

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

Control nº 1. Sobre el tema 6.

Soluciones en la pág. 570

- 1) Calcula la **media proporcional** a 50 y 18.
- 2) ¿Cuál es la **cuarta proporcional** de 1'4, 0'6 y 7?
- 3) Averigua el **valor** que se debe dar a la **incógnita** para que exista proporción en :

$\frac{-5x + 1}{-2} = \frac{4x + 3}{-6}$
--
- 4) En cada uno de los apartados siguientes se mencionan dos **magnitudes**. Debes analizar la **relación existente** entre ellas y escribir al lado una de estas tres opciones:
 - ☞ M. D. P. → Cuando sean magnitudes directamente proporcionales.
 - ☞ M. I. P. → Cuando sean magnitudes inversamente proporcionales.
 - ☞ M. no P. → Cuando no sean magnitudes proporcionales.
 - a) La talla de una persona y su edad.
 - b) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer un trayecto.
 - c) El peso de una persona y el humor que tiene.
 - d) La cantidad de litros de gasolina y el precio de ellos.
- 5) Se sabe que la **razón** existente **entre las alturas** de los edificios, árboles, postes, etc., es igual a la razón que forman las **sombras** respectivas que proyectan. A las 6 de la tarde ponemos un palo de 900 mm de altura en el llamado antiguamente "Paseo" de Villafranca, el que tiene el kiosco de la música, al lado de la Parroquia del Valle. Medimos la sombra que proyecta el palo, y nos da una medida de 3 dm. También medimos la sombra que en ese mismo momento proyecta la torre, que es de 1500 cm. Averigua qué altura en metros tiene la torre de la Iglesia.
- 6) ¿Es posible que haciendo unos **cambios correctos** obtengas una **proporción equivalente** a la siguiente donde aparezca la primera razón con "a" de antecedente y "b" de consecuente?

$\frac{3}{a} = \frac{b}{5}$

- 7) Si seis grifos llenan un depósito en 4 horas, ¿**Cuántos grifos iguales** se necesitarán para llenarlo en 180 minutos?
- 8) Victoria y Sergio compraron un precioso coche que estaba marcado con un precio de 27.300 € por 25.935 €. ¿Cuál es el **% de rebaja** que les han hecho?
- 9) Unos amigos van de fiesta a un concierto "sano" de la capital. El coche lo lleva Prudencio, joven que cuando conduce no bebe alcohol, sino sólo muchos refrescos y algunas cervezas sin alcohol. Ha empleado 90 minutos en llegar, a una velocidad media de 105 km/h. A la vuelta todavía decide ir con más precaución y tranquilidad, tardando un cuarto de hora más en llegar sanos y salvos a casa.
 - a) ¿A qué **velocidad media** volvió?
 - b) ¿A **cuántos kilómetros** estaba la capital?
- 10) Por la compra de un ordenador nos han cobrado 2.275 € Si nos hicieron un descuento del 9 %, ¿cuál era el **precio inicial** del ordenador?



El que algo quiere, algo le cuesta. Porello, el/la que desea una buena preparación y formación académica no debe olvidar que es la bormuyesforzada, aveces muy cansada, llenadadededicación y tesón. Y luego, alargoplazo, arecogerlos frutos.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

SOLUCIONES del control nº 1.

De la pág. 569..

$$1) \frac{50}{x} = \frac{x}{18} \rightarrow 50 \cdot 18 = x \cdot x$$

$$900 = x^2 \rightarrow x = \sqrt{900} = \pm 30$$

$$\left[\frac{50}{30} = \frac{30}{18} \right]$$

$$2) \frac{1'4}{0'6} = \frac{7}{x} \rightarrow 1'4 \cdot x = 0'6 \cdot 7$$

$$x = \frac{4'2}{1'4} = 3 \rightarrow \left[\frac{1'4}{0'6} = \frac{7}{3} \right]$$

$$3) \frac{-5x + 1}{-2} = \frac{4x + 3}{-6}$$

$$(-5x + 1) \cdot (-6) = (-2) \cdot (4x + 3)$$

$$+ 30x - 6 = -8x - 6$$

$$30x + 8x = -6 + 6$$

$$38x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{38} = 0$$

$$\left[\frac{-5 \cdot 0 + 1}{-2} = \frac{4 \cdot 0 + 3}{-6} \right] \rightarrow \left[\frac{1}{-2} = \frac{3}{-6} \right]$$

4) a) M. no P. c) M. no P.
b) M. I. P. d) M. D. P.

5) ⊗ Ajustes previos :

900 mm → 900 : 1000 = 0'9 m
3 dm → 3 : 10 = 0'3 m
1500 cm → 1500 : 100 = 15 m

$$\left[\frac{\text{altura del palo}}{\text{altura de la torre}} = \frac{\text{sombra del palo}}{\text{sombra de la torre}} \right]$$

$$\frac{0'9}{x} = \frac{0'3}{15} \rightarrow 0'9 \cdot 15 = x \cdot 0'3 \rightarrow$$

$$x = \frac{135}{0'3} = 45 \text{ metros}$$

Solución → La torre mide 45 metros.

6) En esa proporción, haciendo los cambios correctos, **no es posible** conseguir que la primera razón sea "a" partido por "b". Si se hace, entonces no se mantiene la misma. Los cambios posibles serían cambiar los medios, los extremos, los antecedentes o los consecuentes. Con ninguno de ellos se obtendría lo pedido.

7) ⊗ Ajuste previo :

180 min. → 180 : 60 = 3 horas

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 \text{ grifos.} \rightarrow \rightarrow (I) \rightarrow \rightarrow 4 \text{ horas} \\ x \text{ grifos.} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow 3 \text{ horas} \end{array} \right\}$$

$$\left[\frac{6}{x} = \frac{3}{4} \right] \rightarrow 6 \cdot 4 = x \cdot 3 \rightarrow x = \frac{24}{3} = 8$$

Solución : Se necesitan 8 grifos.

8) Aplicamos la fórmula :

$$\left[\begin{array}{c} \text{Valor} \\ \text{Inicial} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \text{Factor de} \\ \text{Variación} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Valor} \\ \text{Nuevo} \end{array} \right]$$

$$VI \cdot FV = VN$$

$$27300 \cdot x = 25935$$

$$x = \frac{25935}{27300} = 0'95 \text{ (F. V.)}$$

Un F. V. de 0'95 corresponde a un porcentaje del 95 % (0'95 · 100 = 95)

⊗ Ajuste final :

Si pagó un 95 %, le descontaron un 5 %.

Solución → La rebaja fue del 5 %.

9) ⊗ Ajuste previo :

Un cuarto de hora más → 90 + 15 = 105 min.

$$\left\{ \begin{array}{l} 105 \text{ km/h} \rightarrow \rightarrow (I) \rightarrow \rightarrow 90 \text{ min.} \\ x \text{ km/h} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow 105 \text{ min.} \end{array} \right\}$$

$$\left[\frac{105}{x} = \frac{105}{90} \right] \rightarrow x = \frac{90 \cdot 105}{105} = 90 \text{ km/h}$$

Solución 1ª : Volvió a 90 km/h.

⊗ Ajustes finales :

90 min → 90 : 60 = 1'5 horas
e = v · t = 105 · 1'5 = 157'5 km

Sol. 2ª : La capital estaba a 157'5 km.

10) ⊗ Ajuste previo :

Descuento del 9 % → 100 % - 9 % = 91 %

F. V. (91 %) → $\frac{91}{100} = 0'91$

$$\left[\begin{array}{c} \text{Valor} \\ \text{Inicial} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \text{Factor de} \\ \text{Variación} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Valor} \\ \text{Nuevo} \end{array} \right]$$

$$VI \cdot FV = VN$$

$$x \cdot 0'91 = 2275$$

$$x = \frac{2275}{0'91} = 2500 \text{ euros}$$

Solución : Precio inicial de 2500 euros.



Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante y de una perseverancia que persiga la excelencia.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

Control nº 2. Sobre el tema 6.

Soluciones en la pág. 572

1) En una botella de refresco de limón de 2 litros hay 1.850 centímetros cúbicos ($\text{cm}^3 = \text{c.c.}$) entre agua y otros productos diversos (acidulantes, colorantes, azúcar, etc.) y el resto de zumo puro de limón. ¿Cuál es la razón en la que está la cantidad de zumo puro de limón y el total de la botella? NOTA: 1 litro = 1.000 c. c.

2) ¿Cuál es la 1ª propiedad de las proporciones, que es la fundamental?

3) ¿Cuál de las siguientes igualdades no forma proporción?

$$\left[\frac{1}{5} = \frac{4}{20} \right] \left[\frac{2}{6} = \frac{6}{18} \right] \left[\frac{3}{7} = \frac{5}{12} \right] \left[\frac{4}{8} = \frac{2 \cdot 5}{5} \right]$$

4) Realiza los cambios necesarios para que la siguiente proporción quede con la "x" en primer lugar y la "y" en segundo lugar. Debes explicar los pasos que vas dando.

$$\frac{y}{8} = \frac{1}{x}$$

5) Calcula "x" en la siguiente igualdad:

$$\frac{6}{x} = \frac{15 \cdot 6}{9 \cdot 1}$$

6) Escribe una proporción continua en la que uno de sus extremos sea 2. Los demás términos los que tú desees, pero que cumplan las condiciones.

7) En cada uno de los siguientes apartados hay relacionadas dos magnitudes. Debes decir si son magnitudes directamente proporcionales (M.D.P.), o magnitudes inversamente proporcionales (M.I.P.), o si no son magnitudes proporcionales (No son M.P.). Además, debes explicar por qué, ya que si no lo haces, no puntúas nada.

- a) La cantidad de obreros y el tiempo que tardan en hacer una obra.
- b) El peso de una persona y su edad.
- c) El dinero y la felicidad.
- d) La velocidad de un vehículo y el espacio recorrido.

8) Averigua la tercera proporcional a los números 3 y 9.

9) **REGLA DE TRES SIMPLE.**

Un coche tarda 3 horas en llegar a su lugar de destino a una velocidad media de 72 km/h. Si el próximo viaje a ese mismo lugar alcanza una velocidad media de 108 km/h, ¿cuánto tiempo habrá empleado?

10) **PORCENTAJE.**

A Crispín le prometió su padre que le compraría un ordenador si aprobaba todas las asignaturas de 1º de E.S.O. Y aprobó todo. Hasta el "profe" "hueso" de "Mate" lo tuvo que aprobar. Cuando fueron a la tienda a comprarlo, el que quería Crispín estaba marcado en 1500 euros. Le hicieron una rebaja del 15 % por pagarlo al contado. ¿Cuál fue el coste real?

EXTRA.

Calcula el valor que debe tomar "x" en la siguiente expresión para que la igualdad forme proporción:

$$\frac{-4}{-3x + 5} = \frac{-2}{-6}$$



El que algo quiere, algo le cuesta. Porello, el/la que desea una buena preparación y formación académica no debe olvidar que es la bormuy esforzada, aveces muy cansada, llenada de dedicación y tesón. Y luego, al largo plazo, arecoger los frutos.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

SOLUCIONES del control nº 2.

De la pág. 571.

1) ⊗ AJUSTE PREVIOS:
2 litros → 2 · 1000 = 2.000 c.c.
2000 (botella) - 1850 (agua y otros) = 150 c.c.
RAZÓN → $\frac{150}{2000}$ ó $\frac{3}{40}$ ⇒ $\left[\frac{\text{zumo puro}}{\text{total}} \right]$

2) Que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.
 $\left\{ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \right\} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$

3) La 3ª igualdad no es una proporción, y lógicamente no es una igualdad.
 $\left[\frac{3}{7} \neq \frac{5}{12} \right] \Rightarrow 3 \cdot 12 \neq 7 \cdot 5 \Rightarrow 36 \neq 35$

4) ES IMPOSIBLE hacer eso en este caso.
Lograr que la "x" esté en primer lugar y la "y" en segundo lugar haciendo cambios correctos en sus términos y obtener la misma proporción no se puede hacer.

5) $\left[\frac{6}{x} = \frac{15'6}{9'1} \right] \rightarrow 6 \cdot 9'1 = x \cdot 15'6 \rightarrow 54'6 = 15'6 x$
 $x = \frac{54'6}{15'6} = 3'5 \Rightarrow \left[\frac{6}{3'5} = \frac{15'6}{9'1} \right]$

6) Por ejemplo → $\frac{2}{8} = \frac{8}{32}$

8) $\left[\frac{3}{9} = \frac{9}{x} \right] \rightarrow 3 \cdot x = 9 \cdot 9 \rightarrow$
 $x = \frac{81}{3} = 27 \Rightarrow \left[\frac{3}{9} = \frac{9}{27} \right]$

7) Explicar las relaciones entre las magnitudes relacionadas en cada uno de los apartados.

a) La cantidad de obreros y el tiempo que tardan en hacer una obra. Son M. I. P., porque al doble de obreros la mitad de tiempo, y viceversa.

b) El peso de una persona y su edad. No son M. P., porque cuando se tiene el doble de edad no se tiene el doble de peso, o a la mitad. Es decir, que no hay proporcionalidad entre estas magnitudes.

c) El dinero y la felicidad. En primer lugar, hay que decir que la felicidad no es una magnitud, puesto que no se puede medir, luego en este caso no hay ningún tipo de relación proporcional. Y en segundo lugar, aunque cada día se adora y se desea más tener y tener dinero, en mi opinión, el tener más dinero no lleva a tener más felicidad.

d) La velocidad de un vehículo y el espacio recorrido. Son M. D. P., porque a doble de velocidad se recorre el doble de espacio, y a la mitad la mitad, o viceversa. (Siempre teniendo en cuenta que es en el mismo tiempo)

9) REGLA DE TRES SIMPLE.

$\left[\begin{array}{l} 3 \text{ horas} \dots\dots\dots (I) \dots\dots\dots 72 \text{ km/h} \\ x \text{ horas} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 108 \text{ km/h} \end{array} \right]$

$\left[\frac{3}{x} = \frac{108}{72} \right] \rightarrow \left| \begin{array}{l} 3 \cdot 72 = x \cdot 108 \\ x = \frac{216}{108} = 2 \end{array} \right|$

SOLUCIÓN → Tardaría 2 horas.

10) PORCENTAJE.

⊗ Precio marcado → 1500 euros.

⊗ Rebaja → 15 %

⊗ Precio real → 100 - 15 % = 85 % ⇒ 0'85

⊗ FACTOR de variación porcentual → 0'85

⊗ $\left| \begin{array}{l} \text{PRECIO} \\ \text{INICIAL} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{l} \text{FACTOR} \\ \text{de V. P.} \end{array} \right| = \left| \text{COSTE REAL} \right|$

1500 · 0'85 = 1275 euros

SOLUCIÓN :

→ El ordenador le costó 1275 €.

EXTRA.

Calcula el valor de "x" en la siguiente expresión:

$\frac{-4}{-3x+5} = \frac{-2}{-6} \rightarrow -4 \cdot (-6) = (-3x+5) \cdot (-2)$
 $+24 = +6x - 10 \rightarrow 24 + 10 = 6x \rightarrow 34 = 6x$
 $\frac{34}{6} = x = 5'6\dots$

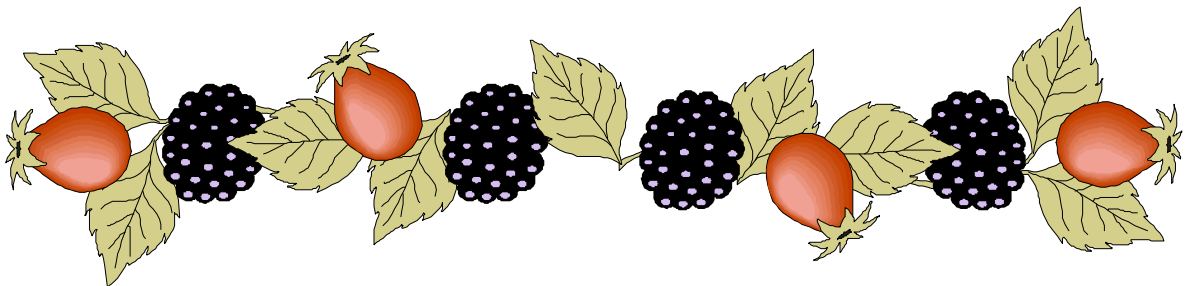


Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante y de una perseverancia que persiga la excelencia.

*El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.*



En las páginas siguientes dispones de una serie de controles (todos con sus respectivas soluciones) con diversos grados de dificultad, estando unos dirigidos a 1º, otros a 2º y otros incluso a 3º de E.S.O. Se recogen en ellos ejercicios, cuestiones y problemas sobre los contenidos esenciales de este libro: MATYVAL I. Además de servir de recuerdo y práctica de los aspectos fundamentales explicados, pueden ser muy idóneos y provechosos para preparar una prueba global, o un examen final (para subir nota), o una recuperación (parcial o completa) de la asignatura de Matemáticas. Evidentemente, estos controles se deberían realizar a lo largo de una o dos semanas, de tal forma que sirvieran para demostrar qué nivel y qué grado de comprensión y asimilación de conceptos ha conseguido cada alumno.



El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

CONTROL nº 3. Sobre los temas 1 al 6.

Soluciones en la pág. 579

1) Operaciones con ENTEROS :

$$-(-5) - 2 [6 + 10 : (-5)] + (-7) =$$

2) FRACCIONES:

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} : \frac{4}{5} - \frac{8}{4} =$$

3) PROBLEMA .

Después de gastar los $\frac{3}{10}$ del dinero que tenía, a Bonifacio todavía le quedan 28 euros. ¿Cuánto tenía al principio?

4) POTENCIAS. Resuelve hasta el final, pero simplificando antes de operar .

$$\frac{10^2 \cdot (-3)^4}{(-2)^3 \cdot 15^4} =$$

5) ECUACIONES :

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{5} + \frac{3x}{10} = 4 - \frac{2}{6}$$

6) Calcula la "x" en esta PROPORCIÓN:

$$\left\{ \frac{12}{x} = \frac{15}{10} \right\}$$

7) REGLA DE TRES SIMPLE:

Una docena de obreros realizan una obra en dos semanas. ¿Cuántos días tardarán en terminar la misma obra 21 obreros?

8) PORCENTAJE:

Una chica pide a sus padres que le regalen una motocicleta por haber obtenido buenas notas en 1º de ESO. Si la motocicleta que eligió estaba marcada con un precio de 2500 € y le hicieron una rebaja del 15 %, ¿cuánto le costó?

CONTROL nº 4. Sobre los temas 1 al 6.

Soluciones en la pág. 579

1) Operaciones con enteros:

$$-[2 - 10 : (-5) \cdot 3] + 4 - [12 : (-3) \cdot 2 + 4] =$$

2) Simplificar: $\frac{594}{2970} =$

3) Operaciones con fracciones:

$$\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{2} : \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{1}{6} + \frac{12}{8} =$$

4) Problemas sobre fracciones:

Tres amigos, Policarpio, Apolonia y Melitón, jugaron a la Lotería Primitiva para probar suerte. Y la tuvieron. Claro, como no habían puesto el mismo dinero, pues a Poli le tocó los $\frac{3}{10}$, a Apo los $\frac{4}{9}$ y a Meli le correspondieron 115.000 €.

¿A cuánto ascendió el premio que recibieron?

5) Operaciones con potencias.

$$\left[\frac{(-15)}{20} \right]^5 : \left[\frac{(-15)}{20} \right]^8 \cdot \left[\frac{(-15)}{20} \right] =$$

6) Sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 5x = 3y + 9 \\ 4y = 2x - 12 \end{cases}$$

7) Polinomios.

$$\begin{cases} A \rightarrow -3x^2 + 6x - 12x^4 + 9 \\ B \rightarrow x^2 - 3x \end{cases}$$

Realiza: a) $A \cdot B$; b) $A : B$

8) Ecuación de 2º grado:

$$18 - 3x^2 = 3x$$



El que algo quiere, algo le cuesta. Porello, el/la que desea una buena preparación y formación académica no debe olvidar que el trabajo es forzado, a veces muy cansado, llenado de dedicación y tesón. Y luego, a largo plazo, a recoger los frutos.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

CONTROL nº 5. Sobre los temas 1 al 6.

Soluciones en la pág. 580

1) ENTEROS:

$$-7 + 6 \cdot (-3) - 2 \cdot (4 - 18 : 2) =$$

2) DIVISIBILIDAD:

Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números 2520 , 924 y 2700 .

3) FRACCIONES:

$$\frac{1}{6} - \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{4} : \frac{2}{3} =$$

4) POTENCIAS:

$$\left(\frac{-15}{10}\right)^8 : \left(\frac{-15}{10}\right)^6 \cdot \left(\frac{-15}{10}\right)^2 =$$

5) SIMPLIFICACIONES :

$$a) \frac{240}{1680} = \quad b) \frac{800 a^2 b}{160 a} =$$

6) RAÍZ CUADRADA:

$$\sqrt{380689} \text{ (exacta) } =$$

7) ECUACIÓN:

$$8 - 2 \cdot (4 - 5x) = x - 18$$

8) PROPORCIÓN. Hallar el valor de "x".

$$\left\{ \frac{-4}{x} = \frac{16}{-20} \right\}$$

9) REGLA DE TRES SIMPLE:

Para realizar una obra, una docena de albañiles han necesitado dos meses. Si se quiere hacer la misma obra en 15 días menos, trabajando al mismo ritmo, ¿ cuántos albañiles se deberán añadir ?

10) PORCENTAJE:

Teleforo ha terminado sus estudios de 2º de E.S.O. con éxito, por ello pide a sus padres que le compren una buena bicicleta de montaña. La bici que le oompran está marcada con un precio de 300 euros, y le hacen una rebaja del 20 %.
¿ Cuántos le costó ?

**EL QUE ALGO QUIERE,
ALGO LE CUESTA**

CONTROL nº 6. Sobre los temas 1 al 6.

Soluciones en la pág. 581

1) Operaciones con números enteros.

$$-12 + 3 \cdot (6 - 2 \cdot 3) - (-4) \cdot 5 + 2 =$$

2) Simplificación de fracciones: $\frac{1764}{252} =$

3) Operaciones con fracciones:

$$\frac{2}{5} - \frac{3}{6} \cdot \left(4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{2} : \frac{5}{4} =$$

4) Problema sobre fracciones:

En 2º de E.S.O. hay 1/12 de alumnos que son buenos estudiantes, 7/20 son de los que estudian poco y casi no se preocupan, 2/5 son de los que pasan totalmente de la educación y formación y 10 de ellos son de los regulares que medio se defienden. ¿Cuántos hay en total y de cada clase?

5) Operaciones con potencias:

Opera los exponentes, luego simplificas y, por último, realizas la potencia que quede con su signo correspondiente.

$$\left(\frac{-12}{18}\right)^3 \cdot \left(\frac{-12}{18}\right) : \left(\frac{-12}{18}\right)^6 =$$

6) Ecuaciones de primer grado:

$$\frac{1}{4} - \frac{3 - 5x}{12} = \frac{x}{6} - 2x$$

7) Problema sobre regla de tres simple:

Una moto tarda 3 horas en llegar a su lugar de destino a una velocidad media de 77 km/h. A lo largo del trayecto se da cuenta de que ha podido tener algún accidente a causa de la elevada velocidad, por ello al regreso se propone hacer el mismo recorrido en 30 min. más. ¿Cuál debe ser su velocidad media al volver?

8) Problema sobre Porcentaje (%):

La gasolina ha subido el 5 %, con lo que vale ahora 0'945 euros/litro. Averigua cuál era su precio antes de la subida.

9) Reparto proporcional:

Reparte 3950 euros en partes directamente

proporcionales a: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{10}$.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

CONTROL nº 7. Sobre los temas 1 al 6.

Soluciones en la pág. 582

1) IDENTIDADES NOTABLES:

$$(5x - 3)^2 =$$

2) Problema sobre ECUACIONES:

Eustaquio ha corrido las dos terceras partes más la quinta parte del recorrido que hace varias veces en semana para mantenerse en forma. Y todavía le quedan 2 km para acabar. ¿Cuál es la longitud de dicho recorrido?

3) Sistema de ecuaciones :

$$\begin{cases} 4x + 12 = 5y \\ 6 - 3y = -2x \end{cases}$$

4) Problema sobre SISTEMAS:

Dos números suman 48 , y el doble del menor excede en 6 al número mayor. ¿Cuáles son dichos números?

5) ECUACIONES DE 2º GRADO.

- a) $2x^2 = 20 + 6x$
b) $6x^2 = -12x$ (sin fórmula)

6) FRACCIONES.

$$\frac{2}{5} - 3 \left[\left(4 - \frac{1}{2} \right) : \frac{7}{3} + 1 \right] =$$

7) POTENCIAS.

$$\frac{(-6)^2 \cdot 10^3}{15^3 \cdot (-2)^4} =$$

8) Uno más complicado:

$$\frac{5}{2}x + \frac{50}{6x} = \frac{15}{x} - \frac{5}{3}$$

CONTROL nº 8. Sobre los temas 1 al 6.

Soluciones en la pág. 583

1) ENTEROS:

$$-5 - 20 : (-4) \cdot (-5) - 6(4 - 3 \cdot 2) - (-8) =$$

2) FRACCIONES:

$$\frac{2}{6} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{5}{3} : \frac{10}{8} =$$

3) POTENCIAS:

$$\left[-\frac{-24}{-21} \right]^{12} : \left[-\frac{-24}{-21} \right]^{15} =$$

4) RAÍCES: $\sqrt{498436} =$

5) ECUACIONES:

$$\frac{x+1}{8} - \frac{x-1}{6} + \frac{x+3}{5} = 2$$

6) Calcula el valor de la "x" para que exista proporción en la expresión siguiente:

$$\left[\frac{10}{6} = \frac{2x-1}{3} \right]$$

7) REGLA DE TRES SIMPLE :

Un coche tarda 90 minutos en llegar a su lugar de destino a una velocidad de 140 km/h. El conductor se da cuenta de que ha ido demasiado deprisa y el siguiente viaje lo realizó en 1/2 hora más. ¿A qué velocidad fue en el segundo recorrido ?

8) TANTOS POR CIENTOS:

Los padres de Procopio tienen mucho miedo de las motos, ya que cada "dos por tres" traen malas noticias (accidentes). Por ello le han dicho a su hijo que en lugar de una moto le van a regalar un buen ordenador. Procopio comprende la actitud de sus padres, porque se acuerda de los últimos accidentes de algunos conocidos. Así que le compraron un ordenador marcado con un precio de 3000 euros al que le hicieron una rebaja del 12'5 %. ¿Cuánto le costó ?



El que algo quiere, algo le cuesta. Porello, el/la que desea una buena preparación y formación académica no debe olvidar que es la labor muy esforzada, a veces muy cansada, llenada de dedicación y tesón. Y luego, a largo plazo, a recoger los frutos.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

Control nº 9. Sobre los temas 1 al 6.

Soluciones en la pág. 585

Este control es muy extenso, pero recoge un poco de todo y sirve para repasar lo más esencial explicado en este libro. Evidentemente, el control que se ponga realmente tendrá unas 8 preguntas y no 20 como éste.

1) OPERACIONES CON ENTEROS.
 $-3 [5 - 2 \cdot (-4) + (-1)] - (7 \cdot 2 - 10) (8 - 3 \cdot 4) =$

2) DIVISIBILIDAD.

- a) Simplificar: $\frac{3234}{462} =$
- b) Hallar el m. c. d. y el m. c. m. de los números 440, 364 y 385.
- c) La revisión de los extintores de incendio de un edificio se realiza cada 48 días, y la de los servicios de higiene cada 40 días. Si han coincidido las dos el 15 de febrero, ¿en qué fecha volverán a coincidir?

3) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\left(\frac{1}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \right) : \left(\frac{1}{12} : \frac{5}{4} - \frac{6}{10} \right) =$$

4) En los apartados de números escribes sus fracciones generatrices y en los apartados de fracciones hallas sus números. En todos debes clasificar los números.

a) $\frac{12}{18}$ b) $-6'4$ c) $\frac{-1573}{-143}$

d) $\sqrt{57}$ e) $\frac{19}{14}$ f) $\sqrt{\frac{-18}{-50}}$

g) $-\frac{0'225}{-0'015}$ h) $\sqrt{-64}$ i) $2'035$

5) OPERACIONES CON POTENCIAS.

a) $(-3)^2 - 7^0 - (-10)^4 - 5^2 - 1^9 \cdot 0^{17} =$

c) $\frac{2^{-4} \cdot 6^2 \cdot (-10)^3}{(-2)^{-3} \cdot 3^4 \cdot 15^2} =$

6) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

- a) 506 billones = (expresar con notación científica)
- b) $1'2057 \cdot 10^{12}$ = (expresar con todos los dígitos)

7) IGUALDADES NOTABLES.

a) $(7 - 2a)^2 =$

b) $\left(\frac{x}{3} - 5y \right)^2 =$

8) Raíz cuadrada. (sacar dos decimales)

$$\sqrt{5'2} =$$

9) OPERACIONES CON RADICALES.

- a) $\sqrt[3]{540 a^5 b^6 c^2} \rightarrow$ Extraer factores.
- b) $3 \cdot \sqrt{28} - \sqrt{700} \rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Operar, reduciendo a} \\ \text{términos semejantes} \\ \text{y sacando factor común.} \end{array} \right.$

10) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

- a) Sacar factor común:
 $-5a + 4a - 9a - 2a - a =$
- c) Operar:
 $-3 \cdot (-2m)^3 \cdot (-5)m^2 =$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Recuerda:} \\ \text{SI. NU. LE} \end{array} \right.$
- d) Simplifica:
 $\frac{25 - 4b^2}{15 + 6b} =$

11) POLINOMIOS.

Dados los polinomios siguientes:

$$A = -8x^2 + 2x^4 - 4x + 2 - 6x^3$$

$$B = x^2 - 2x$$

$$C = -2x^5 + x^3 - 3 - 7x + 8x^4$$

$$D = \frac{1}{2}x - \frac{3x^2}{8} + \frac{4}{6}$$

$$E = \frac{x^2}{6} - \frac{2x}{3} + \frac{3}{4}$$

$$F = 2 + x$$

Realiza estas operaciones:

- 1) $B - C + A =$
- 2) $B \cdot A =$
- 3) $D - E =$
- 4) $A : B =$
- 5) $C : F =$ (por Ruffini)

12) ECUACIÓN DE PRIMER GRADO.

$$\frac{-3}{12} - \frac{2(5+x)}{10} + x = \frac{4x}{15} - 1$$

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

13) ECUACIÓN DE 2º GRADO.

Resolver esta ecuación de dos formas:
→ Con la fórmula general.
→ Sin aplicar la fórmula.
 $-6x^2 + 8 = x^2 - 20$

14) SISTEMA DE ECUACIONES.

$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ -2y + 3x = -13 \end{cases}$$

15) PROBLEMA SOBRE ECUACIONES.

Si pagamos una cantidad de 355 euros con 30 billetes (de 5, 10 y 20 de euros) y sabemos que hay el doble de billetes de 10 que de 5 euros, ¿cuántos billetes hay de cada clase?

16) REGLA DE TRES SIMPLE.

En una bodega se llenan 1200 botellas de vino. La capacidad de cada una es de 3/4 de litro. Si en lugar de llenar con esas botellas lo hubieran hecho con otras de medio decímetro cúbico de volumen, ¿cuántas habrían usado?

17) PORCENTAJE (%).

Urbano compró acciones de Bolsa por valor de 750 €. Si cuando las vendió obtuvo 840 €, ¿qué % ganó?

18) REGLA DE TRES COMPUESTA.

Una empresa de 16 obreros emplea 7 días en construir y techar un solar de 800 m². ¿Qué tiempo tardarán 7 obreros menos para hacer lo mismo pero en un solar de 0'1 "ha" más?

19) REPARTO PROPORCIONAL.

Un señor tiene tres hijos: Carlos, de 20 años; Eva, de 30 años, y Roberto, de 40 años. Reparte proporcionalmente una herencia de 260000 euros, de tal forma que corresponde más al de menos edad. ¿Qué capital tocó a cada uno?

20) INTERÉS SIMPLE.

¿Qué capital inicial ha producido unos intereses de 4800 euros colocado al 10 % durante 1 año y 8 meses?

CONTROL nº 10. Sobre los temas 1 al 6.

Soluciones en la pág. 587

(Éste de nivel muy alto, a ver qué tal a los más avanzados)

1) Resuelve las fracciones (a, c) y escribe las fracciones generatrices de los números dados (b, d). Clasifica todo.

a) $\frac{53}{125}$ b) $25'48\overline{6}$ c) $\frac{33}{9}$ d) $0'45$

2) Radicación:

a) Extraer factores: $\sqrt{240x^3y} =$
b) Operar reduciendo a radicales semejantes:
 $4\sqrt{28} + \sqrt{7} - 5\sqrt{175} =$

3) Resuelve y clasifica los números resultantes:

a) $\frac{8}{15}$ b) $\sqrt{-9}$ c) $\frac{-121}{-11}$
d) -3^4 e) $\sqrt{20}$ f) $-35'8$

4) Simplificar:

$$\frac{-10b^2 + 15ab}{9a^2 - 12ab + 4b^2}$$

5) Despeja la letra señalada en **negrita** y **cursiva**:

$$-3x + 5 = \frac{-2x}{2a - 1}$$

6) Problema:

La señora Engracia, amable y venerable, reparte euros entre sus tres nietos. A Tina le da la mitad de los euros que tiene más medio. A Tobías le dio la mitad de los que quedaron y medio más, y a Coro le da la mitad de los que quedaban después de dar los suyos a Tobías y medio más. Con este reparto se terminaron los euros. ¿Cuánto dio a cada uno?

7) Representa gráficamente la función que viene expresada por la siguiente ecuación:

⊗ Ecuación de la función: $f(x) = \frac{-2x}{3} - 5$
⊗ Valores a representar: -9, -6, 0, 3, 6.



El que algo quiere, algo le cuesta. Porello, el/la que desea una buena preparación y formación académica no debe olvidar que es la labor muy esforzada, a veces muy cansada, llenada de dedicación y tesón. Y luego, alargar el plazo, a recoger los frutos.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

SOLUCIONES del control nº 3.

De la pág. 574.

$$1) -(-5) - 2 [6 + 10 : (-5)] + (-7) =$$

$$= +5 - 2 \cdot [6 - 2] - 7 = +5 - 2 \cdot 4 - 7 =$$

$$= 5 - 8 - 7 = 5 - 15 = -10$$

$$2) \frac{1}{6} + \frac{2}{3} : \frac{4}{5} - \frac{8}{4} = \frac{1}{6} + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} - \frac{8}{4} =$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{10}{12} - \frac{8}{4} = \frac{1 \cdot 2}{12} + \frac{10 \cdot 1}{12} - \frac{8 \cdot 3}{12} =$$

$$= \frac{2}{12} + \frac{10}{12} - \frac{24}{12} = \frac{2 + 10 - 24}{12} =$$

$$= \frac{-12}{12} = -1$$

3) Si gastó 3/10 → le quedan 7/10
Si 28 € corresponden a 7/10,
una de esas 7 partes es 4 € (28:7).
Luego 10 partes son 40 €.
Solución → **Tenía 40 €.**

$$4) \frac{10^2 \cdot (-3)^4}{(-2)^3 \cdot 15^4} = \frac{+2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^4}{-2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^4} =$$

$$= \frac{-1}{2 \cdot 5^2} = -\frac{1}{50}$$

$$5) \frac{x}{2} - \frac{1}{5} + \frac{3x}{10} = 4 - \frac{2}{6}$$

$$\frac{30 \cdot x}{2} - \frac{30 \cdot 1}{5} + \frac{30 \cdot 3x}{10} = 30 \cdot 4 - \frac{30 \cdot 2}{6}$$

$$15x - 6 + 9x = 120 - 10$$

$$24x = 116 \Rightarrow x = \frac{116}{24} = 4'8\bar{3}$$

$$6) \left\{ \frac{12}{x} = \frac{15}{10} \right\} \rightarrow 12 \cdot 10 = x \cdot 15 \rightarrow$$

$$x = \frac{12 \cdot 10}{15} = \frac{120}{15} = 8 \Rightarrow \left\{ \frac{12}{8} = \frac{15}{10} \right\}$$

$$7) \left\{ \begin{array}{l} 12 \text{ obreros Inversa 14 días} \\ 21 \text{ obreros x días} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \frac{21}{12} = \frac{14}{x} \right\} \rightarrow 21 \cdot x = 12 \cdot 14 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{12 \cdot 14}{21} = \frac{168}{21} = 8 \text{ días}$$

SOLUCIÓN → Realizarán la obra en 8 días.

8) AJUSTE PREVIO :

Como le descuentan el 15 % , lo que paga es el 85 % (100 % - 85 %).

$$\left\{ \begin{array}{l} 100 \text{ Directa 85 \%} \\ 2500 \text{ € x €} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \frac{100}{2500} = \frac{85}{x} \right\} \rightarrow 100 \cdot x = 2500 \cdot 85 \rightarrow$$

$$x = \frac{2500 \cdot 85}{100} = 2125 \text{ €}$$

Solución → La motocicleta le costó 2125 €.

Con la fórmula:

Valor Inicial	Factor de Variación	Valor Nuevo
VI	FV	VN
2500	0'85	2125 €

SOLUCIONES del control nº 4.

De la pág. 574.

$$1) -[2 - 10 : (-5) \cdot 3] + 4 - [12 : (-3) \cdot 2 + 4] =$$

$$= -[2 + 2 \cdot 3] + 4 - [-4 \cdot 2 + 4] =$$

$$= -[2 + 6] + 4 - [-8 + 4] =$$

$$= -8 + 4 - (-4) = -8 + 4 + 4 =$$

$$= -8 + 8 = 0$$

$$2) \frac{594}{2970} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{1}{5}$$



Esta reflexión pretende ser **más profunda** que la mayoría de las que han aparecido hasta ahora, y estaría más indicada en edades algo mayores, pero estoy seguro que hago pensar a ciertos alumnos más capacitados aunque de menor edad.

Son **dos opiniones** sobre las circunstancias y avatares de la vida.



PÍA: **“Las cosas no tienen un por qué, simplemente ocurren”.**

LUCIO: **“Todas las cosas suceden por algo”.**

¿Con quién estás más de acuerdo?



Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante y de una perseverancia que persiga la excelencia.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

$$\begin{aligned}
 3) & \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{2} : \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{1}{6} + \frac{12}{8} = \\
 & = \left(\frac{4}{3} - \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \right) \cdot \frac{1}{6} + \frac{12}{8} = \\
 & = \left(\frac{4}{3} - \frac{20}{2} \right) \cdot \frac{1}{6} + \frac{12}{8} = \\
 & = \left(\frac{4 \cdot 2}{6} - \frac{20 \cdot 3}{6} \right) \cdot \frac{1}{6} + \frac{12}{8} = \\
 & = \left(\frac{8 - 60}{6} \right) \cdot \frac{1}{6} + \frac{12}{8} = \\
 & = \frac{-52}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{12}{8} = \frac{-52}{36} + \frac{12}{8} = \\
 & = \frac{-52 \cdot 2}{72} + \frac{12 \cdot 9}{72} = \frac{-104 + 108}{72} = \\
 & = \frac{4}{72} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{18}
 \end{aligned}$$

$$4) \frac{3}{10} + \frac{4}{9} = \frac{27 + 40}{90} = \frac{67}{90} \text{ [Poli + Apo]}$$

⊗ Luego quedaron $\frac{23}{90}$ para Meli.

Si 23 partes de 90 corresponden a las 115.000 € que recibió Meli, dividimos:
115000 : 23 = 5000 € cada parte.

⊗ Luego 90 partes $\Rightarrow 90 \cdot 5000 = 450.000$ €
S \rightarrow El premio fue de **450.000 €**.

$$\begin{aligned}
 5) & \left[\frac{-15}{10} \right]^5 : \left[\frac{-15}{10} \right]^8 \cdot \left[\frac{-15}{10} \right] = \\
 & = \left[\frac{-15}{10} \right]^{5-8+1} = \left[\frac{15}{-10} \right]^{-2} = \left[\frac{-10}{15} \right]^2 = \\
 & = \left[\frac{-2.5}{3.5} \right]^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}
 \end{aligned}$$

$$6) \begin{cases} 5x = 3y + 9 \\ 4y = 2x - 12 \end{cases} \rightarrow \text{Por reducción:}$$

$$\begin{cases} 5x - 3y = 9 / \cdot 2 \\ -2x + 4y = -12 / \cdot 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x - 6y = 18 \\ -10x + 20y = -60 \end{cases}$$

$$-6y + 20y = -42$$

$$14y = -42 \Rightarrow y = -3$$

Sustituyendo:

$$5x = 3 \cdot (-3) + 9$$

$$x = \frac{0}{5} = 0$$

7) Polinomios.

$$\begin{cases} A \rightarrow -3x^2 + 6x - 12x^4 + 9 \\ B \rightarrow x^2 - 3x \end{cases}$$

Realiza: a) A . B ; b) A : B

Una vez resueltos, tenemos:

$$A \cdot B = -12x^6 + 36x^5 - 3x^4 + 15x^3 - 9x^2 - 27x$$

$$A : B \rightarrow \begin{cases} \text{Cociente} = -12x^2 - 36x - 111 \\ \text{Resto} = -327x + 9 \end{cases}$$

$$8) 18 - 3x^2 = 3x$$

$$-3x^2 - 3x + 18 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -3 \\ c = 18 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$\frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 18}}{2 \cdot (-3)} = \frac{3 \pm \sqrt{225}}{-6} =$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{3 + 15}{-6} = \frac{18}{-6} = -3 \\ x_2 = \frac{3 - 15}{-6} = \frac{-12}{-6} = 2 \end{cases}$$

SOLUCIONES del control nº 5.

De la pág. 575.

$$1) -7 + 6 \cdot (-3) - 2 \cdot (4 - 18 : 2) =$$

$$= -7 - 18 - 2 \cdot (4 - 9) =$$

$$= -7 - 18 + 10 = -25 + 10 = -15$$

$$2) \begin{cases} 2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 924 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \\ 2700 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \text{m. c. d.} = 2^2 \cdot 3 = 12 \\ \text{m. c. m.} = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = \\ = 415.800 \end{cases}$$

$$3) \frac{1}{6} - \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{4} : \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{8 \cdot 3}{5 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{1}{6} - \frac{24}{10} + \frac{3}{8} =$$

$$= \frac{1 \cdot 20}{120} - \frac{24 \cdot 12}{120} + \frac{3 \cdot 15}{120} =$$

$$= \frac{20}{120} - \frac{288}{120} + \frac{45}{120} = \frac{20 - 288 + 45}{120} =$$

$$= \frac{65 - 288}{120} = \frac{-223}{120}$$

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

$$4) \left(\frac{-15}{10}\right)^{8-6+2} = \left(\frac{-3 \cdot 5}{2 \cdot 5}\right)^4 =$$

$$= \left(\frac{-3}{2}\right)^4 = \frac{(-3)^4}{2^4} = \frac{+81}{16}$$

$$5) a) \frac{240}{1680} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{1}{7}$$

$$b) \frac{800 a^2 b}{160 a} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot b}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot a}$$

$$= \frac{5 a b}{1} = 5 a b$$

$$6) \left\{ \begin{array}{l} \text{Solución} \rightarrow \pm 617 \\ \text{Prueba} \rightarrow (\pm 617)^2 = 380689 \end{array} \right.$$

$$7) 8 - 2 \cdot (4 - 5x) = x - 18$$

$$8 - 8 + 10x = x - 18$$

$$10x - x = -18 - 8 + 8$$

$$9x = -18 \Rightarrow x = \frac{-18}{9} = -2$$

$$8) \left\{ \frac{-4}{x} = \frac{16}{-20} \right\} \rightarrow -4 \cdot (-20) = x \cdot 16 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{+80}{16} = 5 \rightarrow \left[\frac{-4}{5} = \frac{16}{-20} \right]$$

9) ⊗ AJUSTES PREVIOS :

1º) Una docena de albañiles = 12 albañiles

2º) Dos meses = 60 días

3º) 15 días menos = 60 - 15 = 45 días

⊗ PLANTEAMIENTO :

$$\left\{ \begin{array}{l} 12 \text{ albañiles ... inversa } 60 \text{ días} \\ x \text{ albañiles } 45 \text{ días} \end{array} \right.$$

⊗ RESOLUCIÓN :

$$\left\{ \frac{12}{x} = \frac{45}{60} \right\} \rightarrow 12 \cdot 60 = x \cdot 45 \rightarrow$$

$$x = \frac{720}{45} = 16 \text{ albañiles}$$

⊗ AJUSTE FINAL :

Había 12 albañiles, y necesita 16, luego debe contratar 4 albañiles más.

10) Con la fórmula.
Factor de Variación:
 $100\% - 20\% = 80\% \rightarrow \frac{80}{100} = 0'80$
 $VI \cdot FV = VN$
 $300 \cdot 0'80 = 240 \text{ euros}$
S → La bicicleta les costó **240 euros**.

10) ⊗ Con regla de tres :
Como le han rebajado el 20 %, lo que ha costado es el 80 % (100 % - 20 %).
 $\left\{ \begin{array}{l} 100 \text{ directa } 80\% \left| \begin{array}{l} \text{después de} \\ \text{la rebaja} \end{array} \right. \\ 300 \text{ euros } x \text{ euros (después)} \end{array} \right.$
 $\left\{ \frac{100}{300} = \frac{80}{x} \right\} \rightarrow 100 \cdot x = 300 \cdot 80 \rightarrow$
 $x = \frac{24000}{100} = 240 \text{ euros}$
S → La bicicleta costó **240 euros**.

SOLUCIONES del control nº 6.

De la pág. 575.

$$1) -12 + 3 \cdot (6 - 2 \cdot 3) - (-4) \cdot 5 + 2 =$$

$$= -12 + 3 \cdot (6 - 6) + 20 + 2 =$$

$$= -12 + 3 \cdot 0 + 22 = +10$$

$$2) \frac{1764}{252} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{7}{1} = 7$$

$$3) \frac{2}{5} - \frac{3}{6} \cdot \left(4 - \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{2} : \frac{5}{4} =$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{3}{6} \cdot \left(\frac{4 \cdot 3 - 2}{3}\right) + \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 5} =$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{3}{6} \cdot \frac{10}{3} + \frac{12}{10} =$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{30}{18} + \frac{12}{10} = \frac{2 \cdot 18}{90} - \frac{30 \cdot 5}{90} + \frac{12 \cdot 9}{90} =$$

$$= \frac{36 - 150 + 108}{90} = \frac{144 - 150}{90} =$$

$$= \frac{-6}{90} = \frac{-2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{-1}{15}$$

4) $\frac{1}{12} + \frac{7}{20} + \frac{2}{5} = \frac{5 + 21 + 24}{60} = \frac{50}{60}$
Si $\frac{50}{60}$ es la fracción de los tres grupos primeros, lo que queda de ese curso es $\frac{10}{60}$, y como $\frac{10}{60}$ corresponden a 10 de los alumnos, pues quiere decir que:
Solución → Hay 60 alumnos en 2º

$$5) \left(\frac{-12}{18}\right)^{3+1-6} = \left(\frac{-12}{18}\right)^{-2} =$$

$$= \left(\frac{2 \cdot 3 \cdot 3}{-2 \cdot 2 \cdot 3}\right)^2 = \frac{3^2}{(-2)^2} = \frac{9}{4}$$

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

$$6) \frac{1}{4} - \frac{3-5x}{12} = \frac{x}{6} - 2x \quad / \cdot \text{m.c.m.} = 12$$

$$\frac{12 \cdot 1}{4} - \frac{12 \cdot (3-5x)}{12} = \frac{12 \cdot x}{6} - 12 \cdot 2x$$

$$3 - 1 \cdot (3-5x) = 2x - 24x$$

$$3 - 3 + 5x = 2x - 24x$$

$$27x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{27} = 0$$

7) AJUSTE PREVIO:
 → 30 min. más → 180 + 30 = 210'
 $\left\{ \begin{array}{l} 180' \rightarrow (\text{inversa}) \rightarrow 77 \text{ km/h} \\ 210' \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow "x" \text{ km/h} \end{array} \right\}$
 $\left[\frac{210}{180} = \frac{77}{x} \right] \rightarrow 210 \cdot x = 180 \cdot 77 \rightarrow$
 $x = 66 \text{ km/h}$
 SOLUCIÓN → Debe volver a 66 km/h.

8) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Como ha subido el 5 \% , lo que vale} \\ \text{ahora es el 105 \% (100 \% + 5 \%).} \end{array} \right\}$
 $\left\{ \begin{array}{l} 100 \% (\text{antes}) \dots 105 \% (\text{después de la subida}) \\ x \text{ €/litro (antes)} \dots 0'945 \text{ €/litro (después)} \end{array} \right\}$
 $\left[\frac{100}{x} = \frac{105}{0'945} \right] \rightarrow 100 \cdot 0'945 = x \cdot 105 \rightarrow$
 $x = \frac{100 \cdot 0'945}{105} = 0'900 \text{ €/litro}$
 SOLUCIÓN → $\left\{ \begin{array}{l} \text{El litro de gasolina costaba} \\ 0'900 \text{ €/litro antes de subir} \end{array} \right.$

 Con la fórmula: $VI \cdot FV = VF$
 Valor inicial • Factor de variación = Valor final
 $x \cdot 1'05 = 0'945$
 $x = \frac{0'945}{1'05} = 0'900 \text{ €/litro}$
 Solución → Antes costaba 0'900 €/litro

9) Reparto proporcional:
 Reparte 3950 euros en partes directamente
 proporcionales a: $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}$ y $\frac{4}{10}$.
 Reducimos a Mínimo Denominador Común:
 $\frac{1 \cdot 15}{60}, \frac{2 \cdot 20}{60}$ y $\frac{4 \cdot 6}{60} = \frac{15}{60}, \frac{40}{60}, \frac{24}{60}$
 Repartimos directamente a los denominadores
 $\frac{x}{15} = \frac{y}{40} = \frac{z}{24} = \frac{x+y+z}{15+40+24} = \frac{3950}{79}$
 $\left[\frac{x}{15} = \frac{3950}{79} \right] \rightarrow x = \frac{15 \cdot 3950}{79} = 750 \text{ €}$
 $\left[\frac{y}{40} = \frac{3950}{79} \right] \rightarrow y = \frac{40 \cdot 3950}{79} = 2000 \text{ €}$
 $\left[\frac{z}{24} = \frac{3950}{79} \right] \rightarrow z = \frac{24 \cdot 3950}{79} = 1200 \text{ €}$

SOLUCIONES del control nº 7.

De la pág. 576.

$$1) (5x - 3)^2 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 3 + 3^2$$

$$= 25x^2 - 30x + 9$$

$$2) \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x + 2 = x \quad / \cdot \text{m.c.m.} = 15$$

$$\frac{15 \cdot 2x}{3} + \frac{15 \cdot x}{5} + 15 \cdot 2 = 15x$$

$$10x + 3x + 30 = 15x$$

$$(10 + 3 - 15)x = -30$$

$$-2x = -30 \Rightarrow x = \frac{-30}{-2} = +15$$

El recorrido tiene una longitud de 15 km.

$$3) \left[\begin{array}{l} 4x + 12 = 5y \\ 6 - 3y = -2x \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} 4x + 5y = -12 \\ 2x - 3y = -6 \quad / \cdot (-2) \end{array} \right] \text{Reducción:}$$

$$\left[\begin{array}{l} 4x + 5y = -12 \\ -4x + 6y = +12 \end{array} \right] \text{sumamos:}$$

$$+11y = 0 \Rightarrow y = \frac{0}{11} = 0$$

Sustituimos $y = 0$ en: $4x + 12 = 5y$

$$4x = 5 \cdot 0 - 12 \Rightarrow x = \frac{-12}{4} = -3$$

$$4) \left\{ \begin{array}{l} x + y = 48 \\ 2x = y + 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y = 48 \\ 2x - y = 6 \end{array} \right\}$$

Sumamos ambas ecuaciones, con lo que se reduce la "y" en: $3x = 54$

$$x = \frac{54}{3} = 18 \Rightarrow y = 48 - 18 = 30$$

SOLUCIÓN → Los números son 18 y 30

$$5) a) \left| \begin{array}{l} 2x^2 = 20 + 6x \\ 2x^2 - 6x - 20 = 0 \end{array} \right| \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = -6 \\ c = -20 \end{array} \right\}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-20)}}{2 \cdot 2} =$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 + 160}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{196}}{4} = \frac{6 \pm 14}{4} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{6 + 14}{4} = \frac{20}{4} = 5 \\ x_2 = \frac{6 - 14}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{array} \right\}$$

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

$$5) \quad b) \quad 6x^2 = -12x$$

$$6x^2 + 12x = 0$$

$$x \cdot (6x + 12) = 0$$

En el producto anterior, igualamos los factores a 0, con lo que queda :

$$x_1 = 0$$

$$6x_2 + 12 = 0$$

$$6x_2 = -12 \Rightarrow x_2 = \frac{-12}{6} = -2$$

$$6) \quad \frac{2}{5} - 3 \cdot \left[\left(4 - \frac{1}{2} \right) : \frac{7}{3} + 1 \right] =$$

$$= \frac{2}{5} - 3 \cdot \left[\frac{7}{2} : \frac{7}{3} + 1 \right] =$$

$$= \frac{2}{5} - 3 \cdot \left[\frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 7} + 1 \right] =$$

$$= \frac{2}{5} - 3 \cdot \left[\frac{3}{2} + 1 \right] = \frac{2}{5} - \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{2} =$$

$$= \frac{2}{5} - \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{2}{5} - \frac{15}{2} =$$

$$= \frac{2 \cdot 2}{10} - \frac{15 \cdot 5}{10} = \frac{4 - 75}{10} = \frac{-71}{10}$$

$$7) \quad \frac{(-6)^2 \cdot 10^3}{15^3 \cdot (-2)^4} = \frac{+ 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3}{+ 3^3 \cdot 5^3 \cdot 2^4}$$

$$= \frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3}{3^3 \cdot 5^3 \cdot 2^4} = \frac{2}{3}$$



En la vida, afortunadamente, hay muchas cosas hermosas y bonitas. Unos encuentran más de esas cosas que otros; otros pierden más de esas cosas que unos; otros casi no las encuentran. Y algunos, o muchos, depende, se obstinan en no reconocer la amplia y diversa gama de vivencias positivas que desprende continuamente el acontecer cotidiano. Bien, pues entre algunas de esas cosas básicas de la vida está la convivencia de los nietos con los abuelos, y de los abuelos con los nietos, por supuesto.



Quizás hoy día, por la forma de vida actual, se esté perdiendo esa hermosa, plena y enriquecedora comunicación y relación entre un niño y su abuelo, o abuela, claro, o niña y abuela, o abuelo, claro. Conexiones tan profundas que son insustituibles. Por ello, cuando no existen es como si a la formación del pequeño le faltara algo, algo substancial.



Y es que unos niños sin abuelos son personas que se pierden algo fundamental en sus vidas.



$$8) \quad \frac{5}{2}x + \frac{50}{6x} = \frac{15}{x} - \frac{5}{3}$$

/ • m. c. m. = 6x

$$\frac{6x \cdot 5x}{2} + \frac{6x \cdot 50}{6x} = \frac{6x \cdot 15}{x} - \frac{6x \cdot 5}{3}$$

$$15x^2 + 50 = 90 - 10x$$

$$15x^2 + 10x - 40 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 15 \\ b = 10 \\ c = -40 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} =$$

$$\frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-40)}}{2 \cdot 15} =$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 2400}}{30} =$$

$$\frac{-10 \pm \sqrt{2500}}{30} = \frac{-10 \pm 50}{30} =$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-10 + 50}{30} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3} \\ x_2 = \frac{-10 - 50}{30} = \frac{-60}{30} = -2 \end{cases}$$

SOLUCIONES del control nº 8.

De la pág. 576.

$$1) \quad -5 - 20 : (-4) \cdot (-5) - 6(4 - 3 \cdot 2) - (-8) =$$

$$= -5 + 5 \cdot (-5) - 6 \cdot (4 - 6) + 8 =$$

$$= -5 - 25 - 6 \cdot (-2) + 8 =$$

$$= -5 - 25 + 12 + 8 = -30 + 20 = -10$$

$$2) \quad \frac{2}{6} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{5}{3} : \frac{10}{8} =$$

$$= \frac{2}{6} + \frac{4}{10} - \frac{40}{30} \Rightarrow \text{m. c. m. } (6, 10, 30) = 30$$

$$= \frac{2 \cdot 5}{30} + \frac{4 \cdot 3}{30} - \frac{40 \cdot 1}{30} = \frac{10 + 12 - 40}{30}$$

$$= \frac{-18}{30} = \frac{-2 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{3}{5}$$

$$3) \quad \left[\frac{(-24)}{21} \right]^4 : \left[\frac{(-24)}{21} \right]^7 = \left[\frac{(-24)}{21} \right]^{4-7}$$

$$= \left[\frac{(-24)}{21} \right]^{-3} = \left[\frac{21}{-24} \right]^3 = \left[\frac{3 \cdot 7}{-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} \right]^3$$

$$= \frac{7^3}{(-8)^3} = \frac{343}{-512} = -\frac{343}{512}$$

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

SOLUCIONES del control nº 9.

De la pág. 577

4) Raíces:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{498436} & 706 \\ - 49 & 140 \cdot 0 = 0 \\ \hline 008436 & 1406 \cdot 6 = 8436 \\ - 8436 & \\ \hline 0000 & \end{array}$$

PRUEBA: $(\pm 706)^2 = 498436$

5) $\frac{x+1}{8} - \frac{x-1}{6} + \frac{x+3}{5} = 2$
 \Rightarrow m.c.m. (8, 6, 5) = 120
 $\frac{120(x+1)}{8} - \frac{120(x-1)}{6} + \frac{120(x+3)}{5} = 120 \cdot 2$
 $15(x+1) - 20(x-1) + 24(x+3) = 240$
 $15x + 15 - 20x + 20 + 24x + 72 = 240$
 $15x - 20x + 24x = 240 - 15 - 20 - 72$
 $(15 - 20 + 24)x = 133$
 $19x = 133 \Rightarrow x = \frac{133}{19} = 7$

6) $\left[\frac{10}{6} = \frac{2x-1}{3} \right] \Rightarrow$
 $10 \cdot 3 = 6 \cdot (2x - 1)$
 $30 = 12x - 6$
 $30 + 6 = 12x$
 $36 = 12x \rightarrow$
 $\frac{36}{12} = x \rightarrow 3 = x$

7) AJUSTE PREVIO :
 $\frac{1}{2}$ hora más $\Rightarrow 90 + 30 = 120$ min.
 $\left\{ \begin{array}{l} 140 \text{ km/h} \dots\dots (I) \dots\dots 90 \text{ minutos} \\ x \text{ km/h} \dots\dots\dots\dots\dots 120 \text{ minutos} \end{array} \right\}$
 $\left\{ \frac{140}{x} = \frac{120}{90} \right\} \rightarrow x = \frac{140 \cdot 90}{120} = 105 \text{ km/h}$
SOLUCIÓN \rightarrow Deberá ir a 105 km/h

8) AJUSTE PREVIO \rightarrow
 Si descuentan el 12'5 % , lo que paga es el 87'5 % (100 - 12'5)
 $\left\{ \begin{array}{l} 100 \dots\dots\dots\dots\dots\dots 87'5 \% \\ 3000 \text{ euros} \dots\dots\dots\dots\dots x \text{ euros} \end{array} \right\}$
 $\left\{ \frac{100}{3000} = \frac{87'5}{x} \right\} \rightarrow x = \frac{3000 \cdot 87'5}{100} = 2625$
S \rightarrow El ordenador le costó 2625 €.
 ☒ Con la fórmula es así:
 $VN \cdot FV = VN$
 $3000 \cdot 0'875 = 2625 \text{ euros}$

1) OPERACIONES CON ENTEROS.
 $-3 [5 - 2 \cdot (-4) + (-1)] - (7 \cdot 2 - 10) (8 - 3 \cdot 4) =$
 $= -3 \cdot [5 + 8 - 1] - (14 - 10) \cdot (8 - 12) =$
 $= -3 \cdot [12] - (4) \cdot (-4) = -36 + 16 = -20$

2) DIVISIBILIDAD.
 a) Simplificar: $\frac{3234}{462} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11} = 7$
 b) $\left[\begin{array}{l} 440 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11 \\ 364 = 2^2 \cdot 7 \cdot 13 \\ 385 = 5 \cdot 7 \cdot 11 \end{array} \right] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{m.c.d.} = 1 \\ \text{m.c.m.} = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \\ = 40040 \end{array} \right\}$
 c) Descomponemos 48 y 40:
 $\left[\begin{array}{l} 48 = 2^4 \cdot 3 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \end{array} \right] \rightarrow \text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$
 Luego coinciden cada 240 días. Si la última vez fue el 15 de febrero, deben pasar 240 días, o sea, **el 13 de octubre.**
 Bueno, si no es año bisiesto.



Si en la familia desde la infancia se ha potenciado la afectividad, se ha transmitido confianza en las relaciones familiares, se ha enseñado el respeto mutuo, se ha inculcado la valoración de la persona como tal y no dependiendo de su sexo, se ha practicado un ambiente de igualdad y tolerancia, se ha desconocido el castigo físico, se ha animado al trato con los de otro sexo, otra cultura u otra etnia (raza), se ha educado en que no siempre uno es agresor o agredido, se ha ignorado el "ojo por ojo y diente por diente", se ha desarrollado una comunicación positiva, se ha fortalecido el rechazo a toda clase de violencia y se ha cultivado la importancia de la dignidad personal, **entonces es indudable que se han colocado las bases para erradicar en el futuro toda clase de violencia.**



Si también en el colegio e instituto se ha habituado a vivir con la aceptación y práctica de unas normas, se ha concienciado de forma muy clara y precisa en el respeto de los derechos humanos, acentuando la total igualdad de ellos en mujeres y hombres, se ha educado en la diversidad, se ha suprimido el lenguaje sexista, se ha aplicado una enseñanza audiovisual comentada y valorada, se ha asentado una verdadera integración y ha existido una comunicación orientada a la colaboración entre la familia y el centro, **pues podremos decir que esas bases creadas en la familia se habrán completado formando en la persona un edificio donde difícilmente habrá lugar para ninguna clase de violencia, incluida la tan desgraciadamente extendida violencia "de género".**

Todo lo anterior es demasiado ideal, claro. Pero mientras más de estos puntos consigamos, más cerca estaremos de mejorar la excesiva violencia que se detecta en tantos lugares y sectores de nuestra sociedad actual.



El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

3) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\left(\frac{1}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{1}{12} : \frac{5}{4} - \frac{6}{10}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{6} - \frac{6}{20}\right) : \left(\frac{4}{60} - \frac{6}{10}\right) =$$

$$= \left(\frac{10 - 18}{60}\right) : \left(\frac{4 - 36}{60}\right) = \frac{-8 \cdot 60}{60 \cdot (-32)} = \frac{1}{4}$$

4)

- a) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{12}{18} = 0'6 \rightarrow \text{decimal ilimitado per. puro} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$
- b) $\left\{ \begin{array}{l} -6'4 \rightarrow \text{F.G.} \rightarrow \frac{-64}{10} \rightarrow \text{decimal limitado} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$
- c) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{-1573}{-143} = 11 \rightarrow \text{número natural} \\ \in \mathbb{N}, \in \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$
- d) $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{57} = \pm 7'549 \dots \rightarrow \text{No tiene frac. generatriz.} \\ \text{Es un número dec. ilimitado no periódico.} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \notin \mathbb{Q}, \in \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$
- e) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{19}{14} = 1'3571428 \dots \rightarrow \text{dec. ilimitado per. mixto} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$
- f) $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{-18}{-50}} = \pm 0'6 \rightarrow \text{F.G.} \rightarrow \frac{6}{10} \text{ dec. limitado} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$
- g) $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{0'225}{-0'015} = -15 \rightarrow \text{número entero} \\ \notin \mathbb{N}, \in \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$
- h) $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{-64} \rightarrow \text{No existe; es número imaginario.} \\ \rightarrow \text{No tiene fracción generatriz.} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \notin \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \notin \mathbb{R}, \in \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$
- i) $\left\{ \begin{array}{l} 2'035 \rightarrow \text{F.G.} \rightarrow \frac{2035 - 203}{900} = \frac{1832}{900} \\ \rightarrow \text{decimal ilimitado periódico mixto} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

5) OPERACIONES CON POTENCIAS.

a) $(-3)^2 - 7^0 - (-10)^4 - 5^2 - 1^9 \cdot 0^{17} =$
 $= 9 - 1 - 10000 - 25 - 0 = -10.017$

b) $\frac{2^{-4} \cdot 6^2 \cdot (-10)^3}{(-2)^{-3} \cdot 3^4 \cdot 15^2} = \frac{2^{-4} \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3}{2^{-3} \cdot 3^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} =$
 $= 2^{-4+2+3-(-3)} \cdot 3^{2-4-2} \cdot 5^{3-2} =$
 $= 2^4 \cdot 3^{-4} \cdot 5^1 = \frac{16 \cdot 5}{81} = \frac{80}{81}$

6) NOTACIÓN CIENTÍFICA.

- a) 506 billones = 506.000.000.000.000
 b) $1'2057 \cdot 10^{12} = 1.205.700.000.000$

7) IGUALDADES NOTABLES.

- a) $(7 - 2a)^2 = 49 - 28a + 4a^2$
 b) $\left(\frac{x}{3} - 5y\right)^2 = \frac{x^2}{9} - \frac{10xy}{3} + 25y^2$

8) $\sqrt{5'2} = \pm 2'28 \dots$

Debes hacerla sin calculadora, para que no se te olviden los pasos a seguir para hacerlas.

9) OPERACIONES CON RADICALES.

- a) $\sqrt[3]{540 a^5 b^6 c^2} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 a^5 b^6 c^2} =$
 $= 2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot c \sqrt[3]{3 \cdot 5 \cdot a} = 6a^2 b^3 c \sqrt[3]{15a}$
- b) $3 \cdot \sqrt{28} - \sqrt{700} = 3 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 7} - \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 7} =$
 $= 3 \cdot 2\sqrt{7} - 2 \cdot 5\sqrt{7} = 6\sqrt{7} - 10\sqrt{7} =$
 $= (6 - 10) \cdot \sqrt{7} = -4\sqrt{7}$

10) EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

- a) Sacar común:
 $-5a + 4a - 9a - 2a - a =$
 $= (-5 + 4 - 9 - 2 - 1)a = -13a$
- b) Operar: (Recuerda: SI. NU. LE.)
 $-3 \cdot (-2m)^3 \cdot (-5)m^2 = -120m^5$
- c) Simplifica fracciones algebraicas:
 $\frac{25 - 4x^2}{15 + 6x} = \frac{5^2 - (2x)^2}{3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot x} =$
 $= \frac{(5 + 2x) \cdot (5 - 2x)}{3 \cdot (5 + 2x)} = \frac{5 - 2x}{3}$

11) POLINOMIOS.

- 1) $B - C + A =$
 $= (x^2 - 2x) - (-2x^5 + 8x^4 + x^3 - 7x - 3) +$
 $+ (2x^4 - 6x^3 - 8x^2 - 4x + 2) =$
 $= 2x^5 - 6x^4 - 7x^3 - 7x^2 + x + 5$
- 2) $B \cdot A =$
 $(x^2 - 2x) \cdot (2x^4 - 6x^3 - 8x^2 - 4x + 2) =$
 $= 2x^6 - 10x^5 + 4x^4 + 12x^3 + 10x^2 - 4x$
- 3) $D - E =$
 $= \left(\frac{-3x^2}{8} + \frac{x}{2} + \frac{4}{6}\right) - \left(\frac{x^2}{6} - \frac{2x}{3} + \frac{3}{4}\right) =$
 $= -\frac{13}{24}x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{1}{12}$

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

11) POLINOMIOS.

4) A : B

$$= (+ 2x^4 - 6x^3 - 8x^2 - 4x + 2) : (x^2 - 2x) =$$

$$= \begin{cases} \circ \text{ Cociente} \rightarrow 2x^2 - 2x - 12 \\ \circ \text{ Resto} \rightarrow -28x + 2 \end{cases}$$

5) C : F = (por Ruffini)

$$= (- 2x^5 + 8x^4 + x^3 - 7x - 3) : (x + 2) =$$

- 2	+ 8	+ 1	0	- 7	- 3	
- 2	+ 4	- 24	+ 46	- 92	+ 196	
- 2	+ 12	- 23	+ 46	- 99	+ 193	

$$= \begin{cases} \circ - 2x^4 + 12x^3 - 23x^2 + 46x - 99 \\ \circ 193 \end{cases}$$

12) $\frac{-3}{12} - \frac{2(5+x)}{10} + x = \frac{4x}{15} - 1$

$$\frac{60 \cdot (-3)}{12} - \frac{60 \cdot 2(5+x)}{10} + 60x = \frac{60 \cdot 4x}{15} - 60 \cdot 1$$

$$- 15 - 12 \cdot (5+x) + 60x = 4 \cdot 4x - 60$$

$$- 12x + 60x - 16x = - 60 + 15 + 60$$

$$32x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{32} = 0'46 \dots$$

13) Resolver esta ecuación de dos formas:

→ Con la fórmula general.

$$\begin{cases} - 6x^2 + 8 = x^2 - 20 \\ - 7x^2 + 0x + 28 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = - 7 \\ b = 0 \\ c = 28 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot (-7) \cdot 28}}{2 \cdot (-7)}$$

$$x = \frac{\pm \sqrt{784}}{-14} = \frac{\pm 28}{-14} \rightarrow \begin{cases} x_1 = - 2 \\ x_2 = + 2 \end{cases}$$

→ Sin aplicar la fórmula.

$$\begin{cases} - 6x^2 + 8 = x^2 - 20 \\ - 7x^2 = - 28 \end{cases}$$

$$x^2 = \frac{-28}{-7} = 4 \Rightarrow x = \pm \sqrt{4} \begin{cases} x_1 = + 2 \\ x_2 = - 2 \end{cases}$$

14) SISTEMA DE ECUACIONES.

$$\begin{cases} x + 5y = 7 / \cdot (-3) \\ - 2y + 3x = - 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} - 3x - 15y = - 21 \\ - 2y + 3x = - 13 \end{cases}$$

$$- 17y = - 34 \rightarrow y = \frac{-34}{-17} = 2$$

$$x + 5 \cdot 2 = 7 \rightarrow x = 7 - 10 = - 3$$

15) PROBLEMA SOBRE ECUACIONES.

⊗ $\begin{cases} \text{Billetes de 5 euros} \rightarrow "x" \\ \text{Billetes de 10 euros} \rightarrow "2x" \\ \text{Billetes de 20 euros} \rightarrow "y" \end{cases}$

$$\begin{cases} x + 2x + y = 30 \\ 5x + 10 \cdot 2x + 20 \cdot y = 355 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 30 / \cdot (-20) \\ 25x + 20y = 355 \end{cases}$$

$$\begin{cases} - 60x - 20y = - 600 \\ 25x + 20y = 355 \end{cases}$$

$$- 35x = - 245 \rightarrow x = \frac{-245}{-35} = 7$$

De 10 euros el doble → 14 billetes.
 De 20 euros → 30 - 7 - 14 = 9.

Solución → $\begin{cases} 7 \text{ billetes de 5 euros.} \\ 14 \text{ billetes de 10 euros.} \\ 9 \text{ billetes de 20 euros.} \end{cases}$

16) REGLA DE TRES SIMPLES.

⊗ Ajustes previos : $\begin{cases} 3/4 \text{ litro} = 750 \text{ cm}^3 \\ 1/2 \text{ dm}^3 = 500 \text{ cm}^3 \end{cases}$

$$\begin{cases} 1200 \text{ botellas} \dots\dots (\text{Inversa}) \dots\dots 750 \text{ cm}^3 \\ x \text{ botellas} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 500 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

$$\left[\frac{1200}{x} = \frac{500}{750} \right] \rightarrow x = \frac{1200 \cdot 750}{500} = 1800$$

Solución → Habrían llenado 1800 botellas.

17) PORCENTAJE (%).

$$\begin{bmatrix} \text{Valor} \\ \text{Inicial} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Factor de} \\ \text{Variación} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Valor} \\ \text{Final} \end{bmatrix}$$

$$750 (\text{€}) \cdot x (\%) = 840 (\text{€})$$

$$x = \frac{840}{750} = 1'12$$

Y un factor de variación de 1'12 equivale a :
 $\frac{112}{100} \rightarrow 112 \% \rightarrow 100 \% + 12 \%$

Solución: ganó un 12 % en las acciones.

18) REGLA DE TRES COMPUESTA.

⊗ Planteamiento:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overbrace{16 \text{ obreros}}^{\text{I}} \dots\dots 7 \text{ días} \dots\dots\dots \overbrace{800 \text{ m}^2}^{\text{D}} \\ 9 \text{ obreros} \dots\dots\dots x \text{ días} \dots\dots\dots 900 \text{ m}^2 \end{array} \right\}$$

⊗ Resolución:

$$\left[\frac{7}{x} = \frac{9}{16} \cdot \frac{800}{900} \right] \rightarrow x = \frac{7 \cdot 16 \cdot 900}{9 \cdot 800} = 14 \text{ días}$$

⊗ Solución: emplearán 14 días.

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

19) REPARTO PROPORCIONAL.

⊗ $\begin{cases} \text{Al de 20 años, o al 2 (20:10)} \rightarrow "x" \\ \text{Al de 30 años, o al 3} \rightarrow "y" \\ \text{Al de 40 años, o al 4} \rightarrow "z" \end{cases}$

⊗ Reducimos a M.D.C. las inversas:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} = \frac{6}{12}, \frac{4}{12}, \frac{3}{12}$$

Repartimos directamente a los numeradores

⊗ Planteamiento:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} \rightarrow \frac{x+y+z}{6+4+3} = \frac{26000}{13} \text{ (F.M.)}$$

Igualamos cada razón a la fracción multiplicadora (F.M)

⊙ $\left[\frac{x}{6} = \frac{26000}{13} \right] \rightarrow x = 6 \cdot 2000 = 12000 \text{ €}$

⊙ $\left[\frac{y}{4} = \frac{26000}{13} \right] \rightarrow y = 4 \cdot 2000 = 8000 \text{ €}$

⊙ $\left[\frac{z}{3} = \frac{26000}{13} \right] \rightarrow z = 3 \cdot 2000 = 6000 \text{ €}$

⊗ Solución: $\begin{cases} * \text{ Para Carlos} \rightarrow 12000 \text{ €} \\ * \text{ Para Eva} \rightarrow 8000 \text{ €} \\ * \text{ Para Roberto} \rightarrow 6000 \text{ €} \end{cases}$

⊗ Comprobación: $12000 + 8000 + 6000 = 26000$

20) INTERÉS SIMPLE.

⊗ Datos: $\begin{cases} \circ r = 10 \% \\ \circ m = 1 \text{ año y 8 meses} \rightarrow 20 \text{ meses} \\ \circ i = 4800 \text{ €} \\ \circ \text{¿ C?} \end{cases}$

⊗ Resolución:

$$\left[i = \frac{C \cdot r \cdot m}{1200} \right] \rightarrow i \cdot 1200 = C \cdot r \cdot m \rightarrow C = \frac{i \cdot 1200}{r \cdot m}$$

$$C = \frac{i \cdot 1200}{r \cdot m} = \frac{4800 \cdot 1200}{10 \cdot 20} = 28800 \text{ €}$$

⊗ Solución: El capital inicial era de **28.800 €**

SOLUCIONES del control nº 10.
De la pág. 578.

1) Fracciones generatrices y clasificación.

a) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{53}{125} = 0'424 \rightarrow \text{decimal limitado} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

b) $\left\{ \begin{array}{l} 25'48\overline{6} \rightarrow \text{F.G.} \rightarrow \frac{25486 - 2548}{900} = \frac{22938}{900} \\ \text{decimal ilimitado periódico mixto} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

c) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{33}{9} = 3'6 \rightarrow \text{decimal ilimitado periódico puro} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

1) Fracciones generatrices y clasificación.

a) $0'45 \rightarrow \text{F.G.} \rightarrow \frac{45}{100}$

b) $\left\{ \begin{array}{l} \text{decimal limitado} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

2) a) $\sqrt{240x^3y} = \sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^3y} = 4x\sqrt{15xy}$

b) $4\sqrt{28} + \sqrt{7} - 5\sqrt{175} =$
 $= 4\sqrt{2^2 \cdot 7} + \sqrt{7} - 5\sqrt{5^2 \cdot 7} =$
 $= 4 \cdot 2\sqrt{7} + 1\sqrt{7} - 5 \cdot 5\sqrt{7} =$
 $= (8+1-25)\sqrt{7} = -16\sqrt{7}$

3) Resuelve y clasifica los números resultantes:

a) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{8}{15} = 0'5\overline{3} \rightarrow \begin{cases} \text{número racional} \\ \text{dec. ilimitado periódico mixto} \end{cases} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

b) $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{-9} \rightarrow \text{No existe; número imaginario} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \notin \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \notin \mathbb{R}, \in \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

c) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{-121}{-11} = 11 \rightarrow \text{número natural} \\ \in \mathbb{N}, \in \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

d) $\left\{ \begin{array}{l} -3^4 = -81 \rightarrow \text{número entero} \\ \notin \mathbb{N}, \in \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$


e) $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{20} = \dots \rightarrow \begin{cases} \text{número irracional} \\ \text{dec. ilimitado NO periódico} \end{cases} \\ \pm 4'472\dots \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \notin \mathbb{Q}, \in \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

f) $\left\{ \begin{array}{l} -35'8 \rightarrow \begin{cases} \text{número racional} \\ \text{decimal limitado} \end{cases} \\ \notin \mathbb{N}, \notin \mathbb{Z}, \in \mathbb{Q}, \notin \text{Irr}, \in \mathbb{R}, \notin \text{Im}, \in \mathbb{C} \end{array} \right.$

En esta reflexión **reflexionamos sobre las reflexiones**, valgan las redundancias.

Me gustaría quedar muy claro que, como dice sabiamente un refrán, **“una cosa es predicar y otra dar trigo”**.

Soy consciente de que las palabras, el hablar, el aconsejar, el insinuar, etc., no consiguen el mismo efecto que el ejemplo diario y el compromiso de vida de acuerdo con lo que se escribe, se habla, se aconseja o se insinúa. **Es evidente que los padres y/o profesores somos espejos en los cuales se miran los chicos.** Y es palpable que nos toman como ejemplos y modelos a través de los cuales aprender e ir tejiendo su propia personalidad. **Pero también es indudable que**, aunque un padre o un profesor no transmitan ese mimetismo en todas sus actuaciones, siempre existirá una transmisión de “algo” positivo en esas conversaciones, reflexiones o indicaciones, aunque sólo sea en un grupo reducido de hijos y/o alumnos.



☹️ 👉 👈 👆 👇 😊 👉 👈 👆 👇 ☺️

El respeto mutuo entre alumnos y profesores es imprescindible.
Y hay que cultivarlo en el día a día.

4) Simplificar:

$$\frac{-10b^2 + 15ab}{9a^2 - 12ab + 4b^2} =$$

$$= \frac{-2 \cdot 5 \cdot b \cdot b + 3 \cdot 5 \cdot a \cdot b}{(3a)^2 - 2 \cdot (3a) \cdot (b) + (2b)^2} =$$

$$= \frac{5b \cdot (-2b + 3a)}{(3a - 2b)^2} = \frac{5b \cdot (-2b + 3a)}{(3a - 2b) \cdot (3a - 2b)} =$$

$$= \frac{5b}{3a - 2b}$$

5) Despeja la letra señalada en negrita:

$$-3x + 5 = \frac{-2x}{2a - 1}$$

$$(-3x + 5) \cdot (2a - 1) = -2x$$

$$-6xa + 3x + 10a - 5 = -2x$$

$$(-6x + 10)a = -2x - 3x + 5$$

$$a = \frac{-5x + 5}{(-6x + 10)}$$

6) "x" es el número total de euros.

Timotea recibe $\rightarrow \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow$

Quedan $\rightarrow x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

Tina recibe $\rightarrow \frac{\frac{x}{2} - \frac{1}{2}}{2} + \frac{1}{2} =$

$$= \frac{x}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$$

Y quedan $\rightarrow \frac{x}{2} - \frac{1}{2} - \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{4}\right) =$

$$= \frac{x}{4} - \frac{3}{4}$$

Coro recibe $\rightarrow \frac{\frac{x}{4} - \frac{3}{4}}{2} + \frac{1}{2} =$

$$= \frac{x}{8} - \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{x}{8} + \frac{1}{8}$$

Iguales el total (x) a las partes recibidas por cada uno:

$$x = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \frac{x}{4} + \frac{1}{4} + \frac{x}{8} + \frac{1}{8}$$

Resolvemos:

$$8x = 4x + 4 + 2x + 2 + x + 1$$

$$8x - 7x = 7 \rightarrow x = 7 \text{ euros}$$

SOLUCIÓN \rightarrow Tina recibió 4 euros,
Tobías 2 euros y Coro 1.

7) Representa gráficamente la función que viene expresada por la siguiente ecuación:

⊗ Ecuación de la función: $f(x) = \frac{-2x}{3} - 5$

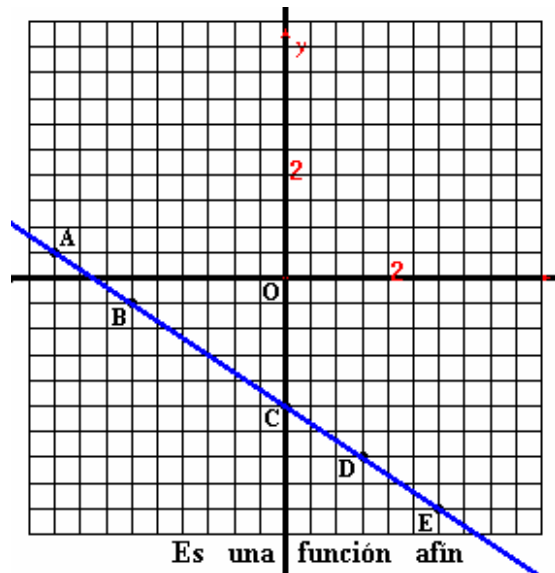
⊗ Valores a representar: -9, -6, 0, 3, 6.

Cálculo de los valores:


- Para "x=-9" $\rightarrow f(x) = -2/3 \cdot (-9) - 5 = 1$
- Para "x=-6" $\rightarrow f(x) = -2/3 \cdot (-6) - 5 = -1$
- Para "x=0" $\rightarrow f(x) = -2/3 \cdot 0 - 5 = -5$
- Para "x=3" $\rightarrow f(x) = -2/3 \cdot 3 - 5 = -7$
- Para "x=6" $\rightarrow f(x) = -2/3 \cdot 6 - 5 = -9$

TABLA DE VALORES					
Puntos	A	B	C	D	E
x	-9	-6	0	3	6
y	1	-1	-5	-7	-9

Gráfica de la función:



Los buenos resultados, entodas las actividades, noson fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante y de una perseverancia que persiga la excelencia.



Como colofón a este libro, insertaré en estas últimas páginas unos párrafos entresacados de una colaboración, en forma de ensayo, que hizo el profesor de Filosofía de nuestro Instituto, Juan Pedro Viñuela Rodríguez, en el nº 3 de la revista "Esbozos". Me parecen muy interesantes y muy acertados para hacernos reflexionar,

El ensayo ocupa unas cinco páginas, todas muy interesantes, pero yo he elegido una serie de párrafos que son los que incluyo a continuación.

Debemos perseguir aquellas ideas que produzcan un estado de ánimo positivo; éstas serán las que nos produzcan mayor felicidad (autorealización y autoestima). Es el caso de los vicios y las virtudes. La virtud produce felicidad y es el resultado de una acción libre y autónoma; mientras que el vicio es una atadura y elimina nuestra libertad. De tal manera que el vicio, por mucho que no lo parezca, nos hace infeliz, mientras que la virtud nos hace más feliz.


[...]

Confundimos lo que somos con lo que tenemos de tal forma que nos diluimos en nuestras posesiones, las consideramos constitutivas de nuestro ser, cuando realmente son añadidos. Al considerar que somos lo que tenemos le damos demasiada importancia a la dimensión material olvidando lo fundamental.

[...]

Lo que realmente constituye la felicidad es la virtud; ésta está dentro de nuestro ser, la caprichosa fortuna no nos la puede arrebatara. El hombre feliz es el virtuoso, no el vicioso. La virtud es libertad, mientras que el vicio es esclavitud e ignorancia. El vicio nos mantiene atados en el interior de la caverna, mientras que la virtud es la fuerza con la que salimos de ésta hacia el mundo exterior.

[...]



Debemos perseguir aquellos estados mentales que nos produzcan felicidad. Si comparamos el vicio con la virtud nos damos cuenta de que nuestro estado de ánimo cuando estamos instalados en el vicio es deplorable, además de haber perdido nuestra libertad. Por ejemplo, si tenemos el vicio de la cobardía somos esclavos de ese estado de ánimo y sufrimos; pero, por el contrario, si realizamos actos valerosos nos sentiremos liberados y contentos. Esto significa que las virtudes nos produzcan o generen felicidad.

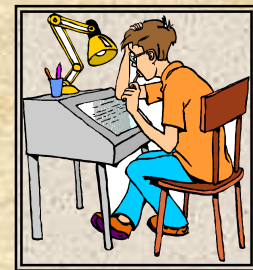
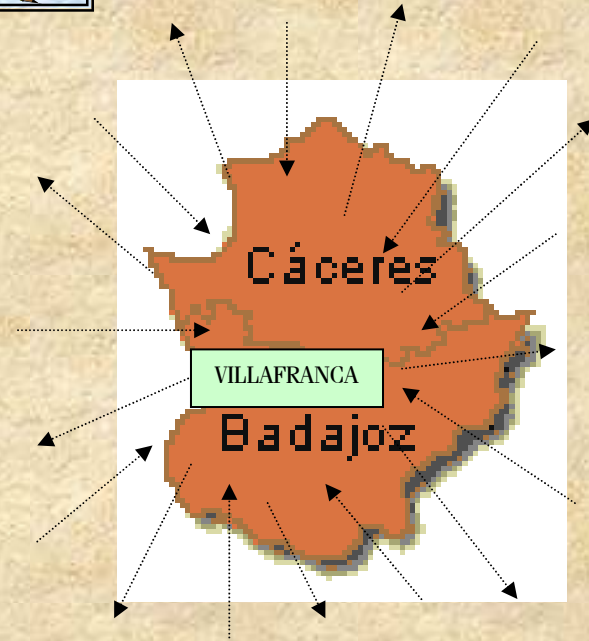
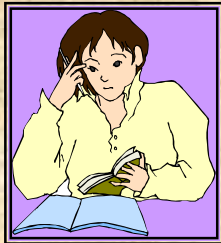
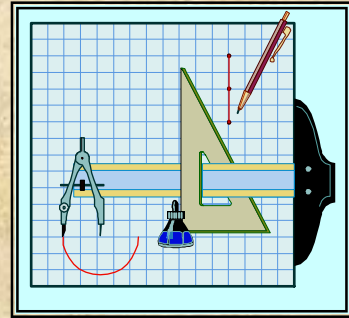
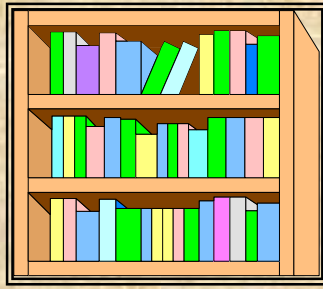
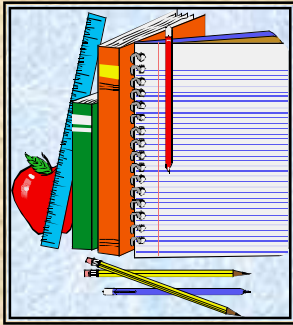
[...]

Una última cuestión que hay que señalar relacionada con la felicidad y la virtud es la relación entre felicidad y gozo o placer. No podemos eliminar el placer. Ahora bien, lo que sí es necesario es educarlo. Como dice Epicuro no existe vida feliz sin los placeres del gusto, el oído, la vista, etc. Nuestros sentidos y nuestra inteligencia son "máquinas" de producir placer, cuando éste existe no existe dolor. Pero el placer debe ser sabio; y hay distintos grados de gozos. Tenemos que saber disfrutar de todos desde los sensibles y primarios, comer, beber, dormir, hasta los más elevados, contemplación de una obra de arte (literaria, pictórica, musical, etc.), comprensión de una teoría o principio explicativo del mundo, de la historia o del hombre, pasando por la amistad y la conversación. Debemos fomentar, en este sentido, las compañías que nos estimulan y nos hacen crecer por dentro.

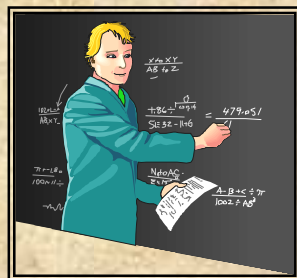
[...]

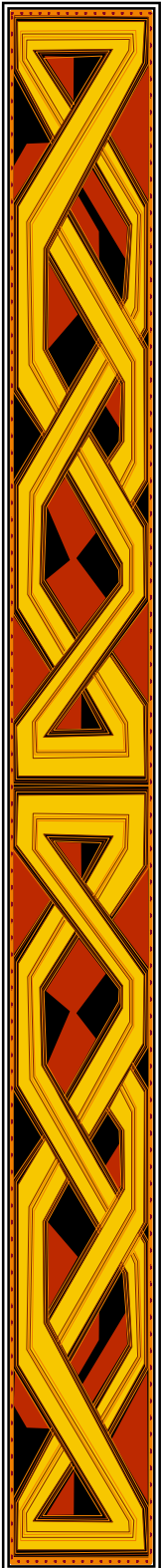
Juan Pedro Viñuela Rodríguez

No tiene desperdicio nada, verdad. Hay mucho saber y mucha verdad en estos párrafos. Y, sobre todo, mucha VIDA. Por algo es profesor de Filosofía, muy buen profesor, por cierto. En años venideros, cuando llegues a los cursos de Bachiller, podrás aprender y disfrutar de las clases de Filosofía que imparte Juan Pedro Viñuela.



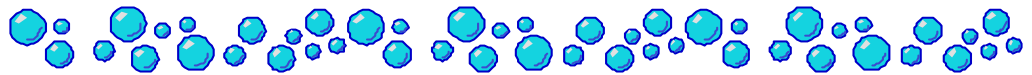
*El esfuerzo en el ESTUDIO te forma,
te hace más culto,
te “eleva” y,
además,
será fruto para TU TIERRA.*





“Tan sólo por la educación puede el hombre llegar a ser hombre. El hombre no es más que lo que la educación hace de él”.

Emmanuel Kant



“El premio a todo trabajo o acción buena, en primer lugar, es haberla hecho”.

Lucio Anneo Séneca

