

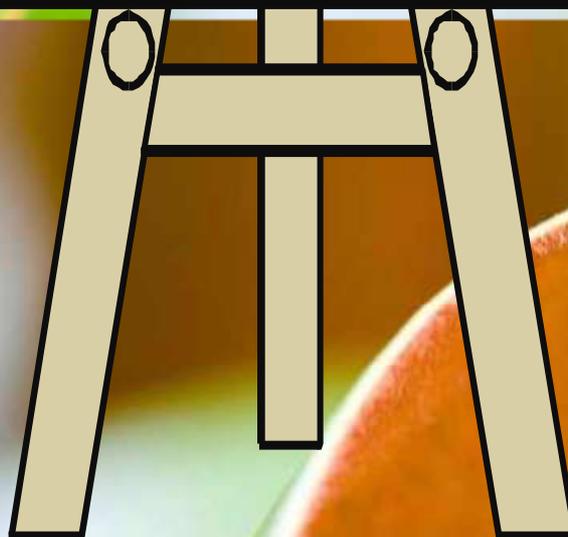
## TEMA 9

### Áreas de figuras planas

- |       |                            |        |                                       |
|-------|----------------------------|--------|---------------------------------------|
| 9.1.- | Introducción.              | 9.10.- | Área del polígono irregular.          |
| 9.2.- | Área del rectángulo.       | 9.11.- | Área del círculo.                     |
| 9.3.- | Área del cuadrado.         | 9.12.- | Área del sector circular.             |
| 9.4.- | Área del romboide.         | 9.13.- | Área de la corona circular.           |
| 9.5.- | Área del trapecio.         | 9.14.- | Área del segmento circular.           |
| 9.6.- | Área del rombo.            | 9.15.- | Cuadro resumen.                       |
| 9.7.- | Área del triángulo.        | 9.16.- | Ejercicios y problemas resueltos.     |
| 9.8.- | Área del trapecioide.      | 9.17.- | Ejercicios y problemas para resolver. |
| 9.9.- | Área del polígono regular. |        |                                       |

#### COMPLEMENTOS:

- Modelo de control de los temas 1 al 9, con las soluciones.**
- Y, por supuesto, algunas reflexiones.**



## **Tema 9.- ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.**

### **OBJETIVOS:**

- 1) Desarrollar la intuición geométrica.
- 2) Resolver problemas geométricos reduciéndolos a otros más sencillos.
- 3) Mejorar la destreza en la representación de figuras planas.
- 4) Saber calcular las áreas de los rectángulos, cuadrados, romboides, trapecios, rombos, triángulos, trapezoides, polígonos regulares, polígonos irregulares, círculos, sectores circulares, coronas circulares y segmentos circulares.
- 5) Aplicar el conocimiento de las fórmulas de las áreas de las figuras planas a la resolución de problemas prácticos de la vida real.

### **CONTENIDOS:**

#### **De conceptos:**

- |                            |                                     |
|----------------------------|-------------------------------------|
| 9.1.- Introducción.        | 9.8.- Área del trapecioide.         |
| 9.2.- Área del rectángulo. | 9.9.- Área del polígono regular.    |
| 9.3.- Área del cuadrado.   | 9.10.- Área del polígono irregular. |
| 9.4.- Área del romboide.   | 9.11.- Área del círculo.            |
| 9.5.- Área del trapecio.   | 9.12.- Área del sector circular.    |
| 9.6.- Área del rombo.      | 9.13.- Área de la corona circular.  |
| 9.7.- Área del triángulo.  | 9.14.- Área del segmento circular.  |

#### **De procedimientos:**

- 1) Construcción de figuras planas ayudándose de los materiales y las diversas técnicas aprendidas en temas anteriores.
- 2) Determinación del área de las diversas figuras planas estudiadas.
- 3) Análisis iniciales de los diversos datos de los ejercicios y problemas planteados.
- 4) Valoración de los errores que se tienen en las medidas.

#### **De actitudes:**

- 1) Gusto por la exactitud en los dibujos y construcciones geométricas.
- 2) Rigor en el uso de argumentos geométricos.
- 3) Actitud positiva hacia la belleza de las formas geométricas.
- 4) Consideración de las relaciones y comparaciones entre formas geométricas.
- 5) Interés en recurrir a diversos métodos de resolución de problemas geométricos.
- 6) Reconocimiento de la utilidad de la geometría para resolver situaciones de la vida cotidiana.
- 7) Apreciación de la precisión y claridad en el trazado de figuras circulares.
- 8) Interés por la resolución de problemas de medida de la vida real que involucren figuras planas.
- 9) Reconocimiento y valoración de la utilidad del lenguaje gráfico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana.
- 10) Interés por la correcta utilización y conservación de los instrumentos de medida y de dibujo.
- 11) Confianza en la capacidad propia para resolver situaciones problemáticas relacionadas con la vida.
- 12) Gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de datos y resultados relativos a la geometría.

## 9.1.- INTRODUCCIÓN.

Decíamos en la página 7 de este libro que superficie era un límite o término de un cuerpo, una extensión de tierra u otra cosa en la que se consideran dos dimensiones, largo y ancho. Nos puede dar idea de superficie esta hoja donde lees, porque tiene dos dimensiones, 21 cm y 29'7 cm.

Cuando queremos medir la superficie de algo, lo que estamos haciendo es hallar su área. Y así como para medir cualquier longitud podemos usar un instrumento que llamamos metro, para medir superficies no disponemos de ningún instrumento que lo haga directamente. ¿Entonces cómo lo hacemos? Bien, pues usando fórmulas, que son unas expresiones algebraicas que nos ayudan a calcular de forma simplificada áreas de las superficies, sirviéndonos de reglas para todos los casos que sean análogos.

Para calcular esas fórmulas que nos ayuden a medir las superficies, o sea, a calcular sus áreas, partiremos de unas formas de medir en las que se tratará de saber cuántas unidades de las que nos den o elijamos nosotros están contenidas en dichas superficies. Y de ahí, generalizando, llegaremos a obtener las diversas fórmulas con las que hallar las áreas de las diversas figuras planas estudiadas en el tema anterior.

Recordemos que el estudio de las unidades de superficie se hizo en el tema 7. De todas formas, recordémoslas:

**mm<sup>2</sup> km<sup>2</sup> hm<sup>2</sup> dam<sup>2</sup> m<sup>2</sup> dm<sup>2</sup> cm<sup>2</sup> mm<sup>2</sup>**

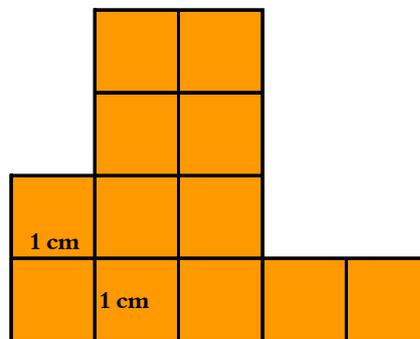
Y también las medidas agrarias, es decir, las que se usan para mediciones de campos (terrenos, fincas, bosques, montes, etc.):

**ha ( hectárea = hm<sup>2</sup> ); a ( área = dam<sup>2</sup> );  
ca ( centiárea = m<sup>2</sup> ).**

Para transformar unas unidades de superficie en otras se multiplica por 100 en cada lugar al pasar de una superior a otra inferior y se divide por 100 en cada lugar si es de menor a mayor.

Recordemos también que la unidad principal de superficie es el metro cuadrado ( m<sup>2</sup> ), que es el área de una superficie cuadrada que tiene 1 metro de lado.

Vamos a calcular el área de la figura siguiente:



Para medir superficies se dividen éstas en cuadrículas. Y como hemos dicho antes, vamos a utilizar una unidad de medida, que en este caso será el cm<sup>2</sup>, o sea, una cuadrícula de 1 cm de lado.

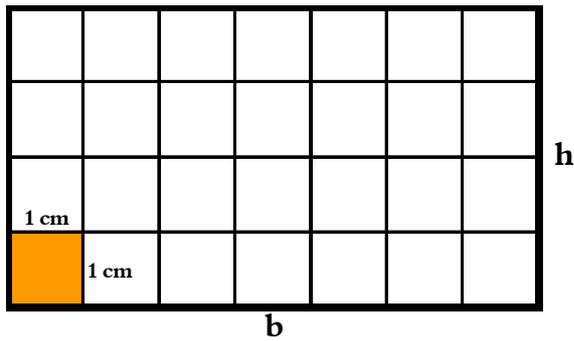
Así que contamos las cuadrículas que tiene la figura, porque son todas iguales, es decir, de 1 cm<sup>2</sup>. Y vemos que hay 12; luego:

$$\text{Área de la figura} = 12 \text{ cm}^2,$$

porque son 12 las veces que contiene la figura a la unidad que hemos tomado como referencia.

Claro, para que no tengamos que seguir siempre este procedimiento, vamos a ir generalizando poco a poco en las preguntas siguientes hasta obtener las fórmulas que nos interesan para resolver las áreas de forma más sencilla y rápida.

## 9.2.- Área del rectángulo.



Para medir la superficie de este rectángulo lo dividimos en cuadrículas de 1 cm<sup>2</sup> y las contamos. Vemos que tiene 4 filas de 7 cuadrículas, o lo que es lo mismo, 7 columnas de 4 cuadrículas. En total son 28 cuadrículas, es decir, 28 cm<sup>2</sup>.

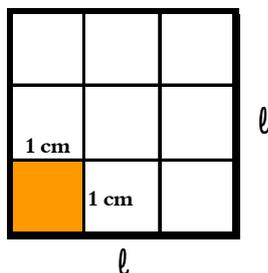
$$\text{Área del rectángulo} = 28 \text{ cm}^2$$

Está claro que para medir cualquier rectángulo debemos multiplicar sus dos dimensiones, largo por ancho. A las dos dimensiones la llamaremos base (b) y altura (h), con lo que si generalizamos obtenemos la fórmula para calcular el área de cualquier rectángulo:

$$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h$$

*Nota: observa que aunque altura se escribe sin "h", se suele notificar con la letra "h". También, el área es largo por ancho, o  $a \cdot b$ , siendo "a" y "b" sus dos dimensiones.*

## 9.3.- Área del cuadrado.



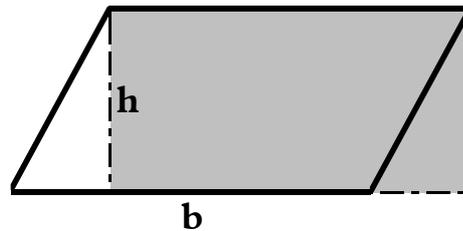
Como el cuadrado tiene sus dos dimensiones iguales, o sea, largo y ancho, o base (b) y altura (h), en lugar de llamarles "b" y "h" le llamaremos "l" (lado del cuadrado). La fórmula para calcular las áreas de todos los cuadrados es:

$$A_{\text{cuadrado}} = l \cdot l = l^2$$

En nuestro caso, sería así:

$$A_{\text{cuadrado}} = l \cdot l = l^2 = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$$

## 9.4.- Área del romboide.



Basta observar el romboide, que es la figura más clásica de los paralelogramos, para darse cuenta que si movemos el triángulo de la izquierda y lo colocamos a la derecha, se forma justamente un rectángulo (área sombreada), con lo cual sacamos su fórmula general para calcular áreas de paralelogramos, en este caso un romboide.

$$A_{\text{romboide}} = b \cdot h$$

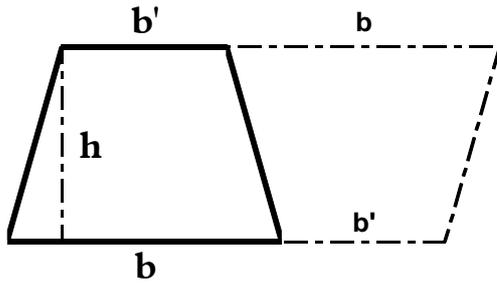


La **fuerza de voluntad** se puede entrenar. Para practicar esos entrenamientos tendremos en cuenta las siguientes **pautas**:

- Intentar tener la **energía** necesaria y suficiente para hacer lo que debemos.
- Poseer **dominio de sí mismo**, entendido como el control adecuado utilizado de una forma provechosa.
- Lograr, mediante la atención y el **esfuerzo**, una concentración en la actividad.
- Sin ser vehemente ni impetuoso, practicar la toma de **decisiones**.
- Nada se asimila correctamente de golpe, con pocos ejercicios, por ello, la **perseverancia** es esencial en el entrenamiento.
- Si tienes ideas propias, o sea, **iniciativas**, tus logros serán más satisfactorios.
- Si todos tus **ejercicios** prácticos no están bien organizados, será más fácil que te canses de las actividades.



### 9.5.- Área del trapecio.



Fíjate bien en la figura dibujada, porque algunos alumnos encuentran ciertas dificultades para comprender el por qué de la fórmula que vamos a generalizar para los trapecios. Bueno, no es nada difícil si pones interés. Veamos:

El trapecio tiene dos lados paralelos y otros dos que no lo son. De los que son paralelos, uno es la base mayor ( b ) y otro la base menor ( b' ), que se lee “b prima”, por la comilla que se le pone arriba a la derecha para diferenciarla de la otra base. (¡Ah! Lo de “prima” no quiere decir que algunos de sus padres sean hermanos.)

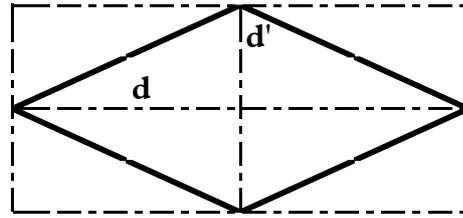
Bien, si observamos detenidamente el dibujo, vemos que se ha colocado justo al lado del trapecio más señalado otro exactamente igual pero con las bases intercambiadas. Y si nos fijamos más, nos daremos cuenta de que los dos trapecios forman exactamente un paralelogramo romboide, del que ya sabemos cuál es su fórmula. Así que en ese romboide la base está formada por la suma de las dos bases del trapecio, y la altura sigue siendo la misma del trapecio. Entonces el área del romboide es:

$$\text{base} \cdot \text{altura} = (b + b') \cdot h$$

Pero como el trapecio es justamente la mitad, porque dos trapecios han formado el romboide, obtenemos la fórmula general de los trapecios:

$$A_{\text{trapecio}} = \frac{(b + b') \cdot h}{2}$$

### 9.6.- Área del rombo.



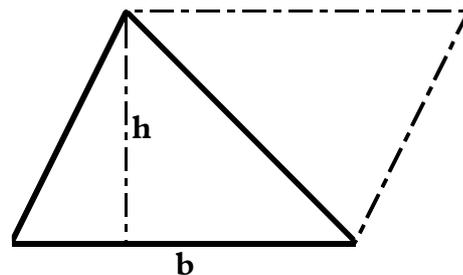
Observamos en la figura que el rectángulo que rodea al rombo está formado por ocho triángulos iguales, de los cuales cuatro (la mitad) son la superficie del rombo.

$$\text{Área del rectángulo} = \text{base} \cdot \text{altura}$$

Luego el área del rombo será la mitad de la del rectángulo. Como en realidad la base del rectángulo mide igual que la diagonal mayor (d) del rombo y la altura del rectángulo mide igual que la diagonal menor (d') del rombo, sacamos la fórmula:

$$A_{\text{rombo}} = \frac{d \cdot d'}{2}$$

### 9.7.- Área del triángulo.

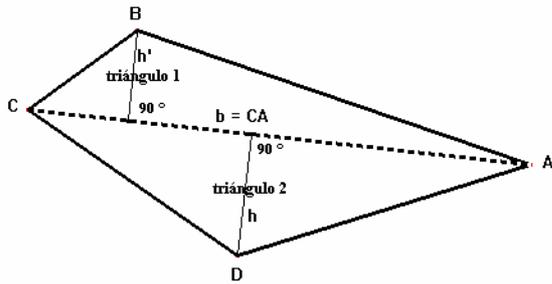


Si adosamos otro triángulo igual pero invertido al triángulo inicial, se forma un romboide, que tiene el doble de superficie que el triángulo, ya que está formado por dos triángulos iguales.

$$\text{Área del romboide} = b \cdot h$$

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

## 9.8.- Área del trapecioide.



Para calcular el área de un trapecioide se hace una triangulación, es decir, dividir el trapecioide en triángulos trazando una de sus dos diagonales. Una vez hecho esto, se calcula el área de los dos triángulos que lo forman y la suma de ellas será el área del trapecioide.

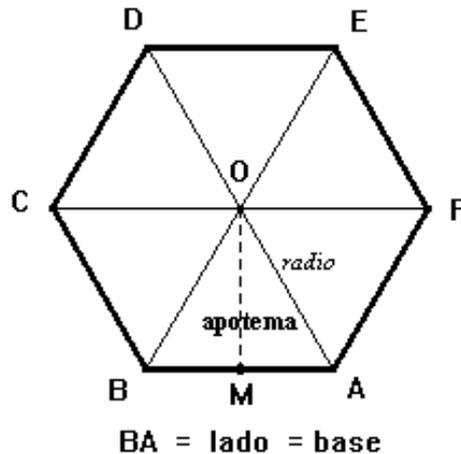
$$A_{\text{trapecioide}} = \frac{b \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h'}{2} = \frac{b \cdot (h + h')}{2}$$

No hay una fórmula específica para calcular las áreas de los trapecioides; en realidad, la que usaremos siempre en estos casos será la del triángulo, para hallar las áreas de los dos que forman los trapecioides.

Fíjate que en el caso de la figura de arriba se ha dividido el trapecioide en dos trazando la diagonal larga, pero igual se podría haber trazado la otra diagonal. Dibújalo tú de esta 2ª forma en tu cuaderno y me lo enseñas.

## 9.9.- Área de los polígonos regulares.

Debes echar un vistazo a las páginas 82, 83 y 84 para refrescar la memoria sobre los diversos conceptos de los polígonos: los regulares, nombres, apotema, circunferencia circunscrita, etc.



En la figura tenemos un hexágono regular. En él observamos que al trazar las diagonales de cada vértice al opuesto se forman 6 triángulos, que en este caso son equiláteros, porque el radio de la circunferencia circunscrita al hexágono es igual al lado del hexágono, pero en otros polígonos regulares al dividir en triángulos se forman triángulos isósceles.

Así que el área del hexágono de la figura es igual a la suma de las áreas de los 6 triángulos que se forman.

$$A_{1 \text{ triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow \frac{\text{lado} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{l \cdot a_p}{2}$$

$$A_{6 \text{ triángulos}} = \frac{6 \cdot l \cdot a_p}{2}$$

como el perímetro  $\rightarrow p = 6 \cdot l$

$$A_{\text{hexágono regular}} = \frac{p \cdot a_p}{2}$$

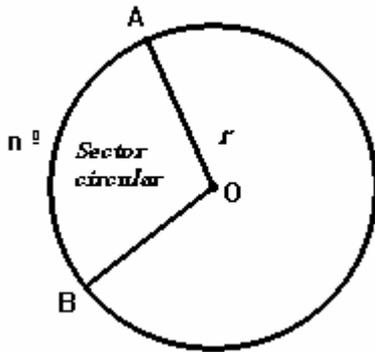
En general, el área de cualquier polígono regular se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{p \cdot a_p}{2}$$

{ p  $\rightarrow$  perímetro  $\rightarrow$  medida de los lados  
 { a<sub>p</sub>  $\rightarrow$  apotema  $\rightarrow$  del centro al medio de un lado



### 9.12.- Área del sector circular.



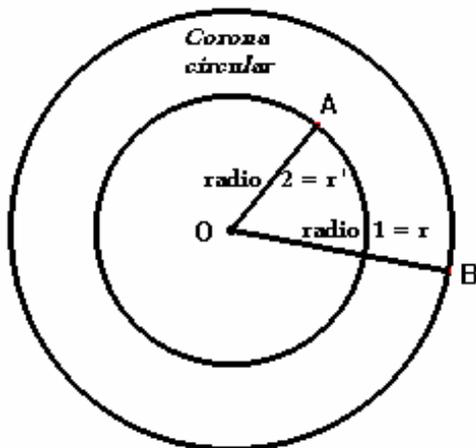
Un sector circular es la parte del círculo que está comprendida entre dos radios. Como sabemos que el área del círculo, o sea, la correspondiente a un ángulo completo ( $360^\circ$ ), es  $\rightarrow \pi \cdot r^2$ , pues por una regla de tres vamos a averiguar cuál es el área de una parte de ese círculo de "n" grados. Veamos:

$$\left\{ \begin{array}{l} 360^\circ \dots\dots(\text{directa})\dots\dots \pi r^2 \\ n^\circ \dots\dots\dots "x" (\text{¿área?}) \end{array} \right\}$$

$$\left[ \frac{360^\circ}{n^\circ} = \frac{\pi r^2}{A_{S.C.}} \right] \rightarrow 360^\circ \cdot A_{S.C.} = n^\circ \cdot \pi r^2$$

$$A_{\text{Sector Circular}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ}$$

### 9.13.- Área de la corona circular.



Una corona circular es la parte de círculo que está comprendida entre dos circunferencias concéntricas. Así que si restamos al área del círculo mayor el área del círculo menor, tendremos la fórmula para calcular las áreas de las coronas circulares. Veamos:

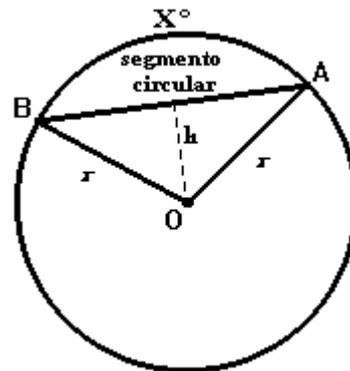
$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\text{Círculo mayor}} = \pi r^2 \\ A_{\text{Círculo menor}} = \pi r'^2 \end{array} \right\}$$

$$A_{\text{Corona circular}} = A_{\text{Círculo mayor}} - A_{\text{Círculo menor}}$$

$$A_{\text{Corona circular}} = \pi r^2 - \pi r'^2$$

$$A_{\text{Corona circular}} = \pi \cdot (r^2 - r'^2)$$

### 9.14.- Área del segmento circular.



Un segmento circular es la parte del círculo comprendida entre una cuerda (AB) y su arco (AXB). Su área será igual al área del sector circular de arco AXB menos el área del triángulo isósceles AOB, cuya altura es "h" y su base "b" es la cuerda AB.

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\text{Sector circular}} = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ} \\ A_{\text{Triángulo}} = \frac{\overline{AB} \cdot h}{2} \end{array} \right\}$$

$$A_{\text{Segmento circular}} = A_{\text{Sector circular}} - A_{\text{Triángulo}}$$

$$A_{\text{Segmento circular}} = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ} - \frac{\overline{AB} \cdot h}{2}$$

## 9.15.- Hoja resumen de las áreas de las figuras planas.

NOTA: aunque no son áreas, se incluyen las fórmulas de las longitudes de la circunferencia y de un arco.

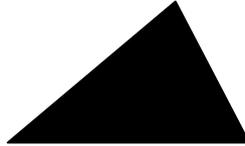
### RECTÁNGULO

$$A = b \cdot h$$



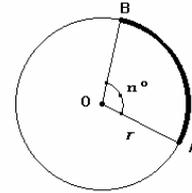
### TRIÁNGULO

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



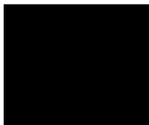
### LONGITUD DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA

$$L = \frac{\pi \cdot r \cdot n^\circ}{180^\circ}$$



### CUADRADO

$$A = \ell^2$$

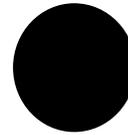


### TRAPEZOIDE Por triangulación.



### CÍRCULO

$$A = \pi \cdot r^2$$



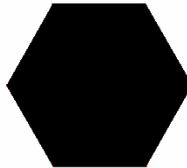
### ROMBOIDE

$$A = b \cdot h$$



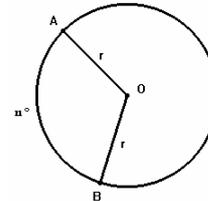
### POLÍGONO REGULAR

$$A = \frac{p \cdot a_p}{2}$$



### SECTOR CIRCULAR

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ}$$

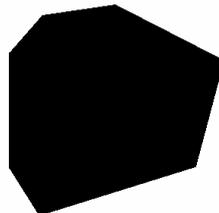


### TRAPECIO

$$A = \frac{(b + b') \cdot h}{2}$$

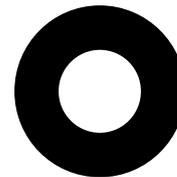


### POLÍGONO IRREGULAR Por triangulación.



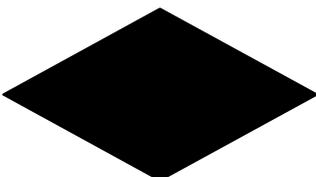
### CORONA CIRCULAR

$$A = \pi \cdot r^2 - \pi \cdot r'^2$$



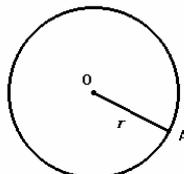
### ROMBO

$$A = \frac{d \cdot d'}{2}$$



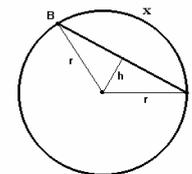
### LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$



### SEGMENTO CIRCULAR

$$A = A_{\text{Sector}} - A_{\text{Triángulo}}$$



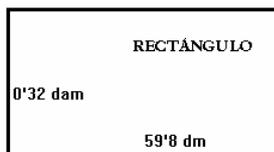
## 9.16.- Ejercicios resueltos.

### OBSERVACIONES INICIALES :

- 1ª) Es muy importante **que hayas comprendido bien** los procesos o demostraciones mediante los cuales hemos ido obteniendo cada una de **las fórmulas**, porque ello te ayudará a saber deducir alguna fórmula de la que no te acuerdes de memoria en un momento dado.
- 2ª) No obstante, es muy conveniente **que te aprendas las fórmulas de memoria** lo antes posible.
- 3ª) Antes de empezar a aplicar las fórmulas, debes **reducir todas las medidas** que te den como datos en cada ejercicio **a una misma unidad**. No operes “m” con “mm”, ni “cm” con “km”, etc., sino pasarlo todo a la unidad que más te interese o te pidan al final.
- 4ª) **No confundas las transformaciones de unidades de longitud con las de superficie**. En todos los ejercicios y/o problemas sobre áreas habrá datos de unidades de longitud y de superficie; las primeras van de 10 en 10 y las segundas de 100 en 100. Por ejemplo:  
 $5 \text{ m} \rightarrow 5 \cdot 100 = 500 \text{ cm}$   
 $5 \text{ m}^2 \rightarrow 5 \cdot 10000 = 50000 \text{ cm}^2$   
 Si no te acuerdas bien, repasa las páginas 4 a 14.
- 5ª) Dibuja bien todas las figuras y/o líneas. Si cuidas la **presentación**, usas **regla, escuadra y/o cartabón** para trazar perpendiculares o paralelas y **compás**, seguro que tú mismo apreciarás más tu trabajo, tendrás más interés y quizás le encuentres más satisfacción a lo que haces, porque la geometría es más atractiva para la mayoría que los temas de cálculo.
- 6ª) Aunque te sepas bien las **fórmulas, no dejes de escribir la que corresponda en cada ejercicio** o problema antes de sustituir los datos, porque eso te ayudará a memorizarlas mejor sin esfuerzo y, lógicamente, a olvidarlas menos.

### EJERCICIOS RESUELTOS

- 1.- Calcula el área de la figura siguiente en metros cuadrados.



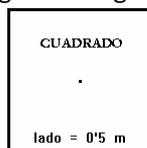
⊗ Ajustes previos :

$$b = 59'8 \text{ dm} \rightarrow 59'8 : 10 = 5'98 \text{ m}$$

$$h = 0'32 \text{ dam} \rightarrow 0'32 \cdot 10 = 3'2 \text{ m}$$

⊗  $A = b \cdot h = 5'98 \text{ m} \cdot 3'2 \text{ m} = 19'136 \text{ m}^2$

- 2.- Calcula el área (en  $\text{dm}^2$ ) y el perímetro (en dam) de la siguiente figura :



⊗ Ajustes previos :

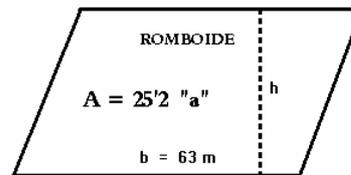
$$l = 0'5 \text{ m} \rightarrow 0'5 \cdot 10 = 5 \text{ dm}$$

$$l = 0'5 \text{ m} \rightarrow 0'5 : 10 = 0'05 \text{ dam}$$

⊗  $A = l \cdot l = l^2 = 5 \text{ dm} \cdot 5 \text{ dm} = 25 \text{ dm}^2$

⊗  $p = 4 \cdot l = 4 \cdot 0'05 \text{ dam} = 0'2 \text{ dam}$

- 3.- Conociendo los datos que aparecen en la figura, calcula cuántos centímetros mide la altura del romboide.



⊗ Ajustes previos:  $\left\{ \begin{array}{l} 25'2 \text{ a} \rightarrow 25200000 \text{ cm}^2 \\ 63 \text{ m} \rightarrow 6300 \text{ cm} \end{array} \right.$

$$A = b \cdot h \rightarrow 25200000 = 6300 \cdot h \rightarrow$$

**Solución  $\rightarrow h = 4000 \text{ cm}$**



Ya comentamos en el anterior libro algunos aspectos del paso de la etapa adolescente a la etapa juvenil, y decíamos que esta fase de la vida es esencial en el desarrollo de las personas, porque es donde se producen hechos y cambios muy importantes: físicos, afectivos, educativos, sexuales, sociales, etc.

Fijándonos en los aspectos sexuales, podemos apuntar que **una parte significativa de adolescentes pasan a “ser” jóvenes sin haber recibido una adecuada educación sexual, tanto en el momento adecuado como de la forma y con la claridad que serían convenientes para un desarrollo armónico, sin traumas ni lacras que les condicionen su vida futura.**

También es obligado indicar que, como en todo su proceso educativo, **es en el seno familiar donde se deben recibir las primeras informaciones claras y precisas sobre todo en referencia a lo que significa la aparición en estas edades de los caracteres sexuales.** Y, después, complementar convenientemente este proceso en el centro educativo, sea éste el colegio o el instituto, con profesionales especializados. No sucede así siempre, desgraciadamente, y es imprescindible concienciar tanto a las familias como a los centros educativos de que es éste, entre otros ya expuestos, un aspecto fundamental a mejorar notablemente en la educación.

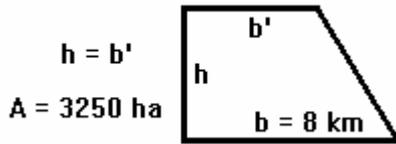


¿Has recibido tú información sobre ello? ¿De quién? **¿Te parece sana, clara, concreta y formativa la educación sexual recibida?**



Tema 9. Área de figuras planas.

4.- **Uno difícil.** Una finca tiene forma de trapecio rectángulo, y se conocen los siguientes datos:



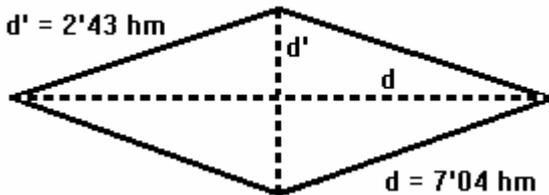
¿Cuántos km mide la altura?

⊗ Ajuste previo:  
 $3250 \text{ ha} \rightarrow 3250 : 100 = 32'50 \text{ km}^2$

⊗  $A_{\text{Trapezio}} = \frac{(b + b') \cdot h}{2} \rightarrow$  Sustituimos:  
 $32'50 = \frac{(8 + x) \cdot x}{2} \rightarrow$  Resolvemos:  
 $65 = 8x + x^2 \rightarrow$  Ponemos en forma general:  
 $0 = x^2 + 8x - 65 \rightarrow$  Aplicamos la fórmula:  
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 4 \cdot 1 \cdot 65}}{2 \cdot 1}$   
 $= \frac{-8 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-8 \pm 18}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ km}$

Observa que hemos desechado la solución negativa (-13), porque no tiene sentido que la altura o la base menor fueran negativas.  
**Solución  $\rightarrow$  La altura mide 5 km.**

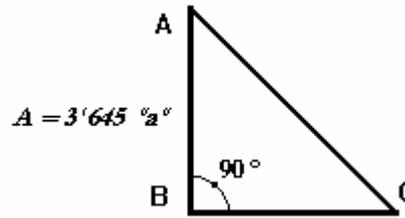
5.- **A**verigua cuántas "ca" de área tiene el rombo siguiente:



$A_{\text{Rombo}} = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{7'04 \text{ hm} \cdot 2'43 \text{ hm}}{2} =$   
 $= \frac{17'1072 \text{ hm}^2}{2} = 8'5536 \text{ "ha"}$

⊗ Ajuste final:  
 $8'5536 \text{ ha} \rightarrow 8'5536 \cdot 10000 = 85.536 \text{ "ca"}$

6.- **S**e sabe que el triángulo de la figura es un triángulo rectángulo e isósceles. Con los datos que dan, ¿cuántos decímetros mide cada uno de sus lados iguales?



⊗ Ajuste previo:  
 $3'645 \text{ "a"} \rightarrow 3'645 \text{ (dam}^2) \cdot 10000 = 36450 \text{ dm}^2$

⊗  $\overline{AB}$  (altura) =  $\overline{BC}$  (base)  $\rightarrow$  " x "

$A_{\text{Triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{x \cdot x}{2} = \frac{x^2}{2} =$   
 $36450 = \frac{x^2}{2} \Rightarrow 72900 = x^2 \Rightarrow$   
 $x = \sqrt{72900} = \pm 270 \text{ dm}$

**Solución:**  
**La base y la altura miden 270 dm.**

Diálogo que se produce es una de las estupendas clases de tutoría que la psicóloga del Departamento de Orientación del I.E.S. "Meléndez Valdés" de Villafranca (Badajoz):

**ÁNGELES:** "Tengo que decir, aunque veo que a la mayoría no le ha sucedido igual que a mí, que cuando me llegó la primera "regla" fueron mis padres, sobre todo mi madre, la que me dio toda clase de detalles e informaciones sobre lo que representa la vida sexual en las personas. Creo que estoy bien formada gracias a mi madre".

**BERTA:** "Pues has tenido mucha suerte, ya que yo he intentado muchas veces conversar con mi madre de estas cosas para que me las explicara bien, sin embargo, siempre busca excusas para no hablarme de ello, y de mi padre no digamos".

**CAYETANO:** "Un amigo mío de otro pueblo me ha dicho que en su instituto, en 2º y 3º de la ESO, les dan unas charlas y conferencias muy buenas sobre todos estos cambios de nuestra edad, y que se enteran perfectamente de todo".

**BRUNO:** "Yo lo que sé de estas cosas es lo que me han hablado algunos amigos míos ya mayores. Cuando tenemos estas conversaciones nos pasamos unos buenos y largos ratos, y es ahí donde yo me he informado de los aspectos sexuales".

**PULCRO:** "Yo creo que la vida sexual de cada uno debe ser privada, y que hay que guardarse de ir alardeando por ahí de besos y achuchones que sólo buscan el llamar la atención".

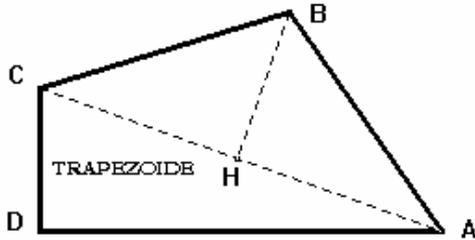
**EVA:** "Para mí la vida sexual es de lo más importante de mi vida. Desde que la descubrí vivo mejor, y no me traumatiza nada dejarme llevar por mis deseos y sentimientos".

**LUCRECIA:** "En mi casa no me hablaron nunca de esto, aunque yo tampoco lo pregunté, pero mi profesora de Ciencias nos ha dado una serie de clases con diapositivas, videos, explicaciones, etc., donde me he enterado de casi todo de forma muy clara y muy instructiva, sin escondernos información ni evadir preguntas claras y directas".

¿Qué piensas tú de todo lo expuesto?

Tema 9. Área de figuras planas.

7.- Calcula el área de la figura.

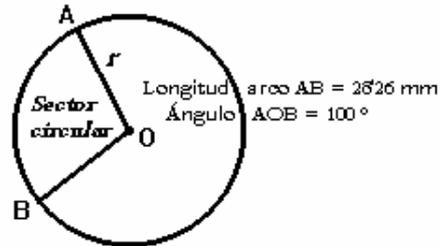


DATOS :  $\begin{cases} \overline{AD} \approx 5'66 \text{ cm} ; \overline{CD} = 2 \text{ cm} \\ \overline{AC} = 6 \text{ cm} ; \overline{BH} = 2'2 \text{ cm} \end{cases}$

$$A_{\text{Triángulo ACD}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5'66 \cdot 2}{2} = 5'66 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Triángulo ABC}} = \frac{b' \cdot h'}{2} = \frac{6 \cdot 2'2}{2} = 6'6 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Trapezoide}} = 5'66 + 6'6 = 12'26 \text{ cm}^2$$



⊗ Pasos a seguir:

→ Como sabemos la longitud, averiguar el "r".

→ Y después, calcular el área del sector.

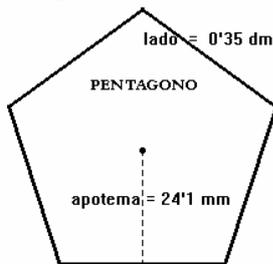
$$L_{\text{Arco}} = \frac{\pi r n^\circ}{180^\circ} \Rightarrow 38'26 = \frac{3'14 \cdot r \cdot 100}{180}$$

$$\text{radio} = \frac{38'26 \cdot 180}{3'14 \cdot 100} = 16'2 \text{ mm}$$

$$A_{\text{Sector Circular}} = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ} = \frac{3'14 \cdot 16'2^2 \cdot 100}{360}$$

$$A_{\text{Sector Circular}} = 228'906 \text{ mm}^2$$

8.- Calcula el perímetro y el área de este polígono regular:



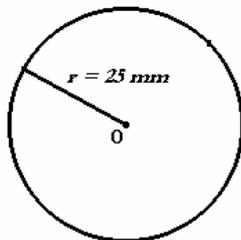
⊗ Ajuste previo :

$$0'35 \text{ dm} \rightarrow 0'35 \cdot 100 = 35 \text{ mm}$$

$$\text{Perímetro} = 5 \cdot l = 5 \cdot 35 = 175 \text{ mm}$$

$$A_{\text{Pentágono}} = \frac{p \cdot a_p}{2} = \frac{175 \cdot 24'1}{2} = 2108'75 \text{ mm}^2$$

9.- Hallar la longitud de la circunferencia y el área del círculo de la figura :

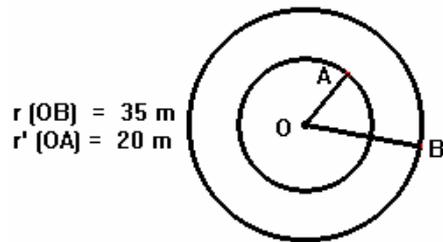


$$L_{\text{Circunferencia}} = 2 \pi r = 2 \cdot 3'14 \cdot 25 = 157 \text{ mm}$$

$$A_{\text{Círculo}} = \pi r^2 = 3'14 \cdot 25^2 = 1962'5 \text{ mm}^2$$

10.- Otro complicadillo. Calcula el área del sector circular de la figura siguiente :

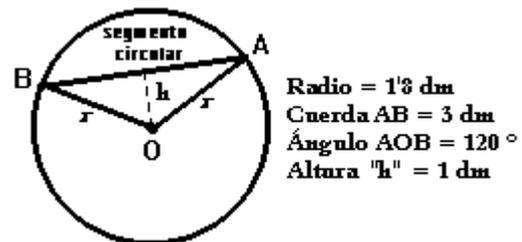
11.- ¿Cuánto cuesta pintar una zona de la plaza de un pueblo, de forma de corona circular, con los datos de la figura, si cuesta a razón de 1'60 €/m<sup>2</sup>.



$$A_{\text{Corona Circular}} = \pi (r^2 - r'^2) = 3'14 \cdot (35^2 - 20^2) = 2590'5 \text{ m}^2$$

$$\otimes 2590'5 \text{ m}^2 \cdot 1'60 \text{ €/m}^2 = 4.144'8 \text{ €}$$

12.- ¿Qué área tiene este segmento circular?



$$A_{\text{Sector Cir.}} = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ} = \frac{3'14 \cdot 1'3^2 \cdot 120}{360} \approx 3'4 \text{ dm}^2$$

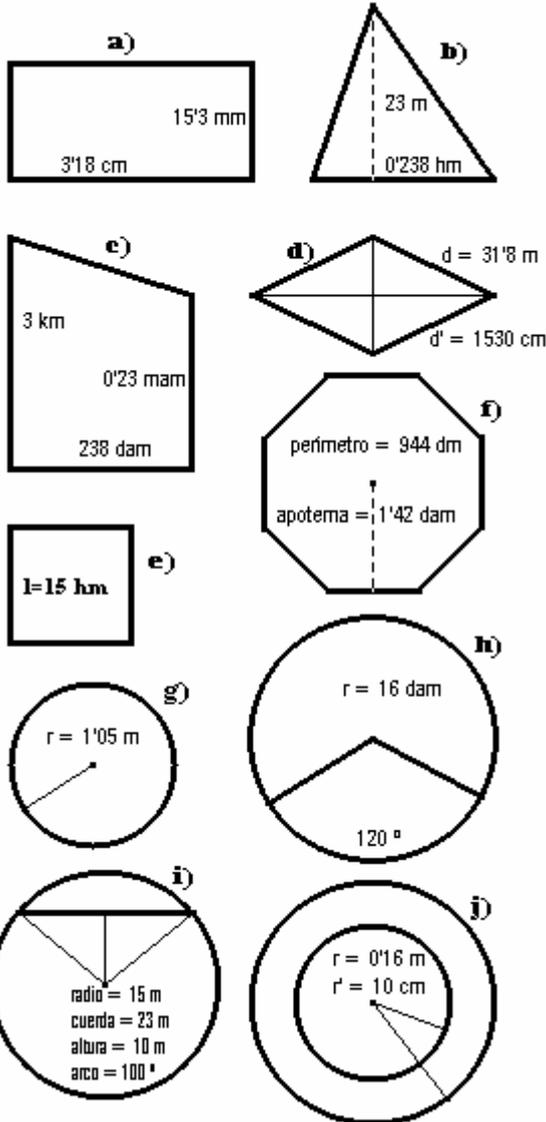
$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 1}{2} = 1'5 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{Segmento Circular}} = 3'4 - 1'5 = 1'9 \text{ dm}^2$$

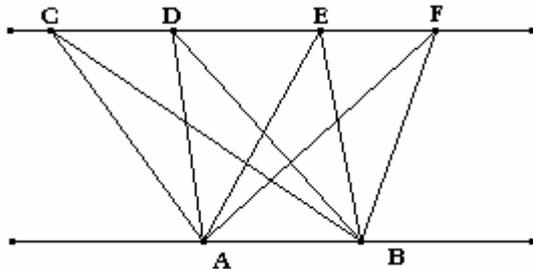


**9.17.- Ejercicios para resolver.**

- 1.- Dibuja un cuadrilátero que no sea paralelogramo ni trapecio y que tenga un ángulo recto.
- 2.- Calcula el área de las siguientes figuras:



- 3.- ¿Cuál de los cuatro triángulos que tienen como base AB tiene mayor área?



- 4.- ¿Cuánto costará poner las baldosas a una habitación rectangular de 60 dm de ancha y 0'9 dam de larga si cada  $m^2$  de baldosas puestas vale a 20'75 euros?
- 5.- Averigua los metros que mide la altura de un triángulo cuya área es de  $3000 \text{ dm}^2$  si su base mide 0'04 hm.
- 6.- Se va a hacer un camino de 5 km de largo y una anchura de 450 cm. ¿Cuánto costará sólo el terreno necesario si se paga a 120.000 euros la hectárea?
- 7.- Hallar cuántas diagonales tiene y qué suman los ángulos de un polígono regular cuya apotema mide 225 mm, su lado 16 cm y su área es de  $18 \text{ dm}^2$ .
- 8.- Si el diámetro de una moneda mide 25 mm, ¿qué área suman sus dos caras?
- 9.- Después de haber dado el aro de un niño 60 vueltas, ¿cuántos mm le faltan por recorrer hasta 2 hm si el radio es de medio metro?
- 10.- En un círculo de 50 metros de radio, ¿qué área tiene un sector circular de 20 grados?

~~~~~

Pigmalión, según la mitología griega, era un rey legendario de Chipre, buen escultor, que dedicaba casi todo su tiempo a esculpir, y al que no se le conocían otras aficiones, hasta tal punto que no se planteaba ni el matrimonio. Pero a causa de su progresiva soledad, decidió hacer una escultura de mujer en marfil. Tanto y tanto la fue trabajando y perfeccionando que cada día se enamoraba más de ella, y en una de las fiestas que se celebraban en honor de la diosa Afrodita ofreció un sacrificio para que la diosa le concediera el deseo de dar vida a su estatua. Afrodita atendió su petición. Así que Pigmalión se casó con su bella escultura, a la que la diosa había convertido de mármol en carne y hueso, convirtiéndola en reina de Chipre, y al poco tiempo ésta le dio una bella hija.



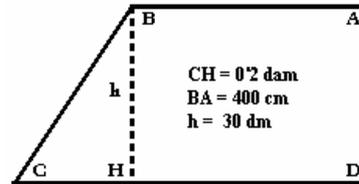
Y a cuento de qué viene esta historia. Pues como se dice en la leyenda, Pigmalión tuvo tanta fe, tanta ilusión y tanta confianza en su estatua y en sus deseos que consiguió de ella convertirla en persona humana. Esto es el efecto Pigmalión, es decir, que cuando a uno le hacen sentirse capaz, con posibilidades, con moral, con expectativas y con confianza, se consigue siempre mucho más positivo que haciendo lo contrario.

~~~~~

11.- Con ayuda del compás y la regla, dibuja un cuadrado como se explica en la página 83. El radio de la circunferencia circunscrita debe medir 3 cm. Calcula después el área de los cuatro segmentos circulares que quedan entre el círculo y el cuadrado.

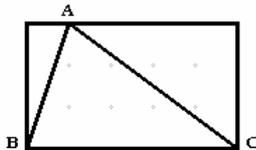
18.- Se va a cercar una finca de forma rectangular cuya superficie mide 36 "ha", 12 "a" y 50 "ca". El largo del rectángulo es de 12'5 hm, y cada metro de cerca alámbrica vale a 1'40 €. ¿Cuál será el importe total?

19.- Hallar el área del trapecio de la figura en metros cuadrados.

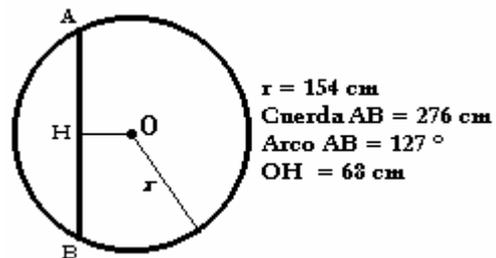


**SOLUCIONES de los números 12 al 16 en la pág. 783.**

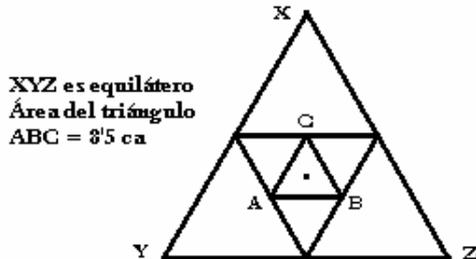
12.- ¿Cuántos dam<sup>2</sup> mide el área de la parte rayada de la figura si sabemos que el triángulo ABC tiene 22'5 "ha" ?



20.- Calcular el área rayada de la figura.

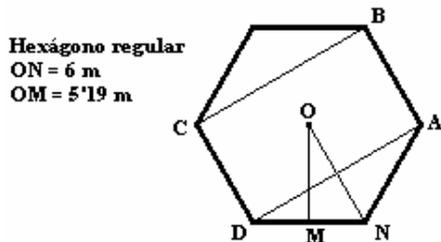


13.- ¿Cuántos dm<sup>2</sup> mide el triángulo XYZ?



XYZ es equilátero  
Área del triángulo  
ABC = 3'5 ca

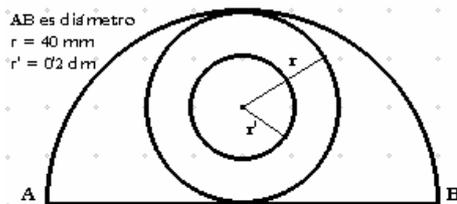
14.- Calcula el área del rectángulo ABCD.



Hexágono regular  
ON = 6 m  
OM = 5'19 m

15.- Calcula el perímetro de un triángulo isósceles sabiendo que la altura sobre el lado desigual mide 0'003 km, cada lado de los iguales 400 cm y el área es 15 m<sup>2</sup>.

16.- ¿Cuántos cm<sup>2</sup> tiene la superficie rayada?



AB es diámetro  
r = 40 mm  
r' = 0'2 dm

17.- Si el área de un cuadrado es 49 cm<sup>2</sup>, ¿cuántos mm mide su lado?

No es frecuente encontrar conversaciones entre adolescentes como las siguientes, pero todo se andará...

EDUARDO: "Hay una costumbre que yo cogí desde muy pequeño: ducharme todas las mañanas al levantarme y asearme bien antes de salir. Ya me es imposible pasar un día sin hacerlo".

FÁTIMA: "Uno de los valores que más aprecio es el respeto a la persona, independientemente de su sexo, color de piel o dinero".



GENOVEVA: "En mi familia tenemos por hábito pasar unas revisiones periódicas, generalmente anuales, para que el especialista indicado nos explore la vista, la dentadura, los oídos, la nariz y otros órganos esenciales y en desarrollo de nuestro cuerpo".

HIGINIO: "Hay personas que no se dan cuenta de que hablan muy cerca del rostro de los demás, produciendo a veces situaciones embarazosas (saliva que salta a la cara), por ello yo procuro mantener siempre una distancia adecuada en las conversaciones".

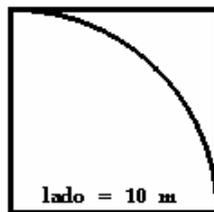
¿Cosas raras, o Urbanidad, buenos modales, buenas costumbres y buena educación ?

Tema 9. Área de figuras planas.

21.- En las fiestas de la Coronada de Villafranca se va a celebrar "La batalla de la uva", actividad que consiste en divertirse tirándose bagos de uva en una plaza circular. Para ello se va a cubrir dicha plaza con una capa de arena, de la que se necesitan 5 kg para cada  $m^2$ . Si la circunferencia de la plaza tiene una longitud de 1'57 hm, ¿cuánto costará cubrir la plaza entera de arena a razón de 2 €/kg?

22.- ¿Cuántos grados tiene un sector circular de radio 300 mm y de área  $10\pi\text{ cm}^2$ ?

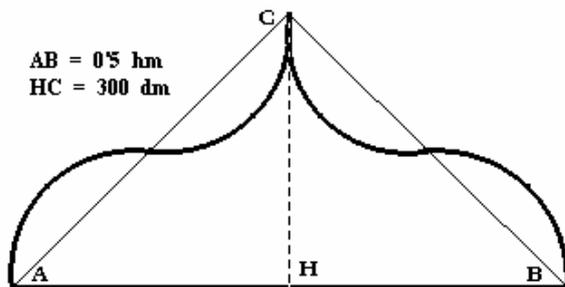
23.- Averigua los  $dm^2$  de la parte rayada.



24.- ¿Cuántos  $cm^2$  tiene un círculo cuyo perímetro es de 282'6 dm?

25.- Calcula, sin hallar el radio, cuál es el área de un sector circular de  $15^\circ$  sabiendo que el círculo que lo contiene es de 75'36  $cm^2$ .

26.- ¿Cuánto vale el área rayada a razón de 5 €/m<sup>2</sup>?

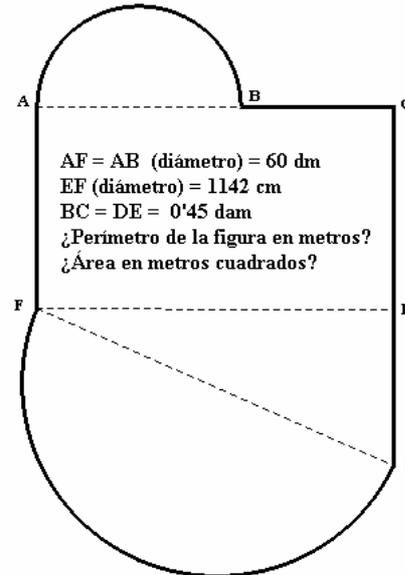


27.- Un romboide tiene una base que es triple que su altura. Si tiene de área 1875  $mm^2$ , ¿cuántos cm miden la base y la altura?

28.- El perímetro de un rombo es de 600 dm y la diagonal menor es 5/6 partes del lado. ¿Cuántos m mide la diagonal mayor si tiene una superficie de 216  $m^2$ ?

29.- Hallar los miriámetros cuadrados de área de un pentágono regular de 35 km de lado y cuya apotema mide 241 hm.

30.- Calcula lo que te piden en la figura.



Conversación entre jóvenes en un fin de semana cualquiera:

**BRAULIO:** "Ya estamos cansados de que no nos dejen beber lo que queramos y donde queramos".

**ATANASIA:** "Nada más que se preocupan de meterse con los jóvenes, en lugar de prohibir el beber alcohol a tantos mayores a los que hace mucho más daño que a nosotros".

**UBALDO:** "Yo estoy de acuerdo con tomar el botellón en la calle, pero deberíamos molestar menos a los vecinos".



**DESIDERIO:** "Mira, la mayoría de los jóvenes de hoy no pueden vivir los fines de semana sin el alcohol, y muchos, desgraciadamente, sin drogas. En realidad son esclavos de la botella y la pastilla, y se les pasan los mejores años de su vida sin darse cuenta de ello y sin aprovecharlos".

**EUFEMIA:** "Los chicos y jóvenes actuales tenemos más valores que nuestros padres cuando lo eran. Sabemos beber mejor, somos más cultos, ligamos más y nos lo pasamos guay".



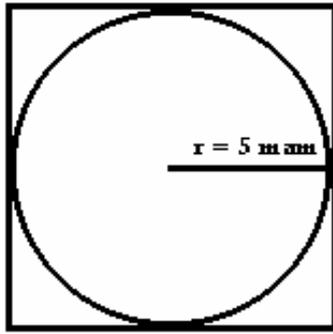
**DACIANO:** "Pienso que la convivencia de la mayoría de los jóvenes durante los fines de semana se ha desmadrado, o mejor dicho, se ha intoxicado, tanto de alcohol y de drogas como de faltas de respeto a los ciudadanos y de falta de mesura en casi todos nuestros comportamientos. Así no llegaremos muy lejos".

**HEVY:** "Quieren dominarnos a la fuerza como hicieron con ellos, y no podrán. La juventud de hoy tiene mucho aguante. Antes no sabían divertirse, y por mucho que se lo propongan no van a conseguir cambiar nuestros buenos ratos de los fines de semana".

¿Tienes tú opinión sobre todo esto? ¿Cuál?

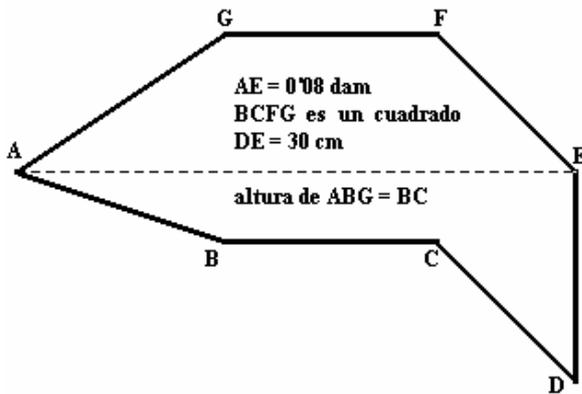


31.- ¿Cuántas hectáreas tiene la parte rayada?



32.- Un terreno de forma de trapecio isósceles tiene una base mayor de 15 hm. Si la base menor es la tercera parte de la mayor y forma un cuadrado con las alturas que salen de sus extremos y la parte correspondiente de la base mayor, ¿cuánto costará a razón de 30.000 €/ha?

33.- Calcular el área de la parte rayada en decímetros cuadrados.



34.- EXTRA. Dibuja un trapecio circular y la fórmula de su área.

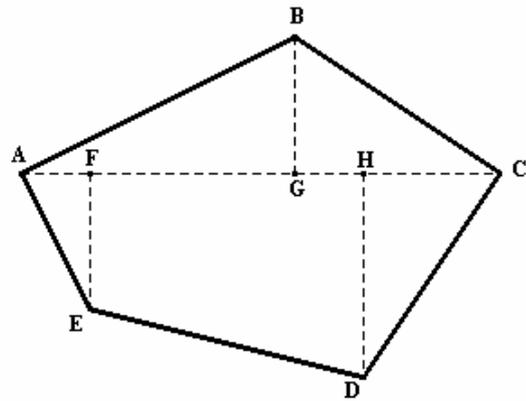
35.- EXTRA. Dibuja en tu cuaderno un heptágono irregular cuyo lado menor mida 3 cm y el mayor 8 cm. Halla su área.

36.- Halla el área de una página de tu cuaderno desde la línea del margen a la derecha.

37.- Calcula la longitud de la circunferencia de radio 0'1 m y el área que encierra.

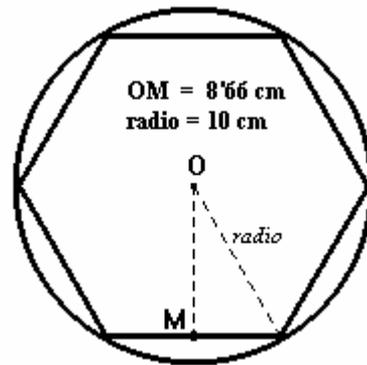
38.- ¿Cómo tiene que ser un triángulo para poder hallar su área conociendo sólo dos de sus lados?

39.- Si la figura representa el plano de un terreno que cuesta a razón de 4'25 euros la centiárea, ¿cuánto costará?



AF = 100 m ; FG = 30 dam ; GH = 0'1 km ; HC = 2 hm ;  
BG = 200000 mm ; FE = 2000 dm ; HD = 30000 cm.

40.- Hallar el área de la parte rayada.



¿A quién no le gusta la música? Por lo menos algún tipo de música.

La música es el placer del alma, bueno, pienso yo que no toda clase de música, porque cierta "música"... La buena música actúa como gimnasia de mantenimiento del espíritu; con ella podemos conseguir expresar lo inexpresable; a veces es como un lenguaje que nos traslada o comunica con el más allá, y siempre puede ser considerada como el lenguaje universal.

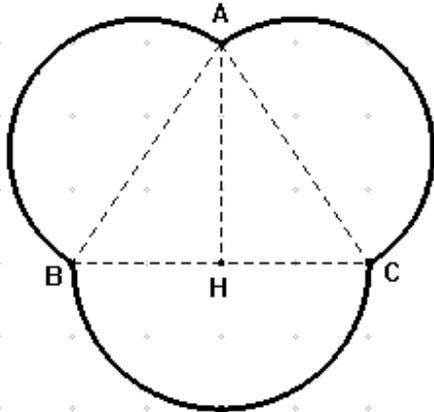
Cuando sentimos la soledad y decidimos escuchar música, percibimos que poco a poco esa soledad se puebla, porque nos transporta a los mundos del espíritu y deleita a nuestra imaginación. Un cierto tipo de música nos envuelve de amor, otro de nostalgia, otro de alegría, otro de recuerdos, otro de armonía, otro de tristeza, otro de silencio, otro de quietud, otro de...

¿La música que a ti te gusta tiene algo que ver con lo que en esta reflexión se dice?

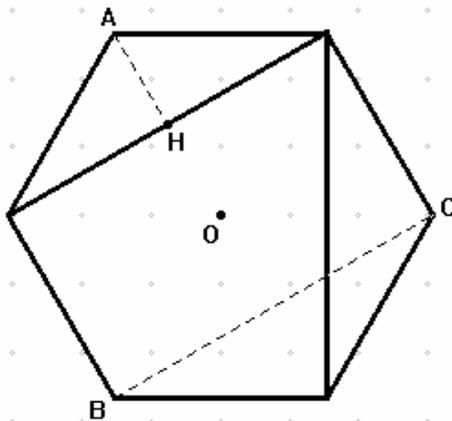
¿Sientes con cierto tipo de música cómo se desborda tu imaginación y se ensalza tu espíritu?

41.- Hallar lo que te piden en cada figura.

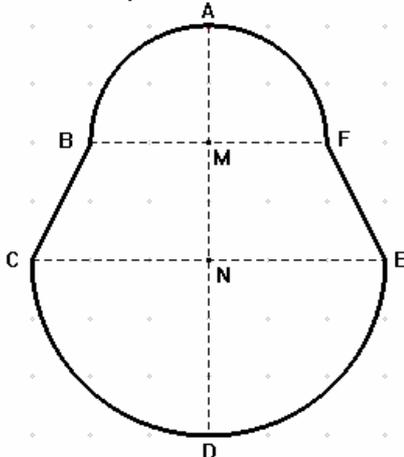
- a) ABC es un triángulo equilátero.  
 AB, AC y BC son diámetros.  
 AB = 0'6 dm  
 AH = 51'9 dm  
 ¿Área rayada en "ca"?



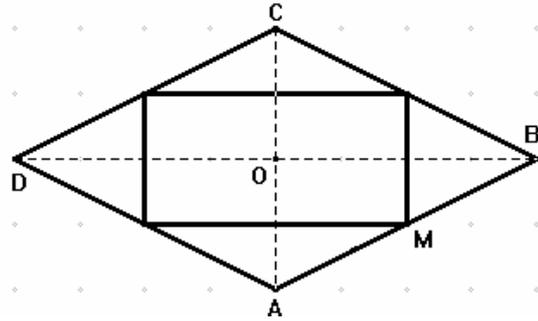
- b) "O" es el centro de la circunferencia circunscrita al hexágono regular de la figura.  
 AH = 40 cm ; BC = 13'86 dm  
 ¿Área rayada en "mm" cuadrados?



- c) Arcos BAF y CDE = 180°  
 AM = MN = 30 cm  
 AD = 1'05 m  
 ¿Área rayada en decímetros cuadrados?

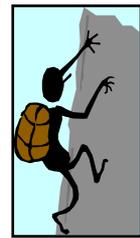


- d)  $BD = 2 AC = 0'8$  km  
 M punto medio de AB  
 ¿Área rayada en "ha"?



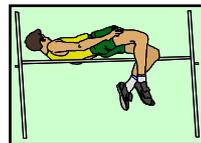
Hay adolescentes que no ven el lado negativo de algunos de sus horizontes, ni comprenden la mayoría de las prohibiciones, ni mucho menos poseen la suficiente fuerza de voluntad para luchar contra costumbres y hábitos placenteros o cómodos a los cuales se han ido acostumbrando por la moda, el gusto, las relaciones o tanta y tanta propaganda con la que son bombardeados a diario desde tantos focos.

No es nada fácil rechazar lo que a uno le atrae, ni nada cómodo dejar de darle al cuerpo lo que le pide, ni nada sencillo darse cuenta de lo que a uno le conviene o no, y mucho menos realizable conseguir hacer lo que debes si va en contra de las apetencias de la época en que vives, sobre todo en la adolescencia.



Es verdad; es muy difícil y complicado tener mentalidad de más años cuando se es adolescente o joven. Eso es comprensible.

Pero a pesar de ello, es muy conveniente que te pongas en la encrucijada de tener que reflexionar y decidir sobre algo muy concreto que tú elijas: piensa en una sola cosa que tú tienes claro que debes hacer y te cuesta mucho trabajo, e intenta conseguirla de forma habitual para tu vida, pero no porque alguien te lo pida sino porque tú mismo llegues a valorar lo positivo de conseguirlo y, sobre todo, demostrarte a ti mismo que tienes madurez y fuerza de voluntad para alcanzar algo que te propones. Si así fuera, y lo consiguieras, además de reportarte inmensos beneficios para el presente, sería importantísimo para tu desarrollo futuro la satisfacción de haber conseguido TÚ MISMO algo muy difícil para ti, algo muy costoso, algo por lo que te habrías sacrificado mucho. Eso te ayudaría poco a poco a confiar en tus fuerzas, a fiarte de ti mismo y a no dejar de acometer otros logros espinosos de tu vida por miedo a no poder conseguirlos.



O sea, te haría una persona más responsable, autónoma y madura para afrontar las muchas dificultades que, sin duda, la vida te va a ir presentando.

**Hemos descubierto que no nos has dicho la verdad. Una de las cosas que más nos molestan, a mamá y a mí, es que nos mientan, sobre todo si el que lo hace es uno de nuestros hijos.**

Si no nos explicas con detalle lo sucedido, no volveremos a fiarnos de ti en nada. Eso quiere decir que no confiaremos en nada de lo que nos digas o nos asegures, ya que el que se atreve a engañar una vez a sus padres vuelve a hacerlo en otras ocasiones.

Si a ti te parece bien, tú sabrás...

Ten en cuenta que nadie te va a orientar, ayudar y aconsejar mejor que tus padres.

No vengas a pedir ayuda, dinero, consejo y orientación sólo para aquello que te interese. Eso es propio de personas egoístas, y si se trata de su relación con los padres, además no es de buenos hijos, sino de...

Una de las medidas que podemos tomar es no darte ningún dinero para nada. Ésta es una medida suave. Puede haber otras más duras para ti, aunque también nos duela a mamá y a mí.

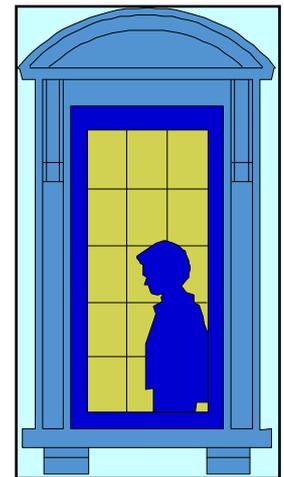
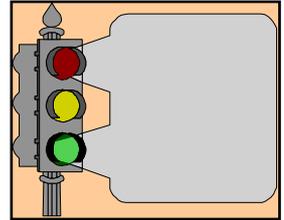
No quisiéramos endurecer nuestra relación contigo, pero según estamos viendo, los derroteros por los que te mueves, actúas y sigues no son los más adecuados. Empiezas a tener una vida mucho más problemática. Pero que te quede una cosa muy clara: **NO VAMOS A PERMITIR QUE TÚ NOS QUIERAS SÓLO PARA TUS CONVENIENCIAS, QUE NO NOS DIGAS COSAS QUE DEBES DECIR Y TE CALLAS, QUE VAYAS TENIENDO CADA VEZ MÁS VICIOS Y MENOS VIRTUDES Y, SOBRE TODO, QUE LLEGUES A MENTIRNOS POR EL MOTIVO QUE SEA.** Pondremos en práctica todas las medidas que podamos, aunque nos cueste, nos duela y nos busque problemas a todos, pero no nos rendiremos, te lo aseguramos. Algunos de tus amigos te hacen poco bien, si acaso, sin querer o queriendo, lo que consiguen es hacerte menos responsable, más dependiente de ellos y menos maduro para **SABER DECIR NO Y DECIDIR POR TI MISMO.**

Tus padres no son, afortunadamente, de éstos que no se preocupan todo lo necesario de sus hijos, que desgraciadamente los hay; al revés, te queremos y queremos lo mejor para ti, pero poco a poco tú cada vez te alejas más de nosotros y te acercas a situaciones y cosas que nunca te van a ayudar a hacerte una verdadera persona, con personalidad, madura e independiente.

También tenemos otra cosa clara: si tú no te dejas ayudar, no lo conseguiremos, pero sí te prohibiremos cosas que nos traerán conflictos y más disgustos a todos, el primero a ti, después a los demás. Reflexiona un poco sobre todo esto, si es que quieres y tienes deseos de mejorar.

Llevar una vida adecuada y madura no consiste en hacer lo que uno quiere sino en querer hacer lo que se debe.

Vamos a darte unos días de plazo para que nos comentes algo al respecto, nos digas qué piensas y qué vas a hacer para corregirte; si no es así, empezarán las medidas correctoras.



¿Qué piensas de todo esto? ¿Pasas? ¿Te interesa?  
¿Te ves reflejado en algo, en mucho, en todo o en nada?