d) $\notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \notin \mathbb{Q}, \in I_{rr}, \in \mathbb{R}, \notin I_m, \in \mathbb{C}$.

e) $\notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \notin \mathbb{Q}, \notin I_{rr}, \notin \mathbb{R}, \in I_m, \in \mathbb{C}$.

f) $\notin \mathbb{N}, \in \mathbb{Z}, \notin \mathbb{Q}, \notin I_{rr}, \in \mathbb{R}, \notin I_m, \in \mathbb{C}$. (¡)

39) Dados los siguientes polinomios:

$A \rightarrow 3x^3 - x^4 + 4x + x^2 - 2$

$B \rightarrow -2x^3 + 4x^2 - 1$

$C \rightarrow 4x^6 - x^5 - 2x^4 + x^3 - 5$

$D \rightarrow -3x + 1$

$E \rightarrow x + 2$

⊗ Realiza las siguientes operaciones:

1) $A + B + C =$

2) $A \cdot D =$

3) $A : E = \rightarrow$ { normal y por Ruffini

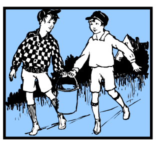
40) CUESTIONES.

¿Cómo se sabe el factor de variación en los % ? Y si sólo sabes el factor de variación, ¿cómo averiguas el % que corresponde a ese factor de variación?

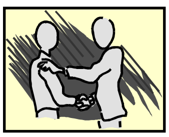
* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

En nuestra convivencia habitual muchas veces pasamos por alto los detalles. Me refiero a esos detalles entre personas que cuestan tan poco y se agradecen tanto. Por ejemplo, una sonrisa a su debido tiempo, una palmadita en la espalda para animar, un saludo afectuoso, unas palabras de ánimo, un compartir algo de tristeza, una caricia alentadora, una ayuda en un momento difícil, un sacrificio en beneficio del otro, un perder algo de tu tiempo para algo que alguien necesita, una mirada atenta, y tantas otras cosas.

Esos detalles, si lo pensamos detenidamente, cuestan tan poco tenerlos con los demás, cuánto bien hacen y cuánto se agradecen. No es que pensemos que lo importante en la vida sean los detalles, en absoluto, pero muchas veces la vida está más hecha de detalles que de otras cosas. De detalles nuestros hacia los demás y de los demás hacia nosotros mismos.



Tener un detalle con alguien es darle a entender que cuenta para nosotros, y los detalles que tienen con nosotros nos hacen ver que los demás nos tienen en cuenta, aunque después, a veces, desgraciadamente, las relaciones sólo se queden en esos detalles y no en una verdadera y sincera relación que es a donde deberían conducir.



◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊

BLOQUE Nº 3

41) OPERACIONES CON ENTEROS.

$6 - \{5 - 2[-3 + 4 \cdot (-6)] - (-1)\} \cdot 2 =$

42) REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

$\dfrac{-7}{3}$, $+2$, $\dfrac{9}{4}$ y -3

43) HALLAR MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

De los números 7644, 13365 y 15120.

44) OPERACIONES CON FRACCIONES.

a) $\left(\dfrac{2}{6} - \dfrac{1}{10}\right) : \left(\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{2}{5}\right) - 4 =$

b) $\dfrac{1}{4} - \dfrac{-3}{-5} : \left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{5}{2}\right) =$

45) PROBLEMAS DE TEMAS 1 AL 4.

Dos camioneros realizan viajes a París, uno cada 60 días y otro cada 90. El 10 de mayo coinciden ambos en la capital francesa. ¿En qué fecha volverán a encontrarse en París?

46) OPERACIONES CON POTENCIAS.

$\left(\dfrac{10}{15}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{10}{15}\right) : \left(\dfrac{10}{15}\right)^{10} =$

47) OPERACIONES CON RADICALES.

a) $\sqrt{5'6} \rightarrow$ Sacar dos decimales.

b) Introducir factores $\rightarrow -5\sqrt{3a} =$

48) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

a) Reducir términos semejantes:

$3 - x^2 + 4x + 10x^2 - 3x - x =$

b) Operar : $\dfrac{10a^5b^3}{-2a^4b} + 5b^2 =$

49) ⊗ Dadas las siguientes expresiones algebraicas:

$A \rightarrow -\dfrac{1}{2}x^5 - \dfrac{2x^4}{5} + \dfrac{3}{4}x^3 + x^2 - 1$

$B \rightarrow 2x^5 - \dfrac{1x^4}{3} - x + 2$

$C \rightarrow \dfrac{5x}{2} - \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{1}{5}x^2 + x - \dfrac{2x}{6}$

$D \rightarrow x - \dfrac{1}{2}$

⊗ Realiza las siguientes operaciones:

1) $A + B - C =$

2) $C \cdot D =$

3) $B : D =$ (por Ruffini)

50) ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

$$\frac{x}{15} - 3\left(2 + 4x\right) = 2x - \frac{5x - 6}{18}$$

51) SISTEMAS DE ECUACIONES.

$$\begin{bmatrix} 6x = 5y + 10 \\ -4y - 3x = 8 \end{bmatrix}$$

52) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

NOTA: Resolver de dos formas, con la fórmula general y sin ella.

a) $-5x^2 + 80 = 0$

b) $\frac{-3}{2}x^2 = -5$

c) $-6x^2 = -4x - 16$

53) PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES.

La razón de dos números es igual a $\frac{3}{4}$.

Si sumamos tres al numerador y restamos tres al denominador, la nueva fracción se convierte en la unidad. ¿Cuáles son los números pedidos?

54) PROPORCIONALIDAD.

Señala en cada apartado si las magnitudes citadas son proporcionales (directa o inversa) o si no lo son.

a) El precio del suelo y los m^2.

b) El peso de una persona y su altura.

c) La velocidad de un coche y el tiempo.

55) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

a) 2500 cienmillonésimas =

b) $3'07 \bullet 10^{10} =$

<u>Hacer</u> <u>un</u> <u>bloque</u> <u>de</u> <u>ejercicios,</u> <u>o</u> <u>sea,</u> <u>20,</u> <u>no</u> <u>es</u> <u>tarea</u> <u>fácil,</u> <u>ni</u> <u>cómoda,</u> <u>ni</u> <u>rápida.</u> <u>Es</u> <u>verdad.</u> Y mucho menos si esos 20 ejercicios corresponden a diversos temas, con lo cual se hace más complicado su realización, porque hay que repasar y consultar más, ya que se dio hace tiempo, se olvida y es necesario "meterlos" otra vez en la "cesta" de la comprensión de cada cual.

Cada bloque está compuesto por ejercicios de los aspectos más esenciales de cada uno de los seis temas de este libro.

<u>Si</u> <u>tienes</u> <u>claro</u> <u>que</u> <u>tu</u> <u>deber</u> <u>es</u> <u>aprender,</u> <u>tu</u> <u>interés,</u> <u>tu</u> <u>trabajo</u> y <u>tu</u> <u>esfuerzo</u> <u>se</u> <u>verán</u> <u>recompensados.</u> <u>No</u> <u>tengas</u> <u>la</u> <u>menor</u> <u>duda.</u>

¡ <u>Ánimo</u>, y <u>al</u> <u>tajo</u> !

56) REGLAS DE TRES SIMPLES.

Un ganadero tiene pienso para dar de comer a sus 200 cabezas de ganado durante mes y medio. Si debido a múltiples enfermedades tiene que sacrificar a 5 decenas de animales, y teniendo la misma cantidad de pienso y ración, ¿para cuántos días tendrá comida?

57) PORCENTAJES.

Una cadena musical está marcada con un precio de 480 euros en dos tiendas distintas del pueblo. En la tienda "A" la rebajan un 30 %, y en la tienda "B" la rebajan un 20 % y después un 10 %.

¿Dónde te interesa más comprarla? ¿Por qué?

58) DETECTAR ERRORES.

a) $\begin{bmatrix} 16 = 2^4 \\ 25 = 5^2 \end{bmatrix} \Rightarrow$ m.c.d. = 0

b) $15^0 = 0$

59) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES LINEALES Y AFINES.

→ Ecuación de la función: $f(x) = -3x - 4$

→ Valores a representar: $-5, -2, 0, 1, 2$

60) CUESTIONES.

¿Podemos poner ejemplos de potencias que teniendo distintas bases den los mismos resultados?

BLOQUE Nº 4

61) OPERACIONES CON ENTEROS.

$(7 - 2 . 5)\ 4 + 2\ (1 + 4 . 3) =$

62) EJES DE COORDENADAS.

Debes hacer lo siguiente:

a) Representar en ejes de coordenadas los puntos expresados.

b) Decir en qué cuadrante están.

c) Unir por orden alfabético los puntos y decir qué figura plana resulta.

Los puntos son los siguientes:

A(−9, 9), B(−9, 0), C(−9, −7), D(0, −2), E(9, 9), F(7, 0), G(10, 5), H(0, 3) e I(0, 7)

63) HALLAR MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

De los números 12, 15, 20 y 30.

64) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\frac{3}{5} : \left(\frac{5}{2} - 1\right) - \left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{4} =$$

65) PROBLEMAS DE TEMAS 1 AL 4.

Renata gastó los 7 / 12 del dinero que llevaba en unas compras que hizo en unos grandes almacenes. Si le sobraron 75 euros, ¿cuánto llevaba?

66) OPERACIONES CON POTENCIAS.

$$(-2)^3 \cdot (-1)^9 \cdot (-10)^3 - 7^{12} \cdot 0^5 \cdot (-3) =$$

67) OPERACIONES CON RADICALES.

$$\sqrt{40} - 5\sqrt{250} + 2\sqrt{90} =$$

68) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

a) Hallar el valor numérico:

De → $-10 - x^4 + 3x - x$ → para $x = -2$

b) Operar: $-2^4 a^5 b^3 : (-2ab)^2 =$

69) IGUALDADES NOTABLES.

a) $(8x - 5)^2 =$

b) $(2y - 3) \cdot (2y + 3) =$

70) ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

$$-5(x + 2) + 3 - (6 - 4x)(-2) = 0$$

71) SISTEMAS DE ECUACIONES.

$$\left[\begin{array}{l} \dfrac{2x}{5} + 3y = -4 \\ x + \dfrac{4y}{6} = -10 \end{array}\right]$$

72) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Resolver de dos formas, con fórmula y sin ella.

$$2x = 4x^2$$

73) PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES.

Desiderio ha sido afortunado con un buen premio en la quiniela. Da las 3 / 5 partes a uno de sus hijos, los 3 / 10 del resto a otro y todavía le quedan 294 euros. ¿A cuánto ascendió el premio?

74) PROPORCIONALIDAD.

Señala cuál de las siguientes igualdades forma proporción.

$$\left\{\frac{3'5}{10} = \frac{25}{70}\right\} \quad \left\{\frac{2x}{6} = \frac{3x}{9}\right\} \quad \left\{\frac{24}{18} = \frac{21}{15}\right\}$$

75) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

a) 56 billones =

b) $1'6 \cdot 10^{-7} =$

76) REGLAS DE TRES SIMPLES.

Froilán compra 16 libros de lectura iguales para la biblioteca por 112 euros. Si necesita comprar 7 más, ¿cuántos euros gastará en total?

77) PORCENTAJES.

Un reloj está marcado en 90 euros. Si me hacen una rebaja del 5 %, ¿cuánto pagaré?

78) DETECTAR ERRORES.

a) $(-2)^0 = 0$

b) $-3^6 = +729$

79) REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

→ Ecuación de la función: $y = 6 - x$

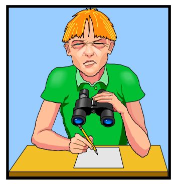
→ Valores a representar: $-5, -3, 0, 6, 10$

80) CUESTIONES.

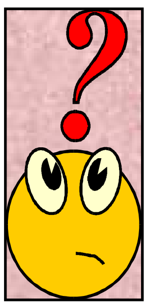
¿Qué diferencia hay entre estas fracciones? ¿Cuál es mayor y cuál es menor?

a) $\dfrac{-2}{5}$ b) $-\dfrac{2}{5}$ c) $\dfrac{2}{-5}$

Aunque te cueste un poco, lee detenidamente esta reflexión, estúdiate a ti mismo e intenta averiguar con cuáles de estos comportamientos te sueles identificar habitualmente.



Suelo ver el lado negativo de las cosas – Algunas drogas me atraen – Soy despreocupado – Soy insensible – Me dejo arrastrar – Tengo muchos proyectos, pero los voy abandonando – Soy muy inseguro – Suelo ilusionarme con cosas contradictorias – Carezco de entusiasmo e ideas – Me dejo llevar de lo fácil, cómodo o de moda – Me opongo a muchas cosas – Suelo disimular, y aparentar muy bien lo que realmente no soy – Muestro interés por todas mis actividades – Tengo ganas de aprender – Intento ver el lado bueno de las cosas – No me rindo fácilmente – Suelo tener bastantes ideas y proyectos – Soy muy positivo – Soy muy optimista – Tengo orgullo por mejorar y hacer las cosas bien – Sé animarme yo mismo – Soy amigo de mis amigos – Cada vez me domino más a mi mismo – Suelo pensar en el futuro.



Las características en letra cursiva son más bien negativas, o sea, para mejorarlas, y las otras son positivas y enriquecedoras. Hay 12 y 12. Tú, ¿cuántas tienes de cada?

Si ganan las positivas, estupendo, y a ver si poco a poco logras más en tu vida. Si ganan las negativas, no te abandones, no te conformes; lucha por lograr más comportamientos positivos en tu vida. Sea una u otra cosa: ¡ MUCHO ÁNIMO ¡

BLOQUE Nº 5

81) OPERACIONES CON ENTEROS.

$-4\cdot(6-9+1)-(-3)\cdot[7-(5+1)]=$

82) EJES DE COORDENADAS.

Dibuja unos ejes de coordenadas. En ellos elige cinco puntos que al unirlos formen un trapecio rectángulo, con la condición de que uno de los puntos esté sobre uno de los ejes y los otros cuatro uno en cada cuadrante. Señala después las coordenadas de cada punto.

83) HALLAR MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

En una parada de autobuses de Badajoz coinciden cada cierto tiempo dos líneas de autobuses. Una pasa cada 18 minutos y la otra cada 24. Si han coincidido a las 10:20 de la mañana, ¿a qué hora volverán a coincidir?

84) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\frac{-5\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{6}{4}+\frac{1}{3}\right):(-2)}=$$

85) PROBLEMAS DE TEMAS 1 AL 4.

De un depósito de agua se sacan en primer lugar 2/5 partes y después la mitad de lo que quedaba. Si todavía quedan 300 litros, ¿cuántos m^3 de capacidad tiene?

86) OPERACIONES CON POTENCIAS.

$$\frac{-3^2\,.\,(-2)^2\,.\,9^2}{(-6)^3\,.\,4^2}=$$

87) OPERACIONES CON RADICALES.

$$\sqrt{\frac{32\,.\,25\,.\,27}{6}}=$$

88) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

a) Reducir:

$4x^2-x+5-x^2+6x-9-5x=$

b) Operar : $(3-2a)\cdot(5a+4)=$

89) IGUALDADES NOTABLES.

$$\left(\frac{5x}{2}-\frac{1}{3}\right)^2=$$

90) ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

$$\frac{3x-5}{-2}=\frac{-6+x}{-4}$$

91) SISTEMAS DE ECUACIONES.

$$\begin{bmatrix} 6x = 18 - 8y \\ 30 - 10x = 4y \end{bmatrix}$$

92) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Resolver de dos formas, con fórmula y sin ella.

$-30=-6x^2$

93) PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES.

Los alumno de 2º de ESO del I.E.S. "Meléndez Valdés" fueron de excursión y pagó cada uno 9 euros, pero si hubieran ido 20 más habrían pagado 7 euros. ¿Cuántos alumnos fueron de excursión?

94) PROPORCIONALIDAD.

Halla la media proporcional a 3 y 27.

95) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

a) 0'0000000000000003049 =

b) $4'5\cdot10^9=$

96) REGLAS DE TRES SIMPLES.

Para hacer un bloque de pisos, dos docenas de obreros han empleado 3 meses. Si se quiere terminar otro bloque igual de pisos tan sólo en 40 días, ¿cuántos obreros más necesitan contratar?

97) PORCENTAJES.

Por la compra de un ordenador que estaba marcado en 1500 euros nos han cobrado 1410 euros. ¿Qué % nos rebajaron?

98) DETECTAR ERRORES.

a) $-3^0=-1$

b) $\dfrac{3\,.\,3\,.\,5\,.\,7}{2\,.\,3\,.\,3\,.\,5\,.\,7}=\dfrac{0}{2}$

99) REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES LINEALES Y AFINES.

→ Ecuación de la función: $f(x)=-2-\dfrac{x}{3}$

→ Valores a representar: −9, −3, 0, 6, 12

100) CUESTIONES SOBRE LOS TEMAS 1 AL 6 DE MATYVAL I.

a) Realiza un esquema de la clasificación de los números racionales.

b) ¿Cómo tiene que ser "n" para que la raíz $\sqrt[n]{-25}$ tenga solución?

BLOQUE Nº 6

101) OPERACIONES CON ENTEROS.

$-5\cdot[3\cdot(6-9)-(4\cdot2-5\cdot3)\cdot(-2)-(-1)] =$

102) EJES DE COORDENADAS.

Debes hacer lo siguiente:

a) Representar en ejes de coordenadas los puntos expresados.

b) Decir en qué cuadrante están y si hay algunos simétricos.

c) Unir por orden alfabético los puntos y decir qué figura plana resulta.

Los puntos son los siguientes:

A(8, 0), B(5, 4), C(0, 4), D(−5, 4), E(− 8, 0), F(− 5, − 4) y G(6, − 7).

103) DIVISIBILIDAD

a) Halla todos los divisores y cinco múltiplos de 36.

b) ¿Cuáles de las siguientes parejas de números son primos entre sí?

5 y 19; − 10 y 26; − 12 y 25; − 9 y 91

c) Simplificar: $\dfrac{468}{3276} =$

104) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\frac{3}{2}\bullet\left(\frac{1}{10}-\frac{4}{6}\right)+\left(\frac{2}{4}-\frac{1}{6}\right):\frac{-2}{5}=$$

105) PROBLEMAS DE TEMAS 1 AL 4.

Se quiere hacer una repoblación forestal en un terreno de forma cuadrada, o sea, plantando igual número de árboles por todos lados. Si se dispone de 2210 árboles, ¿cuántos habrá por cada lado? ¿Sobra alguno?

106) OPERACIONES CON POTENCIAS.

$$\left(\frac{15}{-10}\right)^4\bullet\left(\frac{15}{-10}\right):\left(\frac{15}{-10}\right)^9=$$

107) OPERACIONES CON RADICALES.

$$\sqrt{\frac{450}{-2}}:\sqrt{\frac{-6}{363}}=$$

108) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

a) Hallar el valor numérico de:

$-5-2ab+1-a^2+4b^2$

para $\rightarrow a=-3$ y $b=0$

b) Simplificar: $\dfrac{6xy-10x^2y}{2xy}$

109) IGUALDADES NOTABLES.

Factorizar $\rightarrow$ $25a^2-9b^2=$

110) ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

$$\frac{1}{5}-\frac{2(3x+4)}{12}-x=\frac{6+x}{15}$$

111) SISTEMAS DE ECUACIONES.

Por sustitución: $\begin{bmatrix} 0'6x-0'3y=0'5 \\ 0'75x+1'5y=1'25 \end{bmatrix}$

112) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

$-2x^2 = 20 - 12x$

113) PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES.

Salustiano, de 58 años, tiene tres hijos: Landelino, de 7 años; Rita, de 12 años, y Honorato, de 15 años. ¿Cuántos años han de pasar para que entre los tres sumen la edad que tenga el padre?

114) PROPORCIONALIDAD.

a) Escribe dos razones que formen proporción.

b) Hallar la tercera proporcional a 32 y 8.

115) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

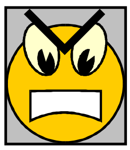
a) 12 millonésimas =

b) $9'41\bullet10^{-12} =$

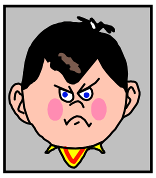
116) REGLAS DE TRES SIMPLES.

Si un automóvil, circulando a 90 km/h, tarda 480 minutos en llegar a su destino, ¿cuántas horas tardaría en la vuelta si su velocidad media fuera de 120 km/h?

La característica más esencial nuestra es que somos humanos. Tenemos sentimientos. Y en no pocas ocasiones, por muy diversas circunstancias, algo o alguien hiere esos sentimientos. La respuesta humana es enfadarse. Es lógico. La verdad es que muchas personas nos enfadamos con bastante facilidad, pero <u>enfadarnos con las personas que debemos enfadarnos, cuando debemos enfadarnos y por el motivo o los motivos que debemos enfadarnos, eso es ya mucho más difícil de conseguir</u>. Y, desgraciadamente, pocas personas lo logran.



<u>Actuar correctamente en los enfados, en su momento, contra quien lo merece y justamente por lo que lo merece, es señal de persona madura, segura de sí misma, inteligente, con decisión y temple</u>. Claro, eso es difícil de alcanzar. Pero lo que sí está a nuestro alcance es intentar acercarnos a esa forma de ser y actuar.



¿**Cómo son tus enfados**?

117) PORCENTAJES.

Nazario ha pagado, con I.V.A., 522 euros por la compra de un televisor. Averigua cuál era el precio sin I.V.A. (16 %).

118) DETECTAR ERRORES.

a) $5 - (7 + 1) = 5 + 7 - 1 = 11$

b) $2^2 + 2^4 + 2 = 2^{2+4+1} = 2^7 = 128$

c) $\frac{6}{10} - \frac{5}{3} = \frac{6-5}{10-3} = \frac{1}{7}$

119) POLINOMIOS.

$A \rightarrow -3x^4 + x^2 - 5 - 2x$

$B \rightarrow \frac{1}{2} - x$

Realiza: a) **A . B** ; b) **A : B** (**por Ruffini**)

120) CUESTIONES.

a) ¿Cuáles son los casos particulares de potencias?

b) ¿Sabes expresar $5^{\frac{1}{2}}$ de otra forma?

BLOQUE Nº 7

121) OPERACIONES CON ENTEROS.

$-6 + 3\,[2 - 5\cdot 2 - (7 - 3\cdot 6) - (-1)] =$

122) REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

Representa gráficamente en cuadritos o barras y en una línea recta graduada las siguientes fracciones y números:

$\frac{-9}{2}$, -5 , $\frac{8}{3}$ y $+4$

123) DIVISIBILIDAD

a) Un depósito contiene un líquido cuya capacidad total está comprendida entre 11000 y 12000 litros. Si todos los litros que contiene se pueden llenar, por separado, con botellas de 2, de 3, de 5, de 6, de 8, de 9, 11 y 12 litros, sin que sobre nada en el depósito, ¿cuál es la capacidad?

b) Simplificar: $\frac{4752}{1584} =$

124) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$\frac{-1}{4} : \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}\right) - \frac{6}{2} \cdot \left(\frac{-4}{5}\right)^2 =$

125) PROBLEMAS DE TEMAS 1 AL 4.

De un depósito de vino de la Cooperativa "San José" de Villafranca se han llenado 4800 garrafas de $\frac{11}{2}$ litros. Averigua cuántas botellas de tres cuartos se llenarían con los mismos litros.

126) OPERACIONES CON POTENCIAS.

a) $\left(-\frac{6}{10}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{-14}{15}\right)^{-3} =$

b) $\frac{-16^3 \cdot (-6)^{-2} \cdot (-5)^{-4} \cdot 3^5}{(-9)^2 \cdot (-10)^5 \cdot 2^{-3} \cdot (-4)^6} =$

127) OPERACIONES CON RADICALES.

a) $\sqrt{128}$; b) $\sqrt[3]{-125}$; c) $\sqrt[4]{48}$

d) $\left(3 - 2\sqrt{6}\right) \cdot \left(-5\sqrt{2} + \sqrt{5}\right) =$

128) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

a) Hallar el valor numérico de:

$x^3 - xy + 5 - y^2 - 1$

para $\rightarrow x = -2$; $y = 0$

b) Simplificar: $\frac{5a^2 - a}{5a^2 + a^4}$

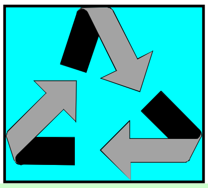
Operar:

c) $-2 - 5x - 3x\left(4 + 2x - x^2\right) - 3x^2 =$

d) $-3x^4 \,.\, (-2x)^3 =$

En muchas ocasiones, después de haber tenido ciertas sensaciones, ideas o actitudes muy claras, sucede que nos damos cuenta de que aquello no era así, o de que lo que pensábamos de tal o cual estaba equivocado, o de que nuestros sentimientos estaban confundidos. Y es que **no siempre hay que fiarse de las apariencias**.

La verdad es un poco de todos; casi todos tenemos nuestra parte de verdad, y lo difícil es descubrir esa parte en cada uno de los demás, porque nuestra parte, aun cuando no esté fortalecida de la verdad, unas veces inconscientemente y otras queriendo, la agrandamos en muchas ocasiones. Es lógico, porque somos humanos y tendemos a magnificar lo bueno nuestro y a menguar lo bueno ajeno, o a menguar lo negativo nuestro y a magnificar lo negativo ajeno.



Por ello, es muy maduro y digno no fiarse de lo que aparentan las personas ni las cosas, sino intentar llegar –mejor ahondar– a su interior y apreciar lo que de verdad y aprovechable encontremos allí.

No siempre lo blanco es claramente blanco ni lo negro obscurecidamente negro; hay veces en que lo blanco es ensombrecidamente blanco y lo negro es lúcidamente negro.

129) IGUALDADES NOTABLES.

$$\left(\frac{5x}{2} - 3\right)^2 =$$

130) ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

$$\frac{2}{3}(-5x+1) - \frac{1}{4}(3-x) = 6 - \frac{3}{5}(4+x)$$

131) SISTEMAS DE ECUACIONES.

Por Reducción: $\begin{bmatrix} 1'6x - 0'6y = 1 \\ 1'5x + 3y = 2'5 \end{bmatrix}$

132) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Nota: Resolver sin aplicar la fórmula.

a) $-50x = -2x^2$

b) $6x^2 = 3x$

133) PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES.

La base de un rectángulo mide 5 metros más que su altura. Si se aumenta en 3 metros la base y se disminuye en 2 metros la altura, el área de dicho rectángulo disminuye en 6 metros cuadrados. Halla las dimensiones del rectángulo.

134) PROPORCIONALIDAD.

a) Halla la media proporcional a 5 y 45.

b) Escribe un ejemplo de dos magnitudes que sean inversamente proporcionales, pero explícalo bien.

135) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

a) 4500000000000000000 =

b) $2'7 \cdot 10^{-8} =$

136) REGLAS DE TRES SIMPLES.

Un automóvil tarda 330 minutos en recorrer 605 km. Manteniendo la misma velocidad media, ¿cuántos km recorrerá en 4 horas?

137) PORCENTAJES.

Falopio compró una cazadora marcada en en 52'5 euros por 43'84 euros, y Plinio compró otra, en distinta tienda, que marcada con un precio de 48'5 euros se la dieron por 39'77 euros.
¿A quién le hicieron mayor % de rebaja?

138) DETECTAR ERRORES.

a) $-5^4 = +625$

c) El m.c.d. de 10 y 21 es 0.

139) Halla las fracciones generatrices y clasifica:

$4'27$, $0'029$, -5, $\sqrt{-36}$, $10'\overset{\frown}{5}$, $0'\overset{\frown}{4}$, 31, $\sqrt{225}$, $50'2\overset{\frown}{1}\overset{\frown}{3}$, $0'02\overset{\frown}{8}$, $-23'1$, $\sqrt{30}$.

140) CUESTIONES.

a) ¿Cómo sabrías si el número 229 es primo sin mirarlo en la tabla?

b) ¿Qué se hace con los exponentes al operar una potencia de otra potencia?

BLOQUE Nº 8

141) OPERACIONES CON ENTEROS.

$$-(2-3.4) - 3.[1 - (6+2\cdot5) - (-1.4)] =$$

142) REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

Representa gráficamente en cuadritos o barras y en una línea recta graduada las siguientes fracciones:

$$\frac{-10}{4}, \quad -1, \quad \frac{3}{8} \quad y \quad +3$$

143) DIVISIBILIDAD

a) El camión de reparto de productos de limpieza llega a una tienda cada 36 días, y el de comestibles cada 30 días. Si coinciden el 12 de enero de un año bisiesto, ¿en qué fecha volverán a coincidir?

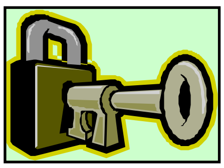
b) Simplificar: $\dfrac{30030}{1820} =$

144) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\frac{\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right)\frac{3}{4} - \frac{1}{3} : \left(\frac{2}{6} - 1\right)}{\frac{-1}{4} - \frac{2}{3} : \left(-3 - \frac{3}{2}\right) + 1} =$$

♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫

El tema 5, el de Iniciación al Álgebra (ecuaciones), suele ser muy árido (aburrido y fastidioso) para la mayoría de los alumnos. ¡Qué le vamos a hacer! Pero no hay más remedio que darlo, y sobre todo dominarlo, ya que es imprescindible habituarse al manejo de ecuaciones para los cursos venideros. Si quieres llegar a tener la llave que te abra la casa de las "aburridas" ecuaciones, debes hacer bastantes sin prisas, con ganas de aprenderlas, mucha concentración y corrigiendo muy bien los errores iniciales.



145) PROBLEMAS DE TEMAS 1 AL 4.

a) ¿El número 493 es primo? No vale decir sí o no porque lo veas en la tabla, sino explicarlo correctamente.

b) ¿Cómo ordenarías varias fracciones que no tienen ningún término igual?

146) OPERACIONES CON POTENCIAS.

a) $(-3)^{12} \cdot (-3) : (-3)^{15} =$

b) $7^{10} \cdot (-5)^{7} \cdot 0^{9} - 5^{2} - 1^{15} =$

c) $\left(-\frac{-2}{3}\right)^{5} : \left(-\frac{-2}{3}\right)^{10} \cdot \left(-\frac{-2}{3}\right) =$

147) OPERACIONES CON RADICALES.

a) $\sqrt{147}$; b) $\sqrt[3]{-243}$; c) $\sqrt[9]{1}$

d) $\left(1 - 4\sqrt{10}\right) \bullet \left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right) =$

148) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

a) Sacar factor común:

$3x - x - 5x - x + 2x =$

b) Simplificar: $\dfrac{10x - 2}{5x^{2} - x}$

149) IGUALDADES NOTABLES.

$(7 + 2x)^{2} =$

150) ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

$$\frac{-1}{5}(2x-1) - \frac{2}{6}(5-x) = 1 - \frac{5}{2}(1-x)$$

151) SISTEMAS DE ECUACIONES.

Por Igualación: $\begin{bmatrix} 6x = 46 - 4y \\ 3x - 24 = -3y \end{bmatrix}$

152) ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

Nota: Resolver de dos formas.

$5x^{2} = 3$

153) PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS.

Dos números están entre sí como 3 es a 4. Y si restamos 6 a sus dos términos, la razón es igual a 2/3.

¿Cuáles son esos números?

154) PROPORCIONALIDAD.

Halla la cuarta proporcional a 8, 18 y 12.

155) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

0'00000000000000001087 =

156) REGLAS DE TRES SIMPLES.

Un maestro albañil dispone de 4 docenas de obreros para construir un edificio en año y medio. Si añaden 6 obreros más, ¿en cuántos meses terminarán?

157) PORCENTAJES.

Clodomira se ha comprado en una tienda un precioso vestido por 104 euros. Si estaba rebajado un 15 %, ¿cuánto costaba antes?

158) DETECTAR ERRORES.

a) $7 + 2 \cdot 5 = 9 \cdot 5 = 45$

b) $\frac{4}{5} + 6 = \frac{4+6}{5} = \frac{10}{5} = 2$

c) $3^{2} + 1 = 4^{2} = 16$

d) $\sqrt{-9} = -3$

159) REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES.

→ Ecuación de la función: $f(x) = -\frac{4}{5}x - 1$

→ Valores a representar: −10, −5, 0, 5, 10.

160) CUESTIONES.

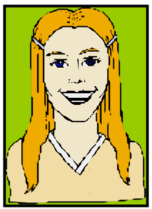
Haz un esfuerzo y reflexiona sobre lo siguiente:

¿Cuáles son las tres cosas que te parecen más difíciles de todas las que hemos dado? ¿Por qué?

☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹ ☹

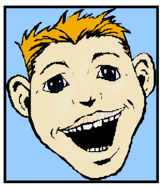
ENTUSIASMO: Exaltación del ánimo; adhesión fervorosa a una causa o empeño; inspiración.

El entusiasmo es una cualidad humana muy necesaria para multitud de cosas en nuestra vida, bueno, mejor decir que para casi todo. En una de las actividades donde más cuesta tener entusiasmo es en los estudios. A la mayoría de los alumnos les cuesta enormemente tener entusiasmo cuando estudian, e incluso a los que logran tenerlo les es muy complicado mantenerlo.



Y es que para tener entusiasmo por algo que nos cuesta, que nos fatiga, que a veces es demasiado difícil, hay que tener una personalidad formada y tener muy claro cuáles son los objetivos que uno persigue en la vida.

Lo fácil es perder el entusiasmo en las primeras dificultades, dejar de perseguir lo que nos resulta complicado, desanimarse al encontrar los primeros escollos. Sin embargo, seguir intentando, persistir, luchar y buscar con anhelo el entusiasmo que nos impida desfallecer es lo difícil, lo que más nos cuesta. Claro, como en todo en la vida, después, lo que nos ha costado conseguir, es lo que más satisfacción y felicidad nos produce. A ello hay que tender y por ello hay que trabajar.



En general, ¿cuál es tu grado de entusiasmo?

☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺