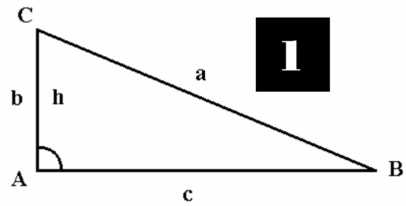
Ejercicios sobre los teoremas de PITÁGORAS, del cateto y de la altura.

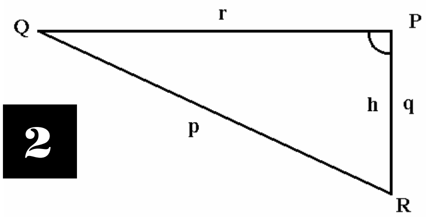
SOLUCIONES en la pág. 837.

1



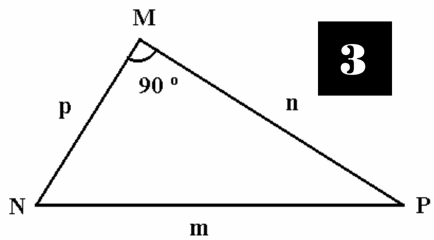
Datos
- Hipotenusa → ¿ **a** (en cm) ?
- Cateto → **c** = 5200 mm
- Cateto → **b** = 3'9 m

2



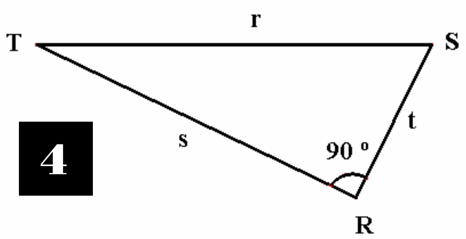
Datos
- Hipotenusa → **p** = 0'75 mam
- Cateto → **r** = 600 dam
- Cateto → ¿ **q** (en hm) ?

3



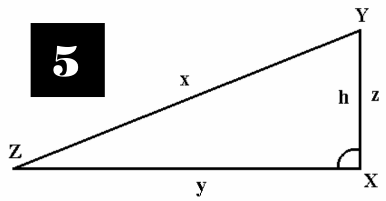
Datos
- Hipotenusa → **m** = 975 m
- Cateto → ¿ **n** (en dam) ?
- Cateto → **p** = 0'375 km

4



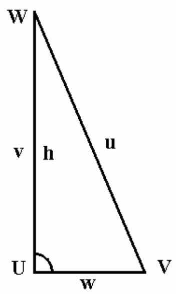
Datos
- Hipotenusa → ¿ **r** (en dm) ?
- Cateto → **s** = 11600 mm
- Cateto → **t** = 8'7 m

5



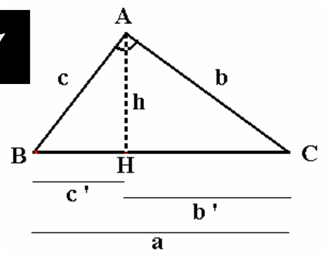
Datos
- Hipotenusa → **x** = 4750 m
- Cateto → ¿ **z** (en hm) ?
- Cateto → **y** = 0'38 mam

6



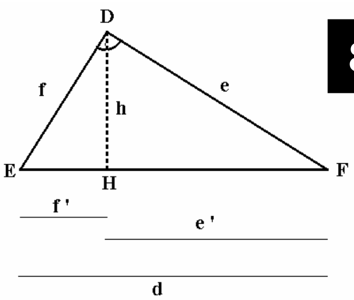
- Hipotenusa → **u** = 0'26 km
- Cateto → **w** = 10000 dm
- Cateto → ¿ **v** (en m) ?

7



Datos
- Hipotenusa → **a** = 650 m
- Proyección → **b '** = 416 m
- Cateto → ¿ **b** (en m) ?

8

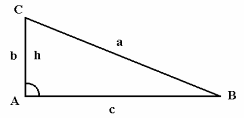


Datos
- Proyección → **f '** = 44'8 m
- Proyección → **e '** = 2520 cm
- Altura → ¿ **h** (en dm) ?

Ejercicios sobre los teoremas de **PITÁGORAS**, del cateto y de la altura.

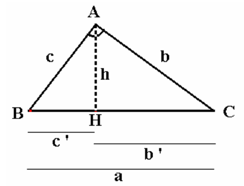
SOLUCIONES en la pág. 838.

9



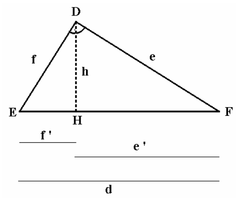
Datos
- Hipotenusa → ¿ a (en m) ?
- Cateto → c = 56 m
- Cateto → b = 42 m

10



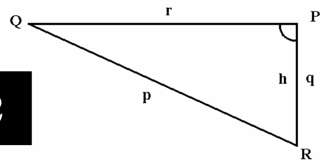
Datos
- Hipotenusa → a = 850 cm
- Proyección → b' = 544 cm
- Cateto → ¿ b (en cm) ?

11



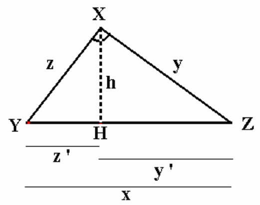
Datos
- Proyección → f' = 171 mm
- Proyección → e' = 304 mm
- Altura → ¿ h (en mm) ?

12



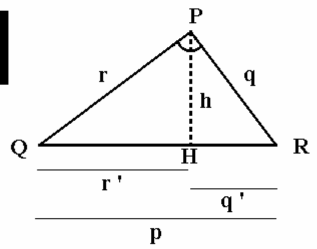
Datos
- Hipotenusa → p = 312'5 m
- Cateto → r = 250000 mm
- Cateto → ¿ q (en dm) ?

13



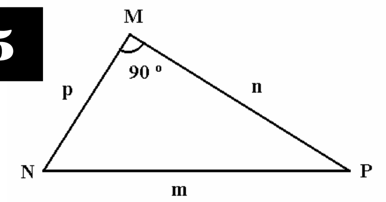
Datos
- Hipotenusa → x = 2 km
- Proyección → y' = 12800 dm
- Cateto → ¿ y (en dam) ?

14



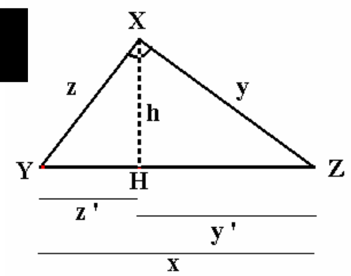
Datos
- Proyección → r' = 73'6 m
- Proyección → q' = 4140 cm
- Altura → ¿ h (en dm) ?

15



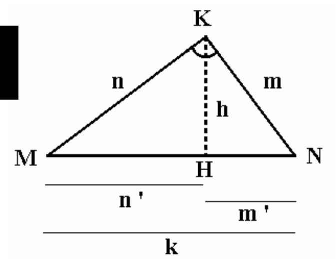
Datos
- Hipotenusa → m = 4750 m
- Cateto → ¿ n (en dam) ?
- Cateto → p = 2'85 km

16



Datos
- Hipotenusa → x = 3000 m
- Proyección → ¿ y' (en dam) ?
- Cateto → y = 2'4 km

17



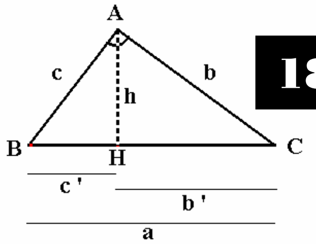
Datos
- ¿ Proyección → n' (en hm) ?
- Proyección → m' = 450 dam
- Altura → h = 0'6 mam

Ejercicios sobre los teoremas de **PITÁGORAS**, del cateto y de la altura.

¡OJO! Estos ejercicios son más difíciles, pues con sólo 2 datos hay que hallar 6 más, **pero aplicando en todos los ejercicios los tres teoremas.** Venga, manos a la obra :

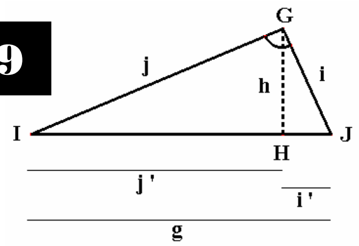
SOLUCIONES en las págs. 838 y 839

18



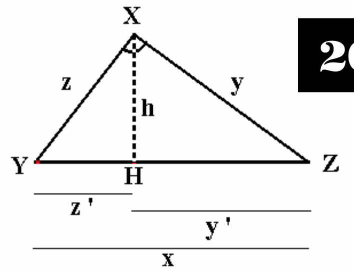
Datos
- Cateto → **c** = 28 cm
- Cateto → **b** = 21 cm
- Calcula la hipotenusa, las proyecciones (b' y c'), la altura, el perímetro y el área.

19



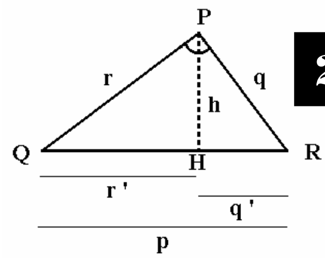
Datos
- Hipotenusa → **g** = 75 m
- Proyección → **j '** = 48 m
- Calcula los dos catetos ("i","j") la proyección i ', la altura, el perímetro y el área.

20



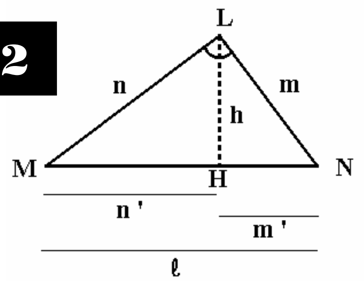
Datos
- Proyección → **z '** = 2340 m
- Proyección → **y '** = 41'6 hm
- Calcula la altura (en "hm"), la hipotenusa, los dos catetos, el perímetro y el área.

21



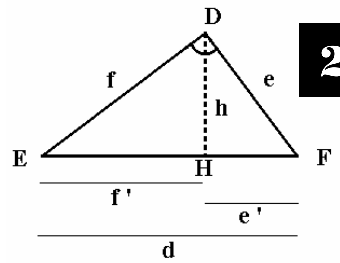
Datos
- Hipotenusa → **p** = 0'85 mam
- Cateto → **q** = 6800 m
- Calcula el otro cateto (en "hm"), las proyecciones (r ' y q '), la altura, el perímetro y el área.

22



Datos
- Cateto → **m** = 411 cm
- Proyección → **m '** = 246'6 cm
- Calcula la hipotenusa, el otro cateto, la otra proyección, la altura, el perímetro y el área.

23



Datos
- Altura → **h** = 6'96 km
- Proyección → **e '** = 5220 m
- Calcula la otra proyección, la hipotenusa, los catetos (e, f), el perímetro y el área.

SOLUCIONES de la pág. 834.

1)
- $c = 5200$ mm $\rightarrow 5200 : 1000 = 520$ cm
- $b = 3'9$ m $\rightarrow 3'9 \,.\, 100 = 390$ cm

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$\underline{a} = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{520^2 + 390^2} = \sqrt{422500} = \underline{650 \text{ cm}}$$

2)
- $p = 0'75$ mam $\rightarrow 0'75 \,.\, 100 = 75$ hm
- $r = 600$ dam $\rightarrow 600 : 10 = 60$ hm

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$p^2 = r^2 + q^2$$
$$p^2 - r^2 = q^2$$
$$\underline{q} = \sqrt{p^2 - r^2} = \sqrt{75^2 - 60^2} = \sqrt{2025} = \underline{45 \text{ hm}}$$

3)
- $m = 975$ m $\rightarrow 975 : 10 = 97'5$ hm
- $p = 0'375$ km $\rightarrow 0'375 \,.\, 100 = 37'5$ hm

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$m^2 = n^2 + p^2$$
$$m^2 - p^2 = n^2$$
$$\underline{n} = \sqrt{m^2 - p^2} = \sqrt{97'5^2 - 37'5^2} = \sqrt{8100} = \underline{90 \text{ dam}}$$

4)
- $s = 11600$ mm $\rightarrow 11600 : 100 = 116$ dm
- $t = 8'7$ m $\rightarrow 8'7 \,.\, 10 = 87$ dm

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$r^2 = s^2 + t^2$$
$$\underline{r} = \sqrt{s^2 + t^2} = \sqrt{116^2 + 87^2} = \sqrt{21025} = \underline{145 \text{ dm}}$$

5)
- $x = 4750$ m $\rightarrow 4750 : 100 = 47'5$ hm
- $y = 0'38$ mam $\rightarrow 0'38 \,.\, 100 = 38$ hm

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$x^2 = z^2 + y^2$$
$$x^2 - y^2 = z^2$$
$$\underline{z} = \sqrt{x^2 - y^2} = \sqrt{47'5^2 - 38^2} = \sqrt{812'25} = \underline{28'5 \text{ hm}}$$

6)
- $u = 0'26$ km $\rightarrow 0'26 \,.\, 1000 = 260$ m
- $w = 1000$ dm $\rightarrow 1000 : 10 = 100$ m

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$u^2 = v^2 + w^2$$
$$u^2 - w^2 = v^2$$
$$\underline{v} = \sqrt{u^2 - w^2} = \sqrt{260^2 - 100^2} = \sqrt{57600} = \underline{240 \text{ m}}$$

7)
- $a = 650$ m
- $b' = 416$ m

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'}\right] \Rightarrow \left[\frac{650}{b} = \frac{b}{416}\right]$$
$$650 \,.\, 416 = b^2$$
$$\underline{b} = \sqrt{270400} = \underline{520 \text{ m}}$$

8)
- $f' = 44'8$ m $\rightarrow 44'8 \,.\, 10 = 448$ dm
- $e' = 2520$ cm $\rightarrow 2520 : 10 = 252$ dm

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}\right] \Rightarrow \left[\frac{448}{h} = \frac{h}{252}\right]$$
$$448 \,.\, 250 = h^2$$
$$\underline{h} = \sqrt{112896} = \underline{336 \text{ dm}}$$

9)
- $c = 56$ m
- $b = 42$ m

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$\underline{a} = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{56^2 + 42^2} = \sqrt{4900} = \underline{70 \text{ cm}}$$

10)
- $a = 850$ cm
- $b' = 544$ cm

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'}\right] \Rightarrow \left[\frac{850}{b} = \frac{b}{544}\right]$$
$$850 \,.\, 544 = b^2$$
$$\underline{b} = \sqrt{462400} = \underline{680 \text{ m}}$$

SOLUCIONES de la pág. 835.

11) $\begin{cases} \circ\ \mathbf{f'} = 171 \text{ mm} \\ \circ\ \mathbf{e'} = 304 \text{ mm} \end{cases}$

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{f'}{h} = \frac{h}{e'}\right] \Rightarrow \left[\frac{171}{h} = \frac{h}{304}\right]$$

$171 \cdot 304 = h^2$

$\mathbf{h} = \sqrt{51984} = \mathbf{228 \text{ dm}}$

12) $\begin{cases} \circ\ \mathbf{p} = 312'5 \text{ m} \rightarrow 312'5 \cdot 10 = 3125 \text{ dm} \\ \circ\ \mathbf{r} = 250000 \text{ mm} \rightarrow 250000 : 100 = 2500 \text{ hm} \end{cases}$

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$p^2 = r^2 + q^2$

$p^2 - r^2 = q^2$

$\mathbf{q} = \sqrt{p^2 - r^2} = \sqrt{3125^2 - 2500^2} =$

$= \sqrt{3515625} = \mathbf{1895 \text{ hm}}$

13) $\begin{cases} \circ\ \mathbf{x} = 2 \text{ km} \rightarrow 2 \cdot 100 = 200 \text{ dam} \\ \circ\ \mathbf{y'} = 12800 \text{ dm} \rightarrow 12800 : 100 = 128 \text{ dam} \end{cases}$

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{x}{y} = \frac{y}{y'}\right] \Rightarrow \left[\frac{200}{y} = \frac{y}{128}\right]$$

$200 \cdot 128 = y^2$

$\mathbf{y} = \sqrt{25600} = \mathbf{160 \text{ dam}}$

14) $\begin{cases} \circ\ \mathbf{r'} = 73'6 \text{ m} \rightarrow 73'6 \cdot 10 = 736 \text{ dm} \\ \circ\ \mathbf{q'} = 4140 \text{ cm} \rightarrow 4140 : 10 = 414 \text{ dm} \end{cases}$

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{r'}{h} = \frac{h}{q'}\right] \Rightarrow \left[\frac{736}{h} = \frac{h}{414}\right]$$

$736 \cdot 414 = h^2$

$\mathbf{h} = \sqrt{304704} = \mathbf{552 \text{ dm}}$

15) $\begin{cases} \circ\ \mathbf{m} = 4750 \text{ m} \rightarrow 4750 : 10 = 475 \text{ dam} \\ \circ\ \mathbf{p} = 2'85 \text{ km} \rightarrow 2'85 \cdot 100 = 285 \text{ dam} \end{cases}$

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$m^2 = p^2 + n^2$

$m^2 - p^2 = n^2$

$\mathbf{n} = \sqrt{m^2 - p^2} = \sqrt{475^2 - 285^2} =$

$= \sqrt{144400} = \mathbf{380 \text{ hm}}$

16) $\begin{cases} \circ\ \mathbf{x} = 3000 \text{ m} \rightarrow 3000 : 10 = 300 \text{ dam} \\ \circ\ \mathbf{y} = 2'4 \text{ km} \rightarrow 2'4 : 100 = 240 \text{ dam} \end{cases}$

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{x}{y} = \frac{y}{y'}\right] \Rightarrow \left[\frac{300}{240} = \frac{240}{y'}\right]$$

$300 \cdot y' = 240 \cdot 240$

$\mathbf{y'} = \frac{57600}{300} = \mathbf{192 \text{ dam}}$

17) $\begin{cases} \circ\ \mathbf{h} = 0'6 \text{ mam} \rightarrow 0'6 \cdot 100 = 60 \text{ hm} \\ \circ\ \mathbf{m'} = 450 \text{ dam} \rightarrow 450 : 10 = 45 \text{ hm} \end{cases}$

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{m'}{h} = \frac{h}{n'}\right] \Rightarrow \left[\frac{45}{60} = \frac{60}{n'}\right]$$

$45 \cdot n' = 60 \cdot 60$

$\mathbf{h} = \frac{3600}{45} = \mathbf{80 \text{ hm}}$

18) $\begin{cases} \circ\ \mathbf{c} = 28 \text{ cm} \\ \circ\ \mathbf{b} = 21 \text{ cm} \end{cases}$

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$a^2 = c^2 + b^2$

$\mathbf{a} = \sqrt{c^2 + b^2} = \sqrt{28^2 + 21^2} =$

$= \sqrt{1225} = \mathbf{35 \text{ cm}}$

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'}\right] \Rightarrow \left[\frac{35}{21} = \frac{21}{b'}\right] \rightarrow$$

$\mathbf{b'} = \frac{441}{35} = \mathbf{12'6 \text{ cm}}$

⊗ Se aplica el sentido SENTIDO COMÚN.

$a = c' + b'$

$35 = c' + 12'6$

$35 - 12'6 = \mathbf{c'} = \mathbf{22'4 \text{ cm}}$

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{c'}{h} = \frac{h}{b'}\right] \Rightarrow \left[\frac{22'4}{h} = \frac{h}{12'6}\right] \rightarrow$$

$\mathbf{h} = \sqrt{22'4 \cdot 12'6} = \sqrt{282'24} = \mathbf{16'8 \text{ cm}}$

⊗ PERÍMETRO $= a + b + c = 35 + 21 + 28 =$

$= \mathbf{84 \text{ cm}}$

⊗ ÁREA $= \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{a \cdot h}{2} =$

$= \frac{35 \cdot 16'8}{2} = \mathbf{294 \text{ cm}^2}$

SOLUCIONES de la pág. 836.

19) $\{\circ\ g = 75\ \text{m}\ ;\ \circ\ j' = 48\ \text{m}$

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{g}{j} = \frac{j}{j'}\right] \Rightarrow \left[\frac{75}{j} = \frac{j}{48}\right] \rightarrow$$

$$75.48 = j.j \Rightarrow 4800 = j^2 \Rightarrow j = \sqrt{3600} = 60\ \text{m}$$

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$g^2 = j^2 + i^2 \Rightarrow i = \sqrt{g^2 - j^2} =$$

$$= \sqrt{75^2 + 60^2} = \sqrt{2025} = 45\ \text{m}$$

⊗ Se aplica el sentido SENTIDO COMÚN.

$$g = j' + i' \Rightarrow 75 = 48 + i' \Rightarrow i' = 27\ \text{m}$$

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{j'}{h} = \frac{h}{i'}\right] \Rightarrow \left[\frac{48}{h} = \frac{h}{27}\right] \rightarrow$$

$$h = \sqrt{48.27} = \sqrt{1296} = 36\ \text{m}$$

⊗ Perímetro $= g + j + i = 75 + 60 + 45 = 180\ \text{m}$

⊗ ÁREA $= \dfrac{\text{base . altura}}{2} = \dfrac{g\ .\ h}{2} =$

$$= \frac{75\ .\ 36}{2} = 1350\ \text{m}^2$$

20) $\{\circ\ z' = 23'4\ \text{hm}\ ;\ \circ\ y' = 41'6\ \text{hm}$

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{z'}{h} = \frac{h}{y'}\right] \Rightarrow \left[\frac{23'4}{h} = \frac{h}{41'6}\right] \rightarrow$$

$$h = \sqrt{23'4.41'6} = \sqrt{973'44} = 31'2\ \text{hm}$$

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

¡OJO! En el triángulo XHY.

$$z^2 = h^2 + z'^2 \Rightarrow z = \sqrt{31'2^2 + 23'4^2} =$$

$$= \sqrt{1521} = 39\ \text{hm}$$

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{x}{z} = \frac{z}{z'}\right] \Rightarrow \left[\frac{x}{39} = \frac{39}{23'4}\right] \rightarrow$$

$$x.23'4 = 39.39 \Rightarrow x = \frac{1521}{23'4} = 65\ \text{hm}$$

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$x^2 = y^2 + z^2 \Rightarrow y = \sqrt{x^2 - z^2} =$$

$$= \sqrt{65^2 - 39^2} = \sqrt{2704} = 52\ \text{hm}$$

⊗ Perímetro $= x + y + z = 65 + 52 + 39 = 156\ \text{m}$

⊗ ÁREA $= \dfrac{\text{base . altura}}{2} = \dfrac{x\ .\ h}{2} = \dfrac{65.31'2}{2} = 1014\ \text{m}^2$

21) $\{\circ\ p = 85\ \text{hm}\ ;\ \circ\ q = 68\ \text{hm}$

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$p^2 = q^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{p^2 - q^2} =$$

$$= \sqrt{85^2 - 68^2} = \sqrt{2601} = 51\ \text{hm}$$

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{p}{q} = \frac{q}{q'}\right] \Rightarrow \left[\frac{85}{68} = \frac{68}{q'}\right] \rightarrow$$

$$85.q' = 68.68 \Rightarrow q' = \frac{4624}{85} \Rightarrow q' = 54'4\ \text{hm}$$

⊗ Se aplica el sentido SENTIDO COMÚN.

$$p = q' + r' \Rightarrow 85 = 54'4 + r' \Rightarrow r' = 30'6\ \text{hm}$$

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{q'}{h} = \frac{h}{r'}\right] \Rightarrow \left[\frac{54'4}{h} = \frac{h}{30'6}\right] \rightarrow$$

$$h = \sqrt{54'4.30'6} = \sqrt{1664'64} = 40'8\ \text{hm}$$

⊗ Perímetro $= p + q + r = 85 + 68 + 51 = 204\ \text{hm}$

⊗ ÁREA $= \dfrac{\text{base . altura}}{2} = \dfrac{p\ .\ h}{2} =$

$$= \frac{85\ .\ 40'8}{2} = 1734\ \text{hm}^2$$

22) $\{\circ\ m = 411\ \text{cm}\ ;\ \circ\ m' = 246'6\ \text{cm}$

⊗ Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left[\frac{\ell}{m} = \frac{m}{m'}\right] \Rightarrow \left[\frac{\ell}{411} = \frac{411}{246'6}\right] \rightarrow$$

$$\ell.246'6 = 411.411 \Rightarrow \ell = \frac{168921}{246'6} = 685\ \text{cm}$$

⊗ Se aplica el teorema de PITÁGORAS.

$$\ell^2 = m^2 - n^2 \Rightarrow n = \sqrt{685^2 + 411^2} =$$

$$= \sqrt{300304} = 548\ \text{cm}$$

⊗ Se aplica el sentido SENTIDO COMÚN.

$$\ell = m' + n' \Rightarrow 685 = 246'6 + n' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n' = 438'4\ \text{cm}$$

⊗ Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left[\frac{m'}{h} = \frac{h}{n'}\right] \Rightarrow \left[\frac{246'6}{h} = \frac{h}{438'4}\right] \rightarrow$$

$$h = \sqrt{246'6.438'4} = \sqrt{108109'44} = 328'8\ \text{cm}$$

⊗ Perímetro $= \ell + m + n = 685 + 411 + 548 = 1644\ \text{cm}$

⊗ ÁREA $= \dfrac{\text{base . altura}}{2} = \dfrac{\ell\ .\ h}{2} = \dfrac{685.328'8}{2} = 112614\ \text{cm}^2$

Dibuja cada figura y escribe debajo la fórmula de su área

NOTA: Aunque no son áreas, se incluyen las fórmulas de las longitudes de la circunferencia y de un arco.

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

RECTÁNGULO

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

CUADRADO

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

ROMBOIDE

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

TRAPECIO

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

ROMBO

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

TRIÁNGULO

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

TRAPEZOIDE

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

HEXÁGONO REGULAR

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

POLÍGONO IRREGULAR

.

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

☞ ***LONGITUD* DE LA CIRCUNFERENCIA**

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

☞ ***LONGITUD* DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA**

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

CÍRCULO

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

SECTOR CIRCULAR

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

CORONA CIRCULAR

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

SEGMENTO CIRCULAR

- - - - - - - - - - - - - - - - - -

En esta página escribe las tablas del sistema métrico decimal:

Sistema Métrico Decimal

Magnitudes	U N I D A D E S									
	m ú l t i p l o s						fundamental	s u b m ú l t i p l o s		
LONGITUD										
CAPACIDAD										
MASA										
SUPERFICIE										
Medidas agrarias										
VOLUMEN										

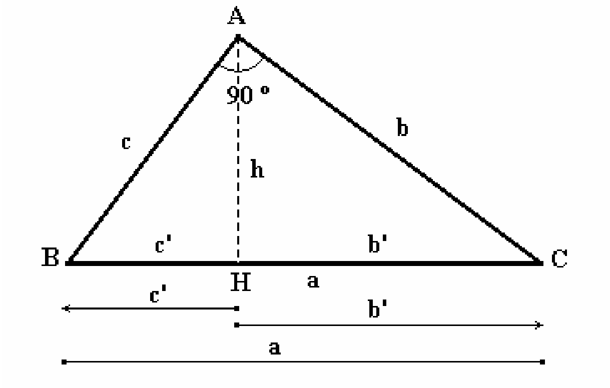
TABLA DE EQUIVALENCIAS (en horizontal)

Volumen			
Capacidad			
Masa			

TABLA DE EQUIVALENCIAS (en vertical)

Masa	Volumen	Capacidad

Rellena todo sobre los tres teoremas estudiados en el tema 10.



Lado " **a** " → ______________________________

Lado " **b** " " → ___________________________

Lado " **c** " → ______________________________

Segmento " **c'** " → ______________________

Segmento " **b'** " → ______________________

Segmento " **h** " ___________________________

Perímetro → ______________________________

Área → [ ]

☞ Teorema de PITÁGORAS → ______________________________

Para calcular "a" → ______________________________________

Para calcular "b" → ______________________________________

Para calcular "c" → ______________________________________

☞ Teorema del cateto (con "b") → [_______ = _______]

Teorema del cateto (con "c") → [_______ = _______]

☞ Teorema de la altura → [_______ = _______]

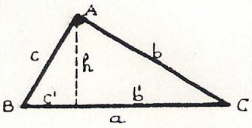
SOLUCIONES en la pág. 844.

Hazlo para **APRENDER,** o sea, con **INTERÉS.** Consulta. No corras. **REVÍSALO** antes de ver las soluciones.

I. E. S. "Meléndez Valdés" Departamento de MATEMÁTICAS

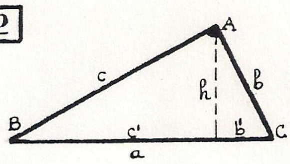
Corregir es enmendar errores cometidos. Aprovecha estas fichas todo lo que puedas. Y mejorarás. No lo dudes.

1



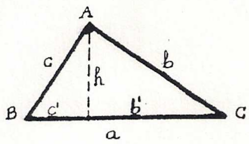
DATOS
- $\hat{A} = 90°$
- $b = 40$ cm
- $b' = 32$ cm
- ¿a? ¿c?

2



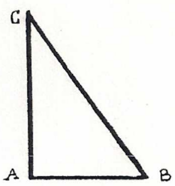
DATOS
- $\widehat{BAC}$ → Triángulo rectángulo
- $c' = 16$ cm
- $b' = 9$ cm
- ¿h? ¿b?

3



DATOS
- $\hat{A}$ → 90° (ángulo recto)
- $c' = 450$ cm
- $c = 0'075$ hm
- ¿a? ¿h? (en metros)

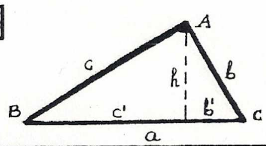
4



a) ¿Cómo se llama este triángulo?
b) ¿Cómo se llaman $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ y $\overline{BA}$ que son los lados de $\widehat{CAB}$?
c) ¿Cuál es la altura del triángulo?
d) ¿Sabrías calcular la medida en "dam" del lado $\overline{AB}$? Para que lo calcules los datos son:

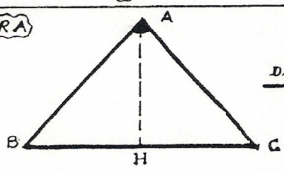
- $\overline{AC} = 1'2$ m y $\overline{CB} = 0'0015$ Km

5



DATOS
- Triángulo rectángulo en $\hat{A}$
- $a = 62'5$ m
- $b' = 40$ m
- ¿b? ¿c? ¿c'? ¿h?

EXTRA



DATOS
- $\hat{A}$ → ángulo recto → 90°.
- $\widehat{BAC}$ → Triángulo isósceles.
- Hipotenusa → 100 m
- ¿los dos catetos y la altura?

De refranes:

Cada uno en su fuego, dice el mal ajeno.

Critica a los que chismorrean o murmuran en privado del ausente. ≪Como esas chimeneas –dice Víctor Hugo- que consumen pronto la leña; necesitan mucho combustible, y el combustible del prójimo.≫

Se aprende con ESFUERZO

Ficha **J – 8**

No copies las soluciones, que te engañarás tú mismo y a tus padres. A mí, no, pues en los controles se reflejará lo que sabes, no lo que copias.

SOLUCIONES de la pág. 843.

Hazlo para **APRENDER**, o sea, con **INTERÉS**. Consulta. No corras. **REVÍSALO** antes de ver las soluciones.

I. E. S. "Meléndez Valdés" — Departamento de MATEMÁTICAS

Corregir es enmendar errores cometidos. Aprovecha estas fichas todo lo que puedas. Y mejorarás. No lo dudes.

1

- Se aplica el teorema del CATETO.

$$\left.\frac{a}{b}=\frac{b}{b'}\right\} \rightarrow a\cdot b' = b\cdot b \rightarrow a = \frac{b\cdot b}{b'} = \frac{40\cdot 40}{32} = \boxed{50\ \text{cm}}$$

- Ahora, aplicamos el teorema de PITÁGORAS.

$$a^2=b^2+c^2 \rightarrow a^2-b^2=c^2 \rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{50^2-40^2}=\sqrt{2500-1600}=\sqrt{900}=\boxed{30\text{cm}}$$

2

- Se aplica el teorema de la ALTURA.

$$\left.\frac{b'}{h}=\frac{h}{c'}\right\} \rightarrow b'\cdot c' = h\cdot h \rightarrow b'\cdot c' = h^2 \rightarrow h=\sqrt{b'\cdot c'}=\sqrt{9\cdot 16}=\sqrt{144}=\boxed{12\ \text{cm}}$$

* La hipotenusa $\rightarrow a = b'+c' = 9+16 = 25$ cm

- Aplicamos, ahora, el teorema del cateto.

$$\left.\frac{a}{b}=\frac{b}{b'}\right\} \rightarrow a\cdot b' = b\cdot b \rightarrow a\cdot b' = b^2 \rightarrow b=\sqrt{a\cdot b'}=\sqrt{25\cdot 9}=\sqrt{225}=\boxed{15\text{ cm}}$$

3

- Primero transformamos las unidades $\rightarrow \begin{cases} c'=450\text{ cm} \rightarrow 450:100 = 4'5\text{ m} \\ c = 0'075\text{ hm} \rightarrow 0'075\cdot 100 = 7'5\text{ m}\end{cases}$
- Aplicamos el teorema del CATETO.

$$\left.\frac{a}{c}=\frac{c}{c'}\right\} \rightarrow a\cdot c' = c\cdot c \rightarrow a = \frac{c\cdot c}{c'} = \frac{7'5\cdot 7'5}{4'5} = \frac{56'25}{4'5} = \boxed{12'5\text{ m}}$$

* $a = b'+c' \rightarrow 12'5 = b' + 4'5 \rightarrow b' = 12'5 - 4'5 = 8\text{ m}$

- Ahora, aplicamos el teorema de la altura.

$$\left.\frac{b'}{h}=\frac{h}{c'}\right\} \rightarrow b'\cdot c' = h\cdot h \rightarrow b'\cdot c' = h^2 \rightarrow h=\sqrt{b'\cdot c'}=\sqrt{8\cdot 4'5}=\sqrt{36}=\boxed{6\text{m}}$$

4

a) Triángulo rectángulo

b) $\overline{AC} \rightarrow$ cateto mayor ; $\overline{CB} \rightarrow$ hipotenusa ; $BA \rightarrow$ cateto menor.

c) La altura es $\overline{CA}$ o $\overline{AC}$.

d) Se aplica el teorema de PITÁGORAS. $\begin{cases}\overline{AC} \rightarrow 1'2\text{m} \rightarrow 1'2:10 = 0'12\text{ dam} \\ \overline{CB} \rightarrow 0'0015\text{ Km} \rightarrow 0'0015\cdot 100 = 0'15\text{ dam}\end{cases}$

$$a^2=b^2+c^2 \rightarrow \overline{CB}^2=\overline{AC}^2+\overline{AB}^2 \rightarrow \overline{AB}=\sqrt{\overline{CB}^2-\overline{AC}^2}=\sqrt{0'15^2-0'12^2}=\sqrt{0'0225-0'0144}=\sqrt{0'0081}=\boxed{0'09\text{ dam}}$$

5

- TEOREMA DEL CATETO $\rightarrow \left.\frac{a}{b}=\frac{b}{b'}\right\} \rightarrow b=\sqrt{a\cdot b'}=\sqrt{62'5\cdot 40}=\sqrt{2500}=\boxed{50\text{ m}}$
- TEOREMA DE PITÁGORAS $\rightarrow a^2=b^2+c^2 \rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{62'5^2-50^2}=\sqrt{1406'25}=\boxed{37'5\text{ m}}$
- Como $a=b'+c' \rightarrow c' = a-b' = 62'5-40 = \boxed{22'5\text{ m}}$
- TEOREMA DE LA ALTURA $\rightarrow \left.\frac{b'}{h}=\frac{h}{c'}\right\} \rightarrow h=\sqrt{b'\cdot c'}=\sqrt{40\cdot 22'5}=\sqrt{900}=\boxed{30\text{ m}}$

EXTRA

- Como el triángulo es ISÓSCELES, se deduce que: $\begin{cases}\text{cateto } \overline{BA} = \text{cateto } \overline{AC} \\ \text{proyección } \overline{BH} = \text{proyección } \overline{HC}\end{cases}$
- Hipotenusa $\rightarrow \overline{BC} = 100\text{ m} \rightarrow \overline{BH}=\overline{HC}=\frac{\overline{BC}}{2}=\frac{100}{2}=\boxed{50\text{m}} \rightarrow$ LAS PROYECCIONES
- TEOREMA DE LA ALTURA $\rightarrow \left.\frac{\overline{BH}}{\overline{AH}}=\frac{\overline{AH}}{\overline{HC}}\right\} \rightarrow \overline{AH}=\sqrt{\overline{BH}\cdot\overline{HC}}=\sqrt{50\cdot 50}=\sqrt{2500}=\boxed{50\text{m}}$ ← LA ALTURA
- TEOREMA DEL CATETO $\overline{BA} \rightarrow \left.\frac{\overline{BC}}{\overline{BA}}=\frac{\overline{BA}}{\overline{BH}}\right\} \rightarrow \overline{BA}=\sqrt{100\cdot 50}=\sqrt{5000}=\boxed{70'7\text{ m}} \rightarrow$ CATETO $\overline{BA}$
- TEOREMA DEL CATETO $\overline{AC} \rightarrow \left.\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{HC}}\right\} \rightarrow \overline{AC}=\sqrt{100\cdot 50}=\sqrt{5000}=\boxed{70'7\text{m}} \rightarrow$ CATETO $\overline{AC}$

De refranes:

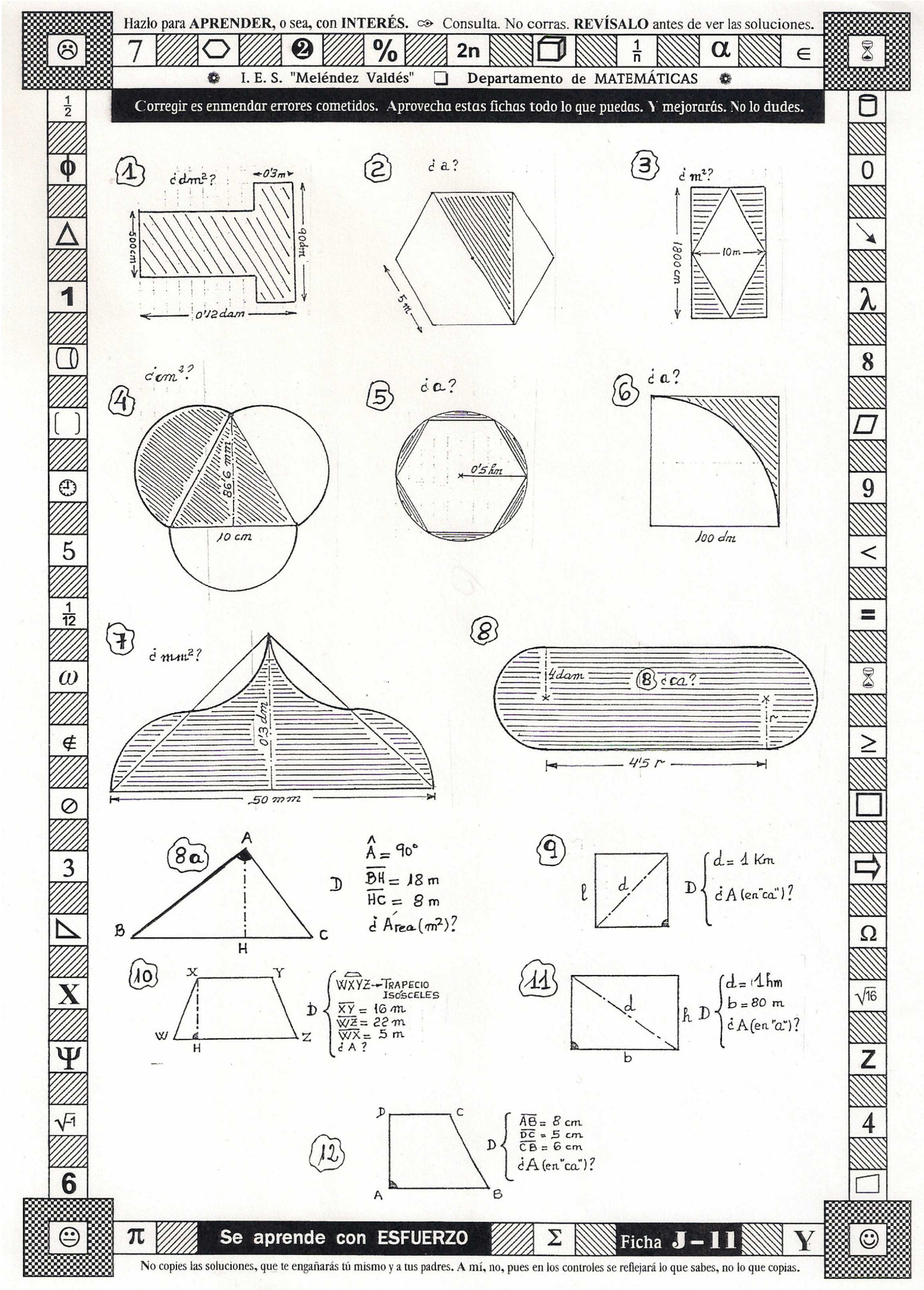
Camarón que se duerme, se lo lleva la corriente.

Proclama que es necesario estar siempre alerta para no ser sorprendido. Se emplea en muchas ocasiones diversas, pero más a menudo para estimular la diligencia de las personas que tienden a confiarse, por ejemplo los estudiantes que no estudian y trabajan lo que deben porque se sienten confiados, y luego …

Se aprende con ESFUERZO — Ficha **J – 9**

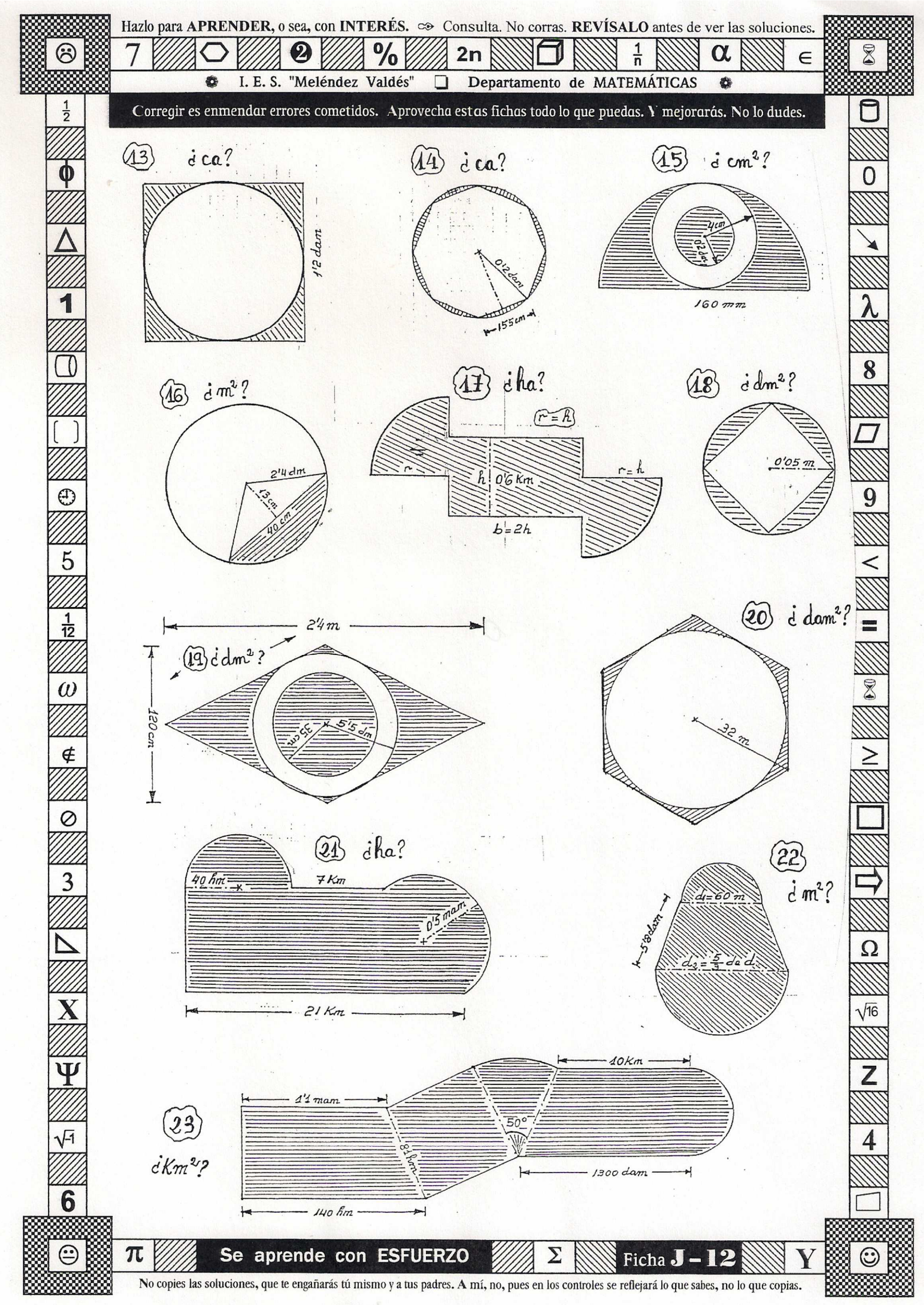
No copies las soluciones, que te engañarás tú mismo y a tus padres. A mí, no, pues en los controles se reflejará lo que sabes, no lo que copias.

SOLUCIONES en las págs. 853, 854, y 855.

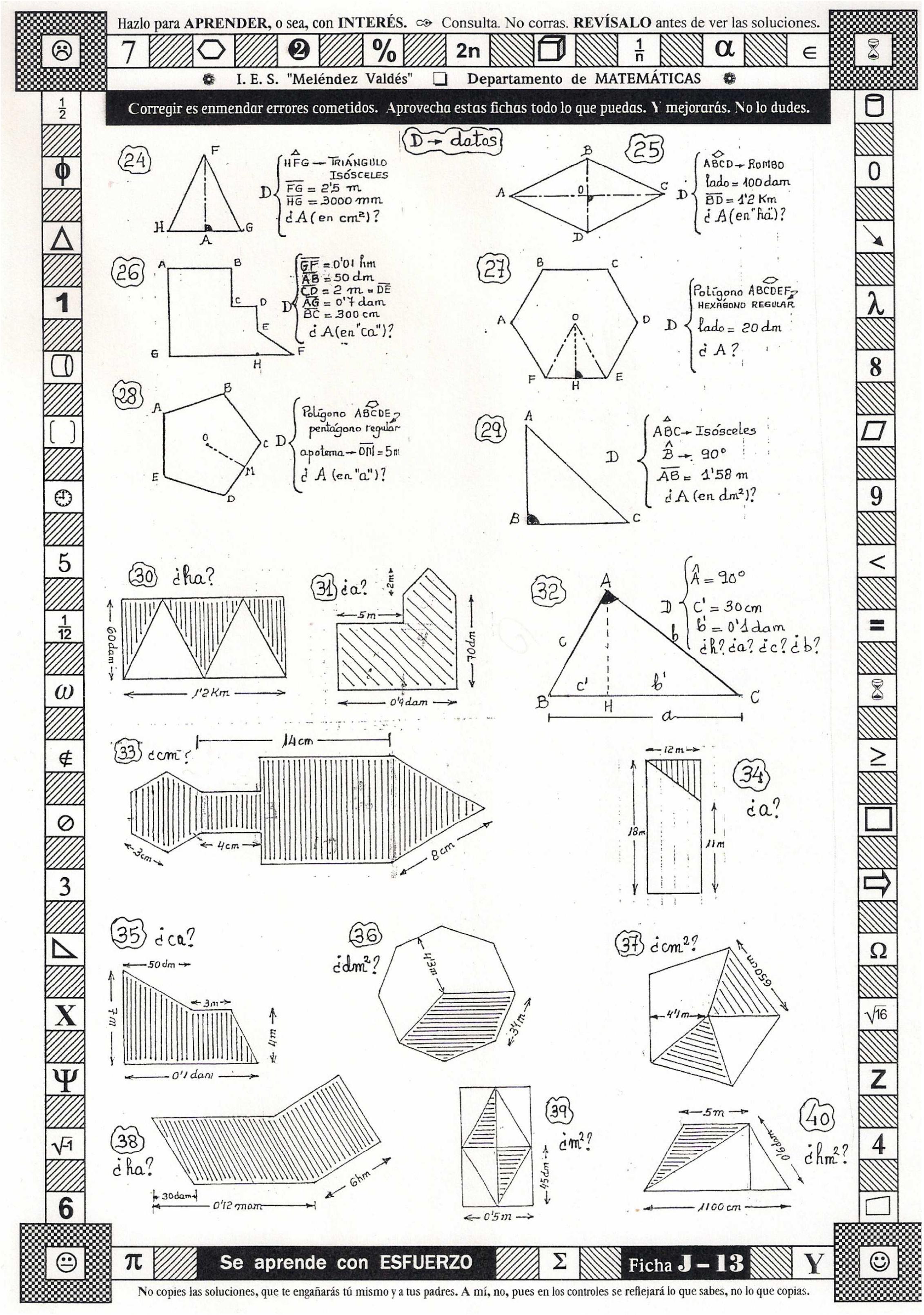


El teorema de Pitágoras es de gran importancia para hacer análisis y estudios geométricos en diferentes áreas del conocimiento. De ahí que la comprensión y destreza en su manejo es de vital importancia, especialmente en el estudio de los fenómenos físicos.

SOLUCIONES en las págs. 853, 854, y 855.



SOLUCIONES en las págs. 853, 854, y 855.



SOLUCIONES en la pág. 849.

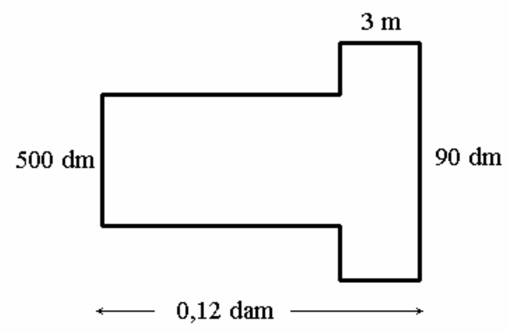
1.- Los catetos de un triángulo rectángulo miden 570 cm y 0'83 dam. Halla su área en centiáreas.

2.- Halla el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un rombo de 3'15 dm de lado.

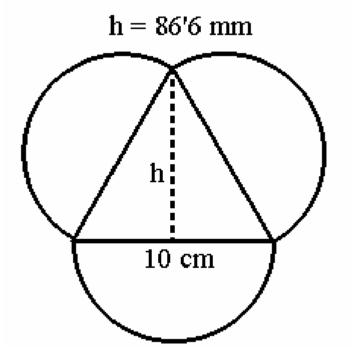
3.- Se quiere cubrir con una capa de arena una plaza de 2 dam de diámetro. Calcula los kg de arena que se necesitarán si para cubrir un metro cuadrado necesitamos 5 kg.

4.- Remigio quiere cubrir totalmente una pared de su habitación con pósters de idénticas dimensiones. Si cada póster es de 75 cm de largo y 5 dm de ancho, ¿cuántos se necesitan para tapar exactamente la pared de su habitación que tiene 3750 mm de largo y 2,5 m de ancho?

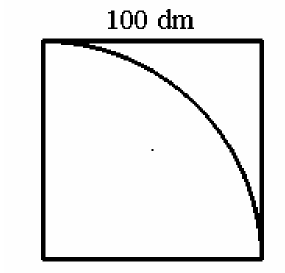
5.- Halla la superficie de la siguiente figura en dm^2.



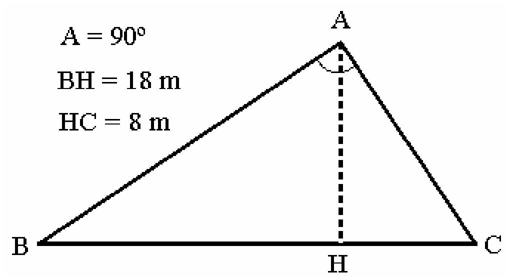
6.- Halla el área de la parte rayada en decímetros cuadrados.



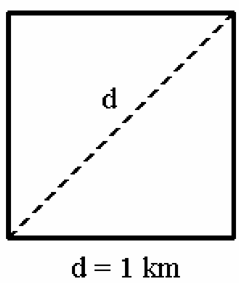
7.- ¿Cuántos decámetros cuadrados tiene el área sombreada de la siguiente figura?



8.- Debes calcular la superficie en metros cuadrados del triángulo rectángulo siguiente, aplicando uno de los tres teoremas estudiados en el tema 10, a saber, el de Pitágoras, el del cateto o el de la altura.



9.- ¿Cuántos metros cuadrados tiene de área el cuadrado siguiente?



"Cualquiera puede simpatizar con las penas de un amigo. Simpatizar con sus éxitos requiere una naturaleza delicadísima".

OSCAR WILDE

SOLUCIONES de la pág. 848.

1 ⊗ Datos

- Triángulo rectángulo ABC
- Cateto "b" = 570 cm → 570 : 100 = 5'7 m
- Cateto "c" = 0'83 dam → 0'83 . 10 = 8'3 m
- ¿Área (en "ca")?

⊗ $\text{Área} = \frac{\text{base . altura}}{2} = \frac{b . c}{2} = \frac{5'7\text{ m} . 8'3\text{ m}}{2} =$

$= 23'655 \text{ m}^2 = 23'655 \text{ ca}$

2 ⊗ Datos

- Lado del rombo = 3'15 dm
- Perímetro del triángulo equilátero = = perímetro del rombo
- ¿Lado del triángulo?

⊗ $P_{\text{rombo}} = 4 . \ell = 4 . 3'15 \text{ dm} = 12'6 \text{ dm}$

⊗ $P_{\text{triángulo equilátero}} = 3 . \ell = 12'6 \text{ dm}$

$\ell = \frac{12'6}{3} = 4'2 \text{ dm}$

3 ⊗ Datos

- Plaza circular de diámetro 2 dam (20 m)
- Cada m^2 necesita 5 kg de arena
- ¿Kg de arena para cubrir la plaza?

⊗ Radio de la plaza $= \frac{20 \text{ m}}{2} = 10 \text{ m}$

⊗ $A_{\text{círculo}} = \pi \, r^2 = 3'14 . 10^2 = 314 \text{ m}^2$

⊗ Arena = 5 . 314 = 1570 kg para la plaza.

4 ⊗ Datos

- Dimensiones de la pared → 3'75 m x 2'5 m
- Dimensiones de un póster → 0'75 m x 0'5 m
- ¿Nº de pósters para cubrir la pared?

⊗ $A_{\text{pared}} = b.h = 3'75 \text{ m} . 2'5 \text{ m} = 9'375 \text{ m}^2$

⊗ $A_{\text{póster}} = b.h = 0'75 \text{ m} . 0'5 \text{ m} = 0'375 \text{ m}^2$

⊗ $\frac{A_{\text{pared}}}{A_{\text{poster}}} = \frac{9'375 \text{ m}^2}{0'375 \text{ m}^2} = 25$ pósters

●□■❍●□■❍●□■❍●□■❍●□■❍●□■❍

“¿Hay algo más duro que una piedra y algo más blando que el agua? Sin embargo, la blanda agua horada la dura piedra”.

Publio OVIDIO

☞ ✎ ✍ 🕮 ☹ ☞ ⌛ ✌

5

⊗ $A_{\text{rectángulo mayor}} = \text{largo . ancho}$

$= 90 \text{ dm} . 50 \text{ dm} = 4500 \text{ dm}^2$

⊗ $A_{\text{rectángulo menor}} = b . h$

$= 30 \text{ dm} . 90 \text{ dm} = 2700 \text{ dm}^2$

⊗ $A_{\text{total}} = 4500 + 2700 = 7200 \text{ dm}^2$

6

⊗ El diámetro AB de uno de los semicírculos mide 10 cm, ya que es uno de los lados del triángulo equilátero ABC.

Luego → radio = 10 cm : 2 = 5 cm

⊗ $A_{\text{triángulo}} = \frac{b . h}{2} = \frac{10 . 8'66}{2} = 43'3 \text{ cm}^2$

⊗ $A_{\text{semicírculo}} = \frac{\pi . r^2}{2} = \frac{3'14 . 5^2}{2} = 39'25 \text{ cm}^2$

⊗ $A_{\text{rayada}} = 43'3 + 39'25 = 82'55 \text{ cm}^2$

7

⊗ $A_{\text{cuadrado}} = \ell^2 = 1^2 = 1 \text{ dam}^2$

⊗ $A_{\text{sector}} = \frac{\pi . r^2 . n^o}{360} = \frac{3'14 . 1^2 . 90}{360} = 0'785 \text{ dam}^2$

⊗ $A_{\text{rayada}} = 1 - 0'785 = 0'215 \text{ dam}^2$

8

⊗ Datos:

- Triángulo rectángulo BAC
- Proyecciones de los catetos : 18 y 8 m

⊗ Aplicamos el teorema de la altura:

$\left[\frac{18}{h} = \frac{h}{8} \right] \to 18 . 8 = h^2 \to h = \sqrt{144} = 12 \text{ m}$

⊗ $A_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base . altura}}{2} = \frac{26 . 12}{2} = 156 \text{ m}^2$

9

⊗ Datos: Diagonal del cuadrado = 1000 m

⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$d^2 = \ell^2 + \ell^2 \Rightarrow 1000^2 = 2 \, \ell^2$

$\frac{1000000}{2} = \ell^2$

$500000 \text{ m}^2 = \ell^2 = \text{Área del cuadrado}$

SOLUCIONES en la pág. 851.

10.- Realiza las transformaciones de las distintas unidades expresadas en cada uno de los apartados siguientes:

a) Reduce a incomplejo de daℓ el complejo 4’1 kℓ + 0’005 hℓ + 500 dℓ.

b) Reduce a incomplejo de hg el complejo 0’75 Tm + 10’5 Qm + 5600 dg.

c) Transforma en complejo 100’456 kg.

d) Transforma en complejo 54’08652 hℓ.

e) Transforma en complejo 8’4509 m.

f) Reduce a incomplejo de dam^2 el complejo 0’0065 km^2 + 6’1 ha + 70 a + 450 ca.

11.- El líquido que contiene un recipiente tiene una capacidad de 5’6 daℓ + 20 ℓ + 0’7 dℓ. ¿Cuántos dm^3 de volumen ocupa?

12.- Realiza estas operaciones de medidas angulares.

a) 89º 56’ 36’’ + 3º 4’ 23’’ + 12º 47’ 1’’ =

b) 27º 52’ 43’’ **.** 8 =

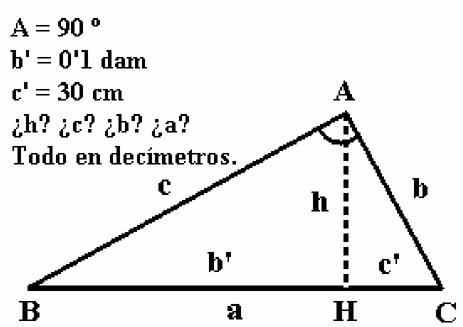
13.- ¿Cuánto mide el tercer ángulo de un triángulo rectángulo si uno de ellos mide 25º?

14.- Eva tiene un reloj de forma circular cuyo radio mide 3 cm. Mira el reloj y comprueba que son las 2 –o las 14:00 PM-. Averigua:

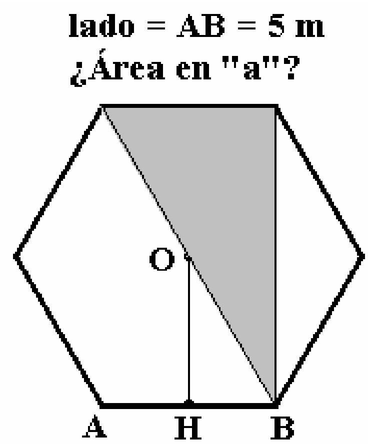
a) ¿Cuántos mm^2 de superficie definen las dos agujas sabiendo que forman un ángulo de 60º?

b) ¿Y si el reloj marcara las 3?

15.- Debes calcular lo que te pide el ejercicio, pero es obligatorio aplicar los tres teoremas estudiados en el tema 10, a saber, el de Pitágoras, el del cateto y el de la altura.



16.- Halla el área (en “a”) de la parte sombreada en el hexágono regular de la siguiente figura.



“En la conversación o cualquier otro coloquio sucede inevitablemente que el placer de unos y el aburrimiento de otros han de compensarse mutuamente; siendo mucha suerte poder mantener el equilibrio”.

GIACOMO LEOPARDI

SOLUCIONES de la pág. 850.

10

a) $\begin{cases} 4'1 \text{ kl} \rightarrow 4'1 \cdot 100 = 410 \text{ dal} \\ 0'005 \text{ hl} \rightarrow 0'005 \cdot 10 = 0'05 \text{ dal} \\ 500 \text{ dl} \rightarrow 500 : 100 = 5 \text{ dal} \\ \text{En total} \Rightarrow 415'05 \text{ dal} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0'75 \text{ Tm} \rightarrow 0'75 \cdot 10000 = 7500 \text{ hg} \\ 10'5 \text{ Qm} \rightarrow 10'5 \cdot 1000 = 10500 \text{ hg} \\ 5600 \text{ dg} \rightarrow 5600 : 1000 = 5'6 \text{ 0hg} \\ \text{En total} \Rightarrow 18.005'6 \text{ hg} \end{cases}$

c) $\{ 100'456 \text{ kg} \rightarrow 1 \text{ Qm} + 4 \text{ hg} + 5 \text{ dag} + 6 \text{ g}$

d) $\{ 54'08652 \text{ hl} \rightarrow 5 \text{ kl} + 4 \text{ hl} + 8 \text{ l} + 6 \text{ dl} + 5 \text{ cl} + 2 \text{ ml}$

e) $\{ 8'4509 \text{ m} \rightarrow 8 \text{ m} + 4 \text{ dm} + 5 \text{ cm} + 0'9 \text{ ml}$

f) $\begin{cases} 0'0065 \text{ km}^2 \rightarrow 0'0065 \cdot 10000 = 65 \text{ dam}^2 \\ 6'1 \text{ ha} \rightarrow 6'1 \cdot 100 = 610 \text{ dam}^2 \\ 70 \text{ a} \rightarrow 70 \text{ dam}^2 \\ 450 \text{ ca} \rightarrow 450 : 100 = 4'5 \text{ dam}^2 \\ \text{En total} \Rightarrow 749'5 \text{ dam}^2 \end{cases}$

11

⊗ Capacidad $\rightarrow$ 5'6 dal + 20 ℓ + 0'7 ℓ .

5'6 dal $\rightarrow$ 5'6 . 10 = 56 ℓ

20 ℓ .... 20 ℓ

0'7 dl $\rightarrow$ 0'7 : 10 = 0'07 ℓ

76'07 ℓ $\Rightarrow$ 76'07 dm^3

12

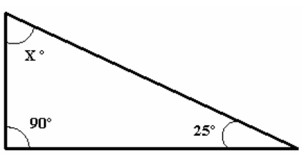
a)	89°	56'	36''	c)	27°	52'	43''
	3°	4'	23''			•	8
	12°	47'	1''		216°	416'	344''
	104°	107'	60''		216°	421'	44''
	105°	48'			223°	1'	44''

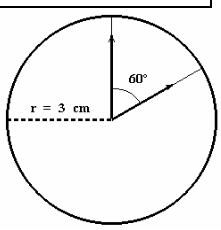
13 Ver figura.

⊗ La suma de los tres ángulos de cualquier triángulo es siempre de 180°.

Luego $\rightarrow$ 180° = x° + 90° + 25°

180° − 90° − 25° = x° = 65°





14 Ver figura.

a) $A_{\text{sector circular a las 2h.}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n^o}{360^o} =$

$= \dfrac{3'14 \cdot 3^2 \cdot 60^o}{360^o} = 4'71 \text{ cm}^2$

$\rightarrow 4'71 \text{ cm}^2 \rightarrow 4'71 \cdot 100 = 471 \text{ mm}^2$

b) $A_{\text{sector circular a las 3h.}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot 90^o}{360^o} =$

$= \dfrac{3'14 \cdot 3^2 \cdot 90^o}{360^o} = 7'065 \text{ cm}^2 = 706'5 \text{ mm}^2$

15 Ajustes $\begin{cases} c' = 30 \text{ cm} \rightarrow 30:10 = 3 \text{ dm} \\ b' = 0'1 \text{ dam} \rightarrow 0'1.100 = 10 \text{ dm} \end{cases}$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE LA ALTURA:

$\left[\dfrac{b'}{h} = \dfrac{h}{c'} \right]; h = \sqrt{b'.c'} = \sqrt{3.10} = \sqrt{30} = 5'48 \text{ dm}$

⊗ Aplicamos el sentido común:

a = b' + c' = 10 + 3 = 13 dm

⊗ Aplicamos el TEOREMA DEL CATETO:

$\left[\dfrac{a}{c} = \dfrac{c}{c'} \right] \rightarrow c = \sqrt{a.c'} = \sqrt{13.3} = \sqrt{39} = 6'24 \text{ dm}$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE PITÁGORAS:

$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{13^2 - 6'24^2} = \sqrt{130'06} = 11'40 \text{ dm}$

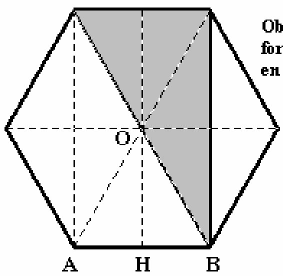
16 ⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras en BHO:

apotema = $OH = \sqrt{5^2 - 2'5^2} = \sqrt{18'75} = 4'33 \text{ m}$

⊗ $A_{\text{hexágono}} = \dfrac{p \cdot a_p}{2} = \dfrac{6.5.4'33}{2} = 64'95 \text{ m}^2$

⊗ $A_{\text{rayada}} = \dfrac{A_{\text{hexágono}}}{3} = \dfrac{64'95}{3} = 21'65 \text{ m}^2$

⊗ Ajuste: $21'65 \text{ m}^2 = 21'65 : 100 = 0'2165$ "a" (dam^2)



Observa que la parte rayada está formada por 4 triángulos de los 12 en que se ha dividido el hexágono.

En los hexágonos regulares, el lado es igual al radio de la circunferencia circunscrita a él.
BHO (triángulo rectángulo)
AB = OB = 5 m
HB = 2'5 m
OH (apotema y cateto de BHO)

* * * * * * * * * * * * * * * * *

"No es muy conveniente que te esfuerces porque tienes que decir algo, sino porque tienes algo que decir."

Richard Whately

SOLUCIONES en la pág. 844.

1) Reduce a incomplejo de decalitro:
4'1 l + 0'005 hl + 500 dl.

2) Reduce a incomplejo de hectogramo:
0'75 Tm + 10'5 Qm + 5600 dg

3) Reduce incomplejos a complejos:
a) 100'456 kg
b) 54'08642 hl
c) 8'4509 m

4) Reduce este complejo a incomplejo de decámetros cuadrados:
0'0065 km^2 + 6'1 ha + 70 a + 450 ca

5) El líquido que contiene un recipiente tiene una capacidad de 5'6 dal + 20 l + 0'7 dl. ¿Cuántos dm^3 ocupa de volumen?

6) Realiza estas operaciones:
a) 89° 56' 36" + 3° 4' 23" + 12° 47' 1" =
b) 27° 52' 43" • 8 =

7) ¿Cuánto mide el tercer ángulo de un triángulo si uno de ellos mide 25°?

8) Rogelia tiene un reloj de forma circular cuyo radio mide 3 cm. Mira el reloj y comprueba que son las 14:00 horas.
a) ¿Cuántos mm^2 de área definen las sos agujas sabiendo que forman un ángulo de 60°?
b) ¿Y si el reloj marcara las 15:00?

9) Los catetos de un triángulo rectángulo miden 570 cm y 0'83 dam. Halla su área en milímetros cuadrados.

10) Halla la medida del lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un rombo cuyo lado mide 3'15 dm.

11) Se quiere cubrir con una capa de arena una plaza de 2 dam de diámetro. Calcula los kg que se necesitarán si para cubrir cada metro cuadrado se emplean 5 kg de arena.

12) Petronilo quiere cubrir completamente una pared de su habitación con posters. Si cada póster tiene unas dimensiones de 75 cm de alto y 5 dm de ancho, ¿cuántos necesitará para llenar la pared de 3750 mm de alta y 2'5 m de ancha?

13) En cada apartado te dan medidas de un triángulo rectángulo. Calcula lo que te piden.
a) cateto "b" = 143'7 cm, cateto "c" = 191'6 cm. ¿hipotenusa "a"?
b) altura "h" = 120 cm, proyección c' del cateto "c" = 2'4 m. ¿proyección b'?
c) cateto "c" = 18 cm, hipotenusa "a" = 500 mm. ¿proyección c' del cateto "c"?

14) Se pretende esterar una sala de 21 m de larga por 0'12 hm de ancha con estera de 0'80 m de ancha. ¿Qué longitud de ella necesitamos?

15) Un recipiente lleno de agua pura ocupa un volumen de 2m^3 + 35 dm^3 + 6 cm^3. ¿Cuántos kg pesa el agua que hay?

16) Un campo rectangular de 2 hm de largo y 9 dam de ancho debe ser repartido entre dos herederos. Al mayor le corresponden las 2/3 partes del campo. ¿Cuántas centiáreas le tocan?

DE REFRANES:

Con sus libros, los muertos abren los ojos a los vivos.

Alaba el provecho que siempre se saca de la lectura. Porque, como decía Rubén Darío, ≪ El libro es fuerza, es valor / es poder, es alimento; / antorcha del pensamiento / y manantial del amor. ≫

Pág. 852 → nº 9 ⊗ Datos

- Triángulo rectángulo ABC
- Cateto "b" = 570 cm → 570 : 100 = 5'7 m
- Cateto "c" = 0'83 dam → 0'83 . 10 = 8'3 m
- ¿Área (en "ca")?

⊗ $\text{Área} = \dfrac{\text{base.altura}}{2} = \dfrac{b.c}{2} = \dfrac{5'7\ m\ .\ 8'3\ m}{2} =$

$= 23'655\ m^2 = 23'655\ ca$

Pág. 852 → nº 10 ⊗ Datos

- Lado del rombo = 3'15 dm
- Perímetro del triángulo equilátero = = perímetro del rombo
- ¿Lado del triángulo?

⊗ $P_{rombo} = 4\ .\ \ell = 4\ .\ 3'15\ dm = 12'6\ dm$

⊗ $P_{\text{triángulo equilátero}} = 3\ .\ \ell = 12'6\ dm$

$\ell = \dfrac{12'6}{3} = 4'2\ dm$

Pág. 852 → nº 11 ⊗ Datos

- Plaza circular de diámetro 2 dam (20 m)
- Cada m^2 necesita 5 kg de arena
- ¿Kg de arena para cubrir la plaza?

⊗ Radio de la plaza $= \dfrac{20\ m}{2} = 10\ m$

⊗ $A_{\text{círculo}} = \pi\ r^2 = 3'14\ .\ 10^2 = 314\ m^2$

⊗ Arena = 5 . 314 = 1570 kg para la plaza.

Pág. 852 → nº 12 ⊗ Datos

- Dimensiones de la pared → 3'75 m x 2'5 m
- Dimensiones de un póster → 0'75 m x 0'5 m
- ¿Nº de pósters para cubrir la pared?

⊗ $A_{pared} = b.h = 3'75\ m\ .\ 2'5\ m = 9'375\ m^2$

⊗ $A_{\text{póster}} = b.h = 0'75\ m\ .\ 0'5\ m = 0'375\ m^2$

⊗ $\dfrac{A_{pared}}{A_{poster}} = \dfrac{9'375\ m^2}{0'375\ m^2} = 25$ pósters

●□■❍●□■❍●□■❍●□■❍●□■❍●□■❍

" ¿ Hay algo más duro que una piedra y algo más blando que el agua ? Sin embargo, la blanda agua horada la dura piedra."

Publio OVIDIO

☞ ✎ ✍ 🕮 ☹ ☞ ⌛ ✌

Pág. 845 → nº 1

⊗ $A_{\text{rectángulo mayor}} = \text{largo . ancho}$

$= 90\ dm\ .\ 50\ dm = 4500\ dm^2$

⊗ $A_{\text{rectángulo menor}} = b\ .\ h$

$= 30\ dm\ .\ 90\ dm = 2700\ dm^2$

⊗ $A_{total} = 4500 + 2700 = 7200\ dm^2$

Pág. 845 → nº 4

⊗ El diámetro AB de uno de los semicírculos mide 10 cm, ya que es uno de los lados del triángulo equilátero ABC.

Luego → radio = 10 cm : 2 = 5 cm

⊗ $A_{\text{triángulo}} = \dfrac{b\ .\ h}{2} = \dfrac{10\ .\ 8'66}{2} = 43'3\ cm^2$

⊗ $A_{\text{semicírculo}} = \dfrac{\pi\ .\ r^2}{2} = \dfrac{3'14\ .\ 5^2}{2} = 39'25\ cm^2$

⊗ $A_{rayada} = 43'3 + 39'25 = 82'55\ cm^2$

Pág. 845 → nº 6

⊗ $A_{cuadrado} = \ell^2 = 1^2 = 1\ dam^2$

⊗ $A_{sector} = \dfrac{\pi . r^2 . n^o}{360} = \dfrac{3'14 . 1^2 . 90}{360} = 0'785\ dam^2$

⊗ $A_{rayada} = 1 - 0'785 = 0'215\ dam^2$

Ficha J - 11 → nº 8

⊗ Datos:

- Triángulo rectángulo BAC
- Proyecciones de los catetos : 18 y 8 m

⊗ Aplicamos el teorema de la altura:

$\left[\dfrac{18}{h} = \dfrac{h}{8} \right] \rightarrow 18.8 = h^2 \rightarrow h = \sqrt{144} = 12\ m$

⊗ $A_{\text{triángulo}} = \dfrac{\text{base . altura}}{2} = \dfrac{26\ .\ 12}{2} = 156\ m^2$

Pág. 845 → nº 9

⊗ Datos: Diagonal del cuadrado = 100 m

⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$d^2 = \ell^2 + \ell^2 \Rightarrow 1000^2 = 2\ \ell^2$

$\dfrac{1000000}{2} = \ell^2$

$500000\ m^2 = \ell^2 =$ Área del cuadrado

"Lo que quieras que otros no digan, tú lo has de callar primero".

JUAN LUIS VIVES

Pág. 847 → nº 32

Ajustes : $\begin{cases} c' = 30 \text{ cm} \to 30:10 = 3 \text{ dm} \\ b' = 0'1 \text{ dam} \to 0'1.100 = 10 \text{ dm} \end{cases}$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE LA ALTURA:

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}\right] ; h = \sqrt{b'.c'} = \sqrt{3.10} = \sqrt{30} = 5'48 \text{ dm}$$

⊗ Aplicamos el sentido común:

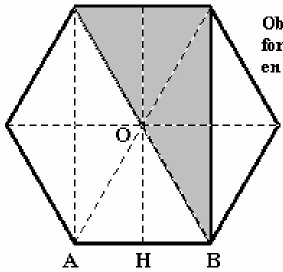
$a = b' + c' = 10 + 3 = 13 \text{ dm}$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DEL CATETO:

$$\left[\frac{a}{c} = \frac{c}{c'}\right] \to c = \sqrt{a.c'} = \sqrt{13.3} = \sqrt{39} = 6'24 \text{ dm}$$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE PITÁGORAS:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{13^2 - 6'24^2} = \sqrt{130'06} = 11'40 \text{ dm}$$



Observa que la parte rayada está formada por 4 triángulos de los 12 en que se ha dividido el hexágono.

En los hexágonos regulares, el lado es igual al radio de la circunferencia circunscrita a él.
BHO (triángulo rectángulo)
AB = OB = 5 m
HB = 2'5 m
OH (apotema y cateto de BHO)

Pág. 846 → nº 2

⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras en BHO :

$$\text{apotema} = OH = \sqrt{5^2 - 2'5^2} = \sqrt{18'75} = 4'33 \text{ m}$$

$$⊗\ A_{\text{hexágono}} = \frac{p \cdot a_p}{2} = \frac{6 . 5 . 4'33}{2} = 64'95 \text{ m}^2$$

$$⊗\ A_{\text{rayada}} = \frac{A_{\text{hexágono}}}{3} = \frac{64'95}{3} = 21'65 \text{ m}^2$$

⊗ Ajuste: $21'65 \text{ m}^2 = 21'65:100 = 0'2165$ "a" (dam^2)

Pág. 845 → nº 8 Ver figura.

$$\text{a) } A_{\text{sector circular a las 2h.}} = \frac{\pi . r^2 . n^o}{360^o} =$$

$$= \frac{3'14 . 3^2 . 60^o}{360^o} = 4'71 \text{ cm}^2$$

$$\to 4'71 \text{ cm}^2 \to 4'71 . 100 = 471 \text{ mm}^2$$

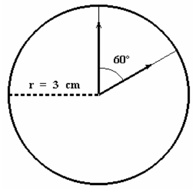
$$\text{b) } A_{\text{sector circular a las 3h.}} = \frac{\pi . r^2 . 90^o}{360^o} =$$

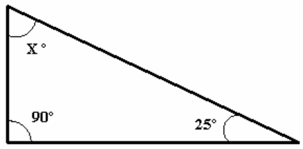
$$= \frac{3'14 . 3^2 . 90^o}{360^o} = 7'065 \text{ cm}^2 = 706'5 \text{ mm}^2$$

* * * * * * * * * * * * * * * * *

"No es muy conveniente que te esfuerces porque tienes que decir algo, sino porque tienes algo que decir."

Richard Whately





Pág. 845 → nº 7 Ver figura.

⊗ La suma de los tres ángulos de cualquier triángulo es siempre de 180°.

Luego → $180^o = x^o + 90^o + 25^o$

$180^o - 90^o - 25^o = x^o = 65^o$

Pág. 845 → nº 6

a)	89°	56'	36''	c)	27°	52'	43''
	3°	4'	23''			•	8
	12°	47'	1''		216°	416'	344''
	104°	107'	60''		216°	421'	44''
	105°	48'			223°	1'	44''

Pág. 845 → nº 5

⊗ Capacidad → 5'6 daℓ + 20 ℓ + 0'7ℓ .

5'6 daℓ → 5'6 . 10 = 56 ℓ

20 ℓ .... 20 ℓ

0'7 dℓ → 0'7 : 10 = 0'07 ℓ

76'07 ℓ ⇒ 76'07 dm^3

Pág. 845 → nºs 1, 2, 3 y 4

nº 5 $\begin{cases} 4'1 \text{ kl} \to 4'1 . 100 = 410 \text{ dal} \\ 0'005 \text{ hl} \to 0'005 . 10 = 0'05 \text{ dal} \\ 500 \text{ dl} \to 500 : 100 = 5 \text{ dal} \\ \text{En total} \Rightarrow 415'05 \text{ dal} \end{cases}$

nº 8 $\begin{cases} 0'75 \text{ Tm} \to 0'75 . 10000 = 7500 \text{ hg} \\ 10'5 \text{ Qm} \to 10'5 . 1000 = 10500 \text{ hg} \\ 5600 \text{ dg} \to 5600 : 1000 = 5'6 \text{ 0hg} \\ \text{En total} \Rightarrow 18.005'6 \text{ hg} \end{cases}$

nº 11a {100'456 kg → 1 Qm + 4 hg + 5 dag + 6 g

nº 11b {54'08652 hl → 5 kl + 4 hl + 8 l + 6 dl + 5 cl + 2 ml

nº 11c {8'4509 m → 8 m + 4 dm + 5 cm + 0'9 ml

nº 18c $\begin{cases} 0'0065 \text{ km}^2 \to 0'0065.10000 = 65 \text{ dam}^2 \\ 6'1 \text{ ha} \to 6'1 . 100 = 610 \text{ dam}^2 \\ 70 \text{ a} \to 70 \text{ dam}^2 \\ 450 \text{ ca} \to 450 : 100 = 4'5 \text{ dam}^2 \\ \text{En total} \Rightarrow 749'5 \text{ dam}^2 \end{cases}$

Pág. 845 → nº 13

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE PITÁGORAS:

$$a=\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{143'7^2+191'6^2}=\sqrt{57360'25}=239'5\text{ cm}$$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE LA ALTURA:

$$\left[\frac{b'}{h}=\frac{h}{c'}\right] \rightarrow b'=\frac{h^2}{c'}=\frac{12^2}{24}=6\text{dm}$$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DEL CATETO:

$$\left[\frac{a}{c}=\frac{c}{c'}\right] \rightarrow c'=\frac{c^2}{a}=\frac{1'8^2}{5}=0'648\text{ dm}$$

Pág. 846 → nº 11

⊗ Datos:

Diagonal del rectángulo = 1 hm = 10 dam

Base del rectángulo = 80 m = 8 dam

⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura (ancho) del rectángulo :

$$h=\sqrt{d^2-b^2}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\text{ dam}$$

$$\otimes\ A_{\text{rectángulo}}=b\ .\ h=8\text{ dam}\ .6\text{ dam}=48\text{ "a"}(\text{dam}^2)$$

$$4)\ A_{\text{trapecio}}=\frac{(B+b).h}{2}=\frac{(8+5).6}{2}=39\text{ cm}^2$$

$$39\text{ cm}^2 \rightarrow 39:10000=0'0039\text{ "ca" }(m^2)$$

Pág. 846 → nº 14

$$A_{\text{sala}}=\text{largo.ancho}=21.12=252\text{ m}^2$$

$$A_{\text{estera}}(252\text{ m}^2)=\text{largo }(x).\text{ancho}(0'8\text{ m})$$

$$252=x\ .\ 0'8 \rightarrow x=252:0'8=315\text{ m}$$

S → Se necesitan 315 metros de estera.

Pág. 846 → nº 15

⊗ Volumen → $2\text{ m}^3+35\text{ dm}^3+6\text{ cm}^3$

$2\text{ m}^3 \rightarrow 2\ .\ 1000=2000\text{ dm}^3$

$35\text{ dm}^3 \rightarrow\quad 35\text{ dm}^3$

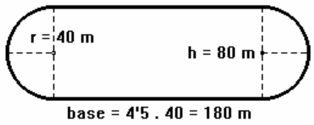
$6\text{ cm}^3 \rightarrow 6:1000=0'006\text{ dm}^3$

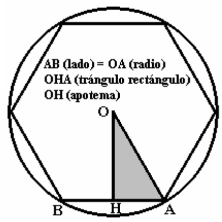
Total: $2035'006\text{ dm}^3$

Y $2035'006\text{ dm}^3 \Rightarrow 2035'006$ kg de agua.

"El genio es un uno por ciento de inspiración y un noventa y nueve por ciento de sudor."

Thomas Alva EDISON





Pág. 846 → nºs 5, 7 y 8

6) Lo rayado es justamente el triángulo dibujado, porque los trozos salientes son iguales a los que no tienen sombra.

$$A_{\text{triángulo}}=\frac{b\ .\ h}{2}=\frac{50\ .\ 30}{2}=750\text{ mm}^2$$

8) Ver figura.

$$\otimes\ A_{\text{rectángulo}}=b.h=180.80=14400\text{ "ca" }(m^2)$$

$$\otimes\ A_{\text{círculo}}=\pi\ r^2=3'14\ .\ 40^2=5024\text{ "ca"}$$

$$\otimes\ A_{\text{total}}=14400+5024=19424\text{ "ca"}$$

10) Ver figura.

Volvemos a repetir que el radio de la circunferencia circunscrita al hexágono regular es igual al lado del hexágono.

Aplicamos Pitágoras en el triángulo sombreado:

$$a_p=\sqrt{OA^2-\left(\frac{HA}{2}\right)^2}=\sqrt{5^2-2'5^2}=4'33\text{ dam}$$

$$A_{\text{hexágono}}=\frac{p\cdot a_p}{2}=\frac{6.5.4'33}{2}=64'95\text{ dam}^2$$

$$A_{\text{círculo}}=\pi\ r^2=3'14.5^2=78'5\text{ dam}^2$$

$$A_{\text{rayada}}=78'5-64'95=13'55\text{ "a"}$$

Pág. 846 → nº 3

Lo rayado es justamente el área del rectángulo menos el área del rombo, o lo que es lo mismo, la mitad del rectángulo.

$$A_{\text{rectángulo}}=b.h=10.18=180\text{ m}^2$$

$$A_{\text{rombo}}=\frac{D\ .\ d}{2}=\frac{18.\ 10}{2}=90\text{ m}^2$$

$$A_{\text{rayada}}=180-90=90\text{ m}^2$$

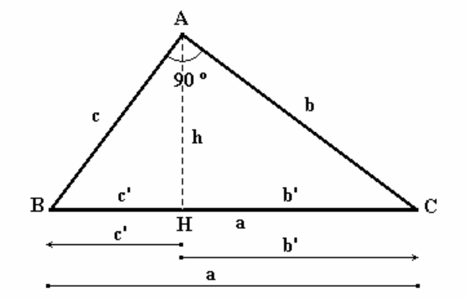
Pág. 846 → nº 16

$$A_{\text{rectángulo}}=b.h=200.90=18000\text{ m}^2$$

$$\frac{2}{3}\text{ de }18000\text{ m}^2=\frac{2.18000}{3}=12.000\text{ "ca"}$$

Al hijo pequeño → 18000 − 12000 = 6.000 "ca"

El teorema de Pitágoras es de gran importancia para hacer análisis y estudios geométricos en diferentes áreas del conocimiento. De ahí que la comprensión y destreza en su manejo es de vital importancia, especialmente en el estudio de los fenómenos físicos.



Los 8 datos citados son los siguientes:
LADOS: a (hipotenusa), b (cateto mayor), c (cateto menor).
ALTURA: h.
PROYECCIONES: b', c'.
PERÍMETRO = a + b + c
ÁREA = a.h / 2 , o también : b.c / 2

En la siguiente tabla hay 30 ejercicios sobre los TEOREMAS explicados en el tema 10. En cada uno de ellos se dan 2 datos (entre hipotenusa, catetos, altura, proyecciones, perímetro y área) y debes calcular lo que te piden.

SOLUCIONES en la pág. 857.

	Hipotenusa	Catetos		Altura	Proyecciones		Perímetro	Área
	a	**b**	**c**	**h**	**b'**	**c'**	**p**	**A**
1	¿ m ?	40 m	30 m					
2	0'25 hm	200 dm	¿ m ?					
3	0,035 km	¿ dam ?	2100 cm					
4	6500 cm	¿ dm ?			0,416 hm			
5	¿ mm ?	1 cm			0,08 dm			
6	2 hm	0,16 km			¿ m ?			
7				¿ hm ?	4,8 km	270 dam		
8				0,48 m	640 mm	¿ cm ?		
9				16,08 hm	¿ m ?	12060 dm		
10	0,13 dam	1200 mm	¿ dm ?					
11	6500 hm	¿ mam ?	250 km					
12	¿ km ?	408 dam	0,17 mam					
13	3'35 m		¿ cm ?			12,06 dm		
14	500 m	¿ hm ?	¿ hm ?	¿ hm ?	0,32 dam	¿ hm ?	¿ hm ?	¿ ha ?
15	¿ cm ?	¿ cm ?	¿ cm ?	¿ cm ?	0,04 m	22,5 mm	¿ cm ?	¿ cm^2 ?
16	7 hm	¿ dam ?	420 m	¿ dam ?	¿ dam ?	¿ dam ?	¿ dam ?	¿ a ?
17	8500 dm	68 dam	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?	¿ ca ?
18	¿ dam ?	¿ dam ?	¿ dam ?	144 dm	¿ dam ?	¿ dam ?	¿ dam ?	112614 "a"
19	68500 mm		4'11 m			¿ cm ?		
20	975 cm	0,09 hm	¿ dm ?					
21				¿ dam ?	5 hm	28125 cm		
22	115 m	¿ dm ?	6900 cm	¿ dm ?	¿ dm ?	¿ dm ?	¿ dm ?	¿ dm^2 ?
23	¿ dm ?	¿ dm ?	¿ dm ?	6,96 dam	0	5220 cm	¿ dm ?	¿ dm^2 ?
24	¿ m ?	¿ m ?	48 dam	3,84 hm	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?	¿ ca ?
25	¿ dam ?	¿ dam ?	¿ dam ?	¿ dam ?	304 dam	171 dam	¿ dam ?	¿ a ?
26	3,125 hm	2,5 hm	¿ hm?	¿ hm?	¿ hm?	¿ hm?	¿ hm?	¿ ha ?
27	¿ cm ?	8 mm	¿ cm ?	¿ cm ?	0,64 cm	¿ cm ?	¿ cm ?	¿ cm^2 ?
28	450 m	360 m	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?
29	25 km	¿ km ?	¿ km ?	12 km	¿ km ?	¿ km ?	¿ km ?	¿ km^2 ?
30	450 m	360 m	¿ m ?	¿ m ?	¿ m ?	162 m	¿ m ?	¿ ca ?

“Amigos son los que en las prosperidades acuden al ser llamados y en las adversidades sin serlo”.

DEMETRIO POLICERTES

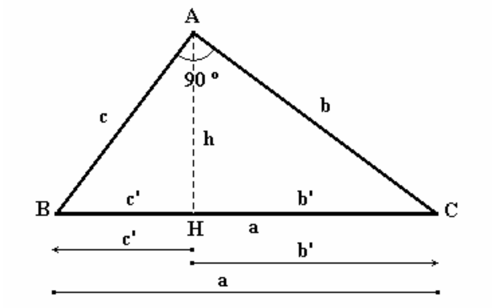
En cada uno de los ejercicios debes seguir el siguiente esquema en su realización:

a) **D**ibujar la figura habitual en los ejercicios y problemas de TEOREMAS.

b) **E**scribir los datos con una llave o corchete y pasarlos a las unidades pedidas.

c) **R**esolver especificando qué teorema/s usas para ello.

NOTA: Yo, en estas fichas de repaso, no voy a copiar la figura en todos los ejercicios, pues entonces pierdo mucho espacio, pero te aconsejo que tú si lo hagas. Así te lo aprendes mejor y más rápido.



SOLUCIONES de la pág. 856.

1) Datos $\begin{cases} \circ \text{ Cateto "b" = 40 cm} \\ \circ \text{ Cateto "c" = 30 cm} \\ \circ \text{ ¿ Hipotenusa "a" (en cm) ?} \end{cases}$

⊗ **Se aplica el teorema de PITÁGORAS:**

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} =$$

$$= \sqrt{1600 + 900} = \sqrt{2500} = 50 \text{ cm}$$

2) Datos $\begin{cases} \circ \text{ Hipotenusa "a" = 0'25 hm} \rightarrow \text{25 m} \\ \circ \text{ Cateto "b" = 200 dm} \rightarrow \text{20 m} \\ \circ \text{ ¿ Cateto "c" (en m) ?} \end{cases}$

⊗ **Se aplica el teorema de PITÁGORAS:**

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} =$$

$$= \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225} = 15 \text{ m}$$

3) Datos $\begin{cases} \circ \text{ Hipotenusa "a" = 0'035 km} \rightarrow \text{3'5 dam} \\ \circ \text{ Cateto "c" = 2100 cm} \rightarrow \text{2'1 m} \\ \circ \text{ ¿ Cateto "b" (en dam) ?} \end{cases}$

⊗ **Se aplica el teorema de PITÁGORAS:**

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$b^2 = a^2 - c^2$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{3'5^2 - 2'1^2} =$$

$$= \sqrt{12'25 - 4'41} = \sqrt{7'84} = 2'8 \text{ m}$$

4) Datos $\begin{cases} \circ \text{Hipotenusa "a" = 6500 cm = 650 dm} \\ \circ \text{Proyección b' = 0'416 hm = 416 dm} \\ \circ \text{¿Cateto "b" (en dm)?} \end{cases}$

⊗ **Se aplica el teorema del CATETO:**

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'} \right]$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\frac{650}{b} = \frac{b}{416} \right] \rightarrow \left| \begin{array}{l} 650 \,.\, 416 = b \,.\, b \\ 270400 = b^2 \\ b = \sqrt{270400} = 520 \text{ dm} \end{array} \right.$$

5) Datos $\begin{cases} \circ \text{Cateto "b" = 1 cm} \rightarrow \text{10 mm} \\ \circ \text{Proyección b' = 0'08 dm = 8 dm} \\ \circ \text{¿Hipotenusa "a" (en mm)?} \end{cases}$

⊗ **Se aplica el teorema del CATETO:**

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'} \right]$$

$$\left[\frac{a}{10} = \frac{10}{8} \right] \rightarrow \left| \begin{array}{l} a \,.\, 8 = 10 \,.\, 10 \\ a = \dfrac{100}{8} = 12'5 \text{ dm} \end{array} \right.$$

6) Datos $\begin{cases} \circ \text{Hipotenusa "a" = 2 hm} \rightarrow \text{200 m} \\ \circ \text{Cateto "c" = 0'16 km = 160 m} \\ \circ \text{¿Proyección c' (en m)?} \end{cases}$

⊗ **Se aplica el teorema del CATETO:**

$$\left[\frac{a}{c} = \frac{c}{c'} \right]$$

$$\left[\frac{200}{160} = \frac{160}{c'} \right] \rightarrow \left| \begin{array}{l} 200 \,.\, c' = 160 \,.\, 160 \\ c' = \dfrac{25600}{200} = 128 \text{ m} \end{array} \right.$$

7) Datos $\begin{cases} \circ \text{Proyección c' = 270 dam = 27 hm} \\ \circ \text{Proyección b' = 4'8 km = 48 hm} \\ \circ \text{¿Altura "h" (en hm)?} \end{cases}$

⊗ **Se aplica el teorema de la ALTURA :**

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'} \right] \Rightarrow \left[\frac{48}{h} = \frac{h}{27} \right] \rightarrow$$

$$\left| \begin{array}{l} 48 \,.\, 27 = h \,.\, h \Rightarrow 1296 = h^2 \Rightarrow \\ h = \sqrt{1296} = 36 \text{ hm} \end{array} \right.$$

"La causa más importante de los accidentes de tráfico es que ponemos en los coches tanto ego como gasolina".

PIERRE DANINOS

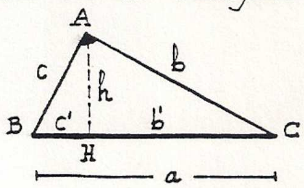
SOLUCIONES de la pág. 856.

	Hipotenusa	Catetos		Altura	Proyecciones		Perímetro	Área
	a	b	c	h	b'	c'	p	A
1	50	40	30	24	32	18	120	600
2	25	20	15	12	6	9	60	150
3	35	28	21	16,8	22,4	12,6	84	294
4	650	520	390	312	416	234	1560	101400
5	12,5	10	7,5	6	8	4,5	30	37,5
6	200	160	120	96	128	72	480	9600
7	13	12	5				30	0
8	75	60	45	36	48	27	180	1350
9	100	80	60	48	64	36	240	2400
10	65	60	25				150	0
11	3350	2680	2010	1608	2144	1206	8040	2693400
12	5	4	3	2,4	3,2	1,8	12	6
13	4,42	4,08	1,7				10,2	0
14	6,25	5	3,75	3	4	2,25	15	9,375
15	70	56	42	33,6	44,8	25,2	168	1176
16	850	680	510	408	544	306	2040	173400
17	3	2,4	1,8	1,44	1,92	1,08	7,2	2,16
18	685	548	411	328,8	438,4	246,6	1644	112614
19	97,5	90	37,5				225	0
20	78,125	62,5	46,875	37,5	50	28,125	187,5	1464,8438
21	1150	920	690	552	736	414	2760	317400
22	1450	1160	870	696	928	522	3480	504600
23	800	640	480	384	512	288	1920	153600
24	475	380	285	228	304	171	1140	54150
25	3,125	2,5	1,875	1,5	2	1,125	7,5	2,34375
26	1	0,8	0,6	0,48	0,64	0,36	2,4	0,24
27	450	360	270	216	288	162	1080	48600
28	2,5	2	1,5	1,2	1,6	0,9	6	1,5
29	0,5	0,4	0,3	0,24	0,32	0,18	1,2	0,06
30	300	240	180	144	192	108	720	21600

SOLUCIONES en la pág. 860.

Control sobre TEOREMAS y GEOMETRÍA PLANA

Fíjate en el triángulo de la figura y calcula:



Datos
$\overline{AC} = b = 4\ dm$
$\overline{HC} = b' = 320\ mm$
$\hat{A} = 90^\circ$

¡ojo!

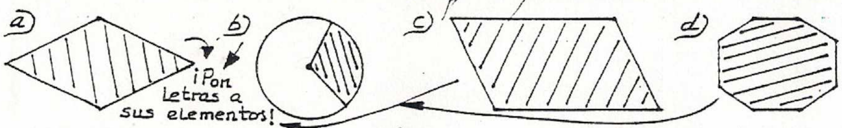
① ¿Cuántos <u>centímetros</u> miden la hipotenusa y el cateto "c"?

② ¿Cuántos <u>centímetros</u> miden la proyección del cateto "c" y la altura?
NOTA → Para calcular la altura es obligatorio hacerlo por el <u>TEOREMA DE LA ALTURA.</u>

③ Transforma estos complejos al incomplejo que te indica:
a) 6'7 dam, 3 m y 0'6 dm → a "m"
b) 3 ha, 2'8 dam² y 5000 ca → a "a"
c) 0'0009 hm³, 4'8 dam³ y 700 dm³ → a "m³"

④ Calcula la longitud de la circunferencia y el área del círculo cuyo radio vale 10 metros.

⑤ Dibuja estas figuras en tu folio. Después escribes debajo de cada una su nombre y la fórmula de su área.



⑥ ¿Cuántas "ca" tiene un hexágono de 100 dm de lado?

⑦ Se sabe que un trapecio tiene 8 m de altura y que su base mayor es 5/4 de la altura y su base menor es 3/4 de la altura. ¿Cuántos cm² mide su superficie?

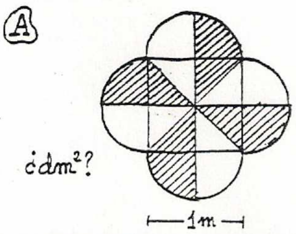
⑧ Dibuja un rombo cuyas diagonales midan 0'4 dm y 25 mm.

⑨ Una finca con forma de rombo tiene 3 km de lado. Si la diagonal menor mide 3600 m, ¿cuántas "has" (hectáreas) tiene la superficie de dicha finca? (Reduce a hm).

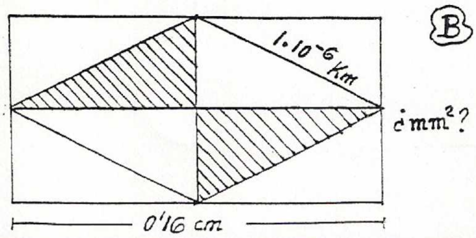
⑩ ¿Cuántos metros tiene de diámetro una mesa cuya superficie es de 176'625 dm²?

EXTRAS Calcula el área de la parte rayada. (SÓLO SE ELIGE UNO)

Ⓐ



Ⓑ



SOLUCIONES de la pág. 859.

SOLUCIONES

1 a) Teorema del CATETO → $\left\{\frac{a}{b}=\frac{b}{b'}\right\} \to a\cdot c' = b^2 \to a = \frac{b^2}{b'} = \frac{40\cdot 40}{32} = 50\ cm$

b) Teorema de PITÁGORAS → $c = \sqrt{a^2-b^2} = \sqrt{50^2-40^2} = \sqrt{900} = 30\ cm$

2 a) Teorema del CATETO → $\left\{\frac{a}{c}=\frac{c}{c'}\right\} \to a\cdot c' = c^2 \to c' = \frac{c^2}{a} = \frac{30\cdot 30}{50} = 18\ cm$

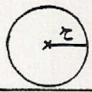
b) Teorema de la ALTURA → $\left\{\frac{b'}{h}=\frac{h}{c'}\right\} \to h^2 = b'\cdot c' \to h = \sqrt{b'\cdot c'} = \sqrt{576} = 24\ cm$

3 a)
$6'7\ dam \to 6'7\cdot 10 = 67\ m$
$3\ m \to = 3\ m$
$0'6\ dm \to 0'6 : 10 = 0'06\ m$
$\boxed{70'06\ m}$

b)
$3\ ha \to 3\cdot 100 = 300\ a$
$2'8\ dam^2 \to = 2'8\ a$
$50000\ ca \to 5000 : 100 = 50$
$\boxed{352'8\ \text{"a"}}$

c)
$0'0009\ hm^3 \to 0'0009\cdot 10^6 = 900\ m^3$
$4'8\ dam^3 \to 4'8\cdot 10^3 = 4800\ m^3$
$700\ dm^3 \to 700 : 10^3 = 0'7\ m^3$
$\boxed{5.700'7\ m^3}$

4



$L = 2\pi\cdot r = 2\cdot 3'14\cdot 10 = 62'8\ m$

$A = \pi\cdot r^2 = 3'14\cdot 100 = 314\ m^2$

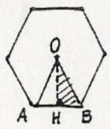
5 a) ROMBO → $A = \frac{D\cdot d}{2}$

b) SECTOR CIRCULAR → $\frac{\pi\cdot r^2\cdot n^\circ}{360} = A$

c) ROMBOIDE → $b\cdot h = A$

d) OCTÓGONO → $A = \frac{P\cdot a_p}{2}$

6



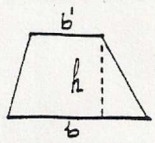
$D = \begin{cases} l = \overline{AB} = 100\ dm \to 10\ m \\ r = \overline{OA} = \overline{OB} = 10\ m \\ \overline{HB} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{10}{2} = 5\ m \\ ¿\ \overline{OH} = a_p? \end{cases}$

• Se aplica el T. de PITÁGORAS ($\widehat{OHB}$)

$\overline{OH} = a_p = \sqrt{10^2-5^2} = \sqrt{75} = 8'6...\ m$

• $A = \frac{P\cdot a_p}{2} = \frac{6\cdot 10\cdot 8'6}{2} = \frac{516}{2} = 258\ ca$

7

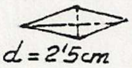


$D = \begin{cases} h = 8\ m \\ b = \frac{5}{4}\ de\ 8 = \frac{40}{4} = 10\ m \\ b' = \frac{3}{4}\ de\ 8 = \frac{24}{4} = 6\ m \end{cases}$

$A = \frac{(b+b')\cdot h}{2} = \frac{(10+6)\cdot 8}{2} = \frac{128}{2} = 64\ m^2$

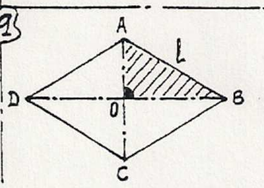
$A_{TRAPECIO} = 64\ m^2 = 64\cdot 10000 = 640.000\ cm^2$

8 NO LO HAGO AQUÍ. NO CABE.



DEBE MEDIR → $D = 4\ cm$, y $d = 2'5\ cm$

9



$D \begin{cases} l = \overline{AB} = 3\ Km = 30\ hm \\ \overline{AC} = d = 3600\ m = 36\ hm \\ \overline{OA} = \frac{d}{2} = \frac{36}{2} = 18\ hm \\ ¿OB?\ ¿D?\ ¿A\ (ha)? \end{cases}$

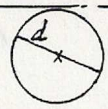
• Se aplica el T. de PITÁGORAS ($\widehat{AOB}$):

$\overline{OB} = \sqrt{l^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{30^2-18^2} = \sqrt{576} = 24\ hm$

• Diagonal mayor → $D = 2\cdot\overline{OB} = 48\ hm$

• $A_{ROMBO} = \frac{D\cdot d}{2} = \frac{48\cdot 36}{2} = 864\ ha$

10



$D \begin{cases} A = 176'625\ dm^2 \\ ¿d? \end{cases}$

$A = \pi\cdot r^2;\ r^2 = \frac{A}{\pi}$

$r = \sqrt{\frac{A}{3'14}} = \sqrt{\frac{176'625}{3'14}} = \sqrt{56'25} = 7'5\ dm$

$d = 2\cdot r = 2\cdot 7'5 = 15\ dm \to 15 : 10 = 1'5\ m$

A • Observa que las aspas del interior del cuadrado tienen de superficie, exactamente, la mitad del cuadrado.

$A_{ASPAS\ CUADRADO} = \frac{l^2}{2} = \frac{1^2}{2} = 0'5\ m^2$

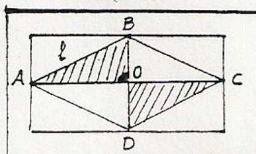
• Observa también, que los cuatro cuadrantes restantes constituyen justamente un círculo.

$A_{CÍRCULO\ (4\ cuadrantes)} = \pi\cdot r^2 = \pi\cdot 0'5^2 = 0'785\ m^2$

• $A_{RAYADA} = 0'5 + 0'785 = 1'285\ m^2$

$\Rightarrow 1'285\cdot 100 = 128'5\ dm^2$

B



$D \begin{cases} \overline{AC} = 0'16\ cm = 1'6\ mm \\ l = \overline{AB} = 1\cdot 10^{-6}\ Km = 1\ mm \\ \overline{AO} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{1'6}{2} = 0'8\ mm \\ ¿OB?\ ¿d = \overline{BD}?\ ¿A? \end{cases}$

• Observa que lo rayado es la superficie de medio rombo.

• Se aplica el T. PITÁGORAS ($\widehat{AOB}$)

$\overline{OB} = \sqrt{l^2 - \overline{AO}^2} = \sqrt{1^2-0'8^2} = \sqrt{0'36} = 0'6\ mm$

• $d = \overline{BD} = 2\cdot\overline{OB} = 2\cdot 0'6 = 1'2\ mm$

• $A_{ROMBO} = \frac{D\cdot d}{2} = \frac{1'6\cdot 1'2}{2} = \frac{1'92}{2} = 0'96\ mm^2$

SOLUCIÓN → El área rayada es $0'48\ mm^2$

SOLUCIONES en la pág. 862.

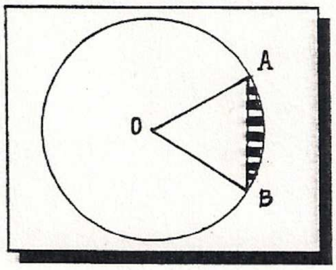
Control sobre

TEOREMAS Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

NOTA: Este control consta, como verás, de 7 problemas. Pero no tienes que hacerlos todos, sólo debes elegir 5 de ellos. PERO ESO SÍ, SÓLO CINCO. Así que si haces alguno que no te sale y decides sustituirlo por otro, lo tachas completamente, indicando que ese no vale para la puntuación. Y que se vea claro.

1ª) En las Ferias de un pueblo, en una de las plazas, se va a celebrar una de las atracciones. Para ello necesitan hacer un gran círculo y echarle arena. Además, quieren rodear la circunferencia que ocupa ese círculo con una cuerda gorda (soga) para impedir que los espectadores penetren en el interior.
Se sabe que el diámetro del círculo es de 0'5 hm. Y se desea averiguar lo siguiente:
a) ¿Cuánto costará la soga que rodeará el lugar de la actuación a razón de 25 pts el metro.
b) ¿Qué costará también la arena que debe cubrir el círculo si cada m^2 cuesta a razón de 22 pts.
c) ¿Cuántas pts harán falta o sobrarán si el presupuesto para dicha actuación era de diez mil duros.

2ª) Calcula la superficie de la parte de círculo rayada sabiendo que el triángulo $A\hat{O}B$ es equilátero y que su lado mide 50 cm..

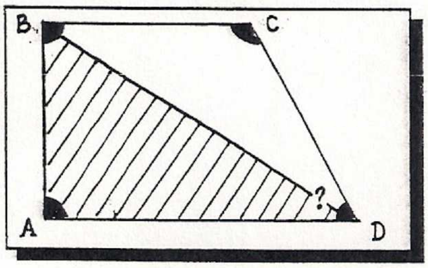


3ª) Una gran finca, de forma de trapecio isósceles, tiene las siguientes dimensiones:
a) Base mayor... 4'8 km
b) Base menor... la mitad de la mayor.
c) Lados iguales... 5/6 de la medida de la base menor.
La "ha" de terreno de dicha finca vale tantos miles de pts como indica la raíz cuadrada del área de la finca medida en hectárea. ¿Cuánto dinero costaba?

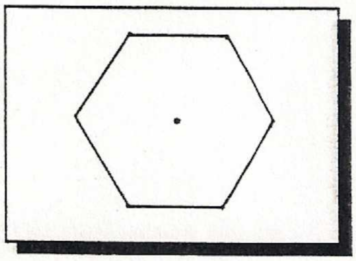
4ª) Si te dicen que un polígono regular tiene 35 diagonales, ¿cuántos lados tiene y cómo se llama dicho polígono?

5ª) Fíjate en la figura plana de la derecha.
Es un cuadrilátero, llamado trapecio rectángulo.
Se conoce de él lo siguiente:
- Lado $\overline{AD} = 96$ m
- Área rayada = 3456 m^2
- El ángulo $\hat{C}$ mide en grados lo que la diagonal mayor en metros.

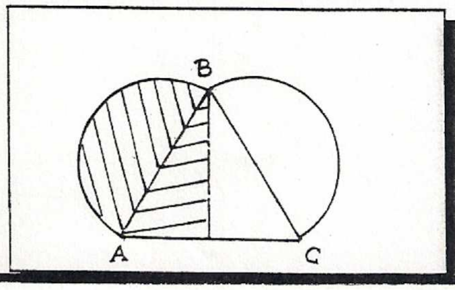
¿ Cuántos grados mide el ángulo $\hat{D}$?.



6ª) Se desea poner césped a un jardín de la forma de la figura plana de la derecha. La figura es regular, y su lado mide 0'25 hm.
¿Cuánto valdrá poner el césped a razón de 12'5 pts/"ca"?

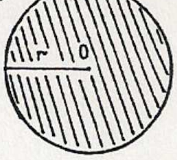


7ª) Sabiendo que el triángulo $\hat{ABC}$ es equilátero, y que su lado mide 10 cm,
¿cuál es la superficie de la zona rayada?



SOLUCIONES de la pág. 861.

1



- d = 0'5 hm → 0'5·100 = 50 m → r = 25 m (d/2)
- ¿ L_O → a 25 pts/m/soga
- ¿ $A_●$ → a 22 pts/m²/arena?

* $L_{CIRCUNFERENCIA} = 2\cdot\pi\cdot r = 2\cdot 3'14\cdot 25 = (157\ m)$

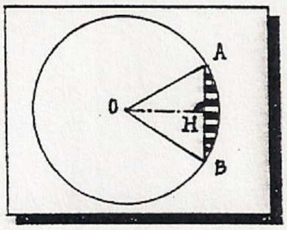
→ 157 m · 25 pts/m/soga = (3925 pts)

* $A_{CÍRCULO} = \pi\cdot r^2 = 3'14\cdot 25^2 = (1962'5\ m^2)$

→ 1962'5 m² · 22 pts/m²/arena = (43175 pts)

* Le sobró → 50.000 − 43175 − 3925 = → (2.900 pts)

2



- $\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BO} = r = 50\,cm$ (es tr. equilátero)
- $\hat{O} = \hat{A} = \hat{B} = 60°\ \left(\frac{180°}{3}\right)$
- $O\hat{H}A$ → Tr. rectángulo y por T. PITÁGORAS:

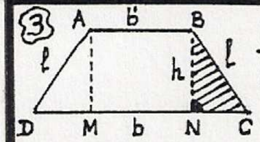
$\overline{OH} = h = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{HA}^2} = \sqrt{50^2 - 25^2} = \sqrt{2500 - 625} = (43'3...\ cm \to h)$

* $A_{SECTOR} = \frac{\pi\cdot r^2\cdot n°}{360} = \frac{3'14\cdot 50^2\cdot 60°}{360} = (1308'3...\ cm^2)$

* $A_{TRIÁNGULO} = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{\overline{AB}\cdot\overline{OH}}{2} = \frac{50\cdot 43'3}{2} = (1082'5\ cm^2)$

(S → $A_{SEGMENTO\ CIRCULAR}$ → A_{RAYADA} → = ◀ − ◀ = 1308'3 − 1082'5 = (225'8 cm²))

3



- b = 4'8 Km → 48 hm
- b' = 48/2 = 24 hm
- l = 5/6 de 24 = $\frac{120}{6}$ = 20 hm

→ $\overline{AB} = \overline{MN}$ → $\overline{DM} = \overline{NC}$ = 12 hm

* En $B\hat{N}C$ (tr. rectángulo) se aplica T. de PITAGORAS:

$h = \sqrt{l^2 - \overline{NC}^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = (16\ hm)$

* $A = \frac{(b+b')\cdot h}{2} = \frac{(48+24)\cdot 16}{2} = (576\ ha\ (hm^2))$

* PRECIO "ha" → tantas miles como la √ de

O sea, $\sqrt{576}$ ⇒ 24 miles ⇒ (24.000 pts/ha)

Así que → 24000 · 576 = (13,824.000 pts)

* La finca costó →

4 Fórmula → $\frac{n\cdot(n-3)}{2} = 35$

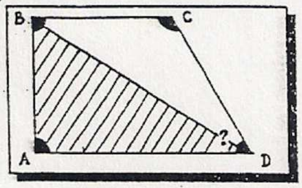
$n\cdot(n-3) = 35\cdot 2 = 70$

- POSIBILIDADES → 35·2 | 10·7 | 14·5 |

(SOLUCIÓN → 10 lados → DECÁGONO)

- O resolver la ecuación → ($n^2 - 3n - 70 = 0$)

5



- $A_{\triangle BAD} = 3456\ m^2$
- base → $\overline{AD}$ = 96 m

$3456 = \frac{96\cdot\overline{BA}}{2}$

$3456\cdot 2 = 96\cdot\overline{BA}$

$72\,m = \overline{BA}$

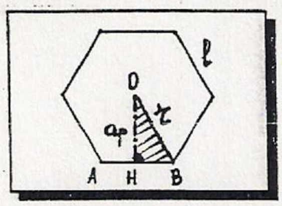
- Por PITÁGORAS → $\overline{BD} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BA}^2} = \sqrt{96^2 + 72^2} = \sqrt{9216 + 5184} = (120\,m \to$ diagonal mayor)
- Luego, ángulo $\hat{C} = 120°$ (lo dice el enunciado)

Y como todo cuadrilátero mide 360°,

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360° \Rightarrow 90° + 90° + 120° + \hat{D} = 360°$

(SOLUCIÓN → El ángulo $\hat{D}$ mide 60°)

6



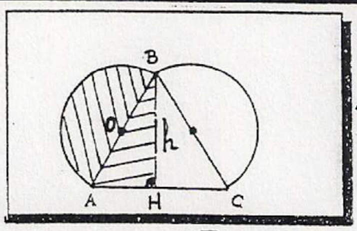
- En todo hexágono regular se cumple siempre que: (r = l)
- En $\triangle OHB$:
- r = 0'25 hm = 25 m

$(a_p) = \sqrt{r^2 - \overline{HB}^2} = \sqrt{25^2 - 12'5^2} = \sqrt{468'75} = (21'6...\ m)$

$(A_{HEXÁGONO\ (JARDÍN)}) = \frac{P\cdot a_p}{2} = \frac{6\cdot 25\cdot 21'6}{2} = (1620\ m^2 = 1620\ ca)$

(COSTE) → 1620 ca · 12'5 pts/ca = (20.250 ptas) → césped

7



- $r = 5\,cm = \overline{OA}$
- $l = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$

l = 10 cm

- $\triangle A\hat{H}B$ es tr. rectángulo

* Por PITÁGORAS → $(h) = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = (8'6...\ cm)$

* $A_{\triangle AHB} = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{\overline{AH}\cdot\overline{HB}}{2} = \frac{5\cdot 8'6}{2} = (21'5\ cm^2)$

* $A_{SEMICÍRCULO} = \frac{\pi\cdot r^2}{2} = \frac{3'14\cdot 5^2}{2} = (39'25\ cm^2)$

(* A_{RAYADA}) = 21'5 + 39'25 = (60'75 cm²)

SOLUCIONES en la pág. 865.

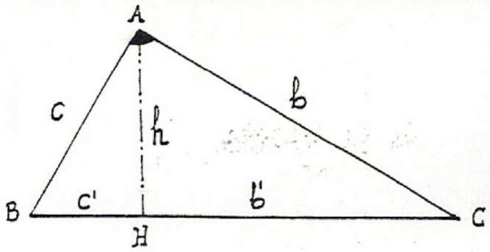
Este control tiene 14 problemas, pero no te asustes, ya que tú sólo vas a realizar 7 de ellos.
No puedes elegir libremente de entre los 14 aquellos 7 que tú quieras, sino que debes decidir uno de los siete pares que se indican a continuación. Por supuesto no vale hacer los dos de un par para que te puntúe el que te salga bien.
Los pares entre los que debes elegir son los siguientes:

El "A" o el "B"
El "C" o el "D"
El "1" ó el "7"
El "2" ó el "8"
El "3" ó el "6"
El "4" ó el "10"
Y el "5" ó el "9"

A) El lado de un rectángulo es 10 cm más corto que el otro. Si la diagonal es 10 cm mayor que el lado largo, ¿cuál es el área de dicho rectángulo?

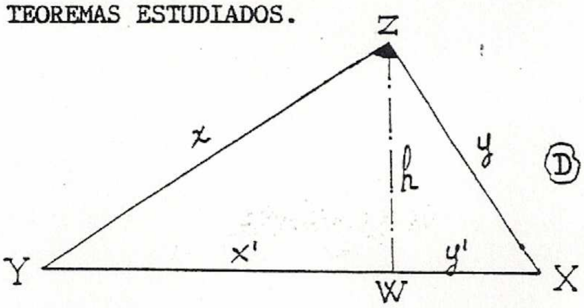
B) Dos números difieren en 3, y la suma de sus cuadrados es 117. ¿Cuáles son esos números?

C) En este ejercicio debes calcular aquellas medidas que te piden en los datos. Lo haces en el orden que tú desees, pero debes TENER EN CUENTA QUE A LO LARGO DEL EJERCICIO DEBES APLICAR LOS TRES TEOREMAS ESTUDIADOS.



D
$\hat{A} = 90°$
$\overline{BC} = a = 7'5$ dam
$\overline{BA} = c = 450$ dm
¿h? ¿c'? ¿b? ¿b'? (todo en "m")
¿Área? (en "ca")

D) Calcula las medidas que te piden los datos en el orden que tú quieras, pero teniendo en cuenta que a lo largo del ejercicio debes APLICAR LOS TRES TEOREMAS ESTUDIADOS.



D
$\hat{Z} = 90°$
$\overline{WX} = y' = 4500$ m
$\overline{YX} = z = 12'5$ km
¿x? ¿h? ¿y? ¿x'? (todo en "hm")
¿Área? (en "ha")

SOLUCIONES en la pág. 866.

NOTA: Al resolver cada problema debes dibujar la figura correspondiente y los datos que te den al lado en una llave.

1.- ¿Cuántas "ca" mide el área de un triángulo cuya base mide 3'6 dam y la altura 798 dm?

2.- La cuerda que sujeta a una cometa mide 50 m. Como es de suponer, el viento ha trasladado la cometa a una cierta distancia del chico que la agarra. Si se sabe que en un momento determinado la cometa se encuentra a una altura de 30 m del suelo, ¿cuánto mide la proyección ortogonal de la cuerda sobre el suelo?

3.- Una plaza de toros tiene un diámetro de 80 m. Calcula la longitud de la circunferencia de la plaza y su área.

4.- Un jardín de forma pentagonal tiene una longitud de 0'32 hm por cada lado. En el mismo centro hay una fuente que dista 2.000 cm de cualquiera de los vértices. ¿Cuántos metros cuadrados tiene la superficie del jardín?

5.- Si sabemos que el área de un triángulo equilátero es de 26'1 dm^2 y que su altura mide 116 cm, ¿cuántos mm tiene de perímetro?

6.- Uno de los catetos de un triángulo rectángulo e isósceles mide 10 cm. Calcula su área y su perímetro.

7.- Dos trabajadores tienen que pintar una línea a lo largo de todo el perímetro y de las diagonales de un rectángulo cuyas dimensiones son 32 m x 24 m. Alberto hace el perímetro y Teodoro las diagonales. Si les pagaron a razón de 50 pts cada metro, ¿cuánto cobró uno más que otro?

8.- Dibuja un punto A. Después trazas una perpendicular $\overline{AB}$ que mida 40 mm y una oblicua $\overline{AC}$ que mida 0'5 dm. ¿Cuántos cm^2 tiene el área de un círculo cuyo radio es $\overline{BC}$? (El ángulo B debe ser recto).

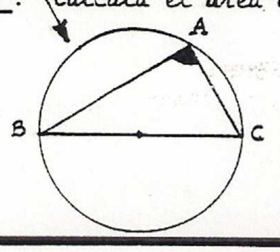
9.- La circunferencia de un tronco de un árbol mide 2'512 m. ¿Cuál es el radio de la circunferencia de dicho árbol?

10.- Una finca con forma de rombo tiene de lado 3 km. Si la diagonal menor mide 3.600 metros, ¿cuántas "has" (hectáreas) tiene la superficie de dicha finca? (Reduce previamente a "hm").

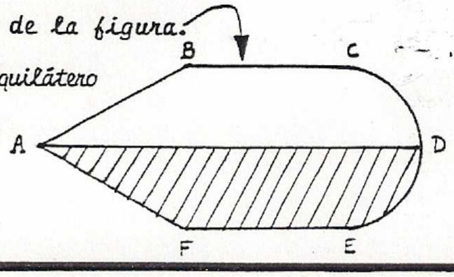
¡ELIGE SÓLO UNO!

EXTRA "A". Demuestra que el ángulo $\hat{A}$ de la figura es recto. El lado opuesto al ángulo $\hat{A}$ es un diámetro del círculo.
(Hay varias soluciones, pero la más sencilla -y la que te pido- es gráfica)

EXTRA "B": Calcula el área de la parte rayada de la figura.



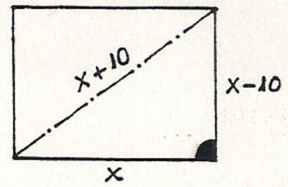
ABF... Triángulo equilátero
BCEF... Cuadrado
CDE... Semicírculo
BC = 10 cm



SOLUCIONES de la pág. 863.

SOLUCIONES

A



- Por el TEOREMA DE PITÁGORAS tenemos que:

$(x+10)^2 = x^2 + (x-10)^2 \rightarrow$ desarrollamos:

$x^2 + 100 + 20x = x^2 + x^2 + 100 - 20x$

$0 = x^2 \cancel{+x^2} \cancel{+100} - 20x \cancel{-x^2} \cancel{-100} - 20x$

$0 = x^2 - 40x$

$0 = \underbrace{x}_{0} \cdot \underbrace{(x-40)}_{0} \rightarrow x_1 = 0$ (NO PROCEDE)

$\rightarrow \boxed{x_2 = 40}$

- Luego las dimensiones son $\rightarrow \boxed{x = 40}$, y $x - 10 = 40 - 10 = \boxed{30} = h$

ÁREA $= b \cdot h = 40\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} = \boxed{1200\text{ cm}^2}$

B

$\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + y^2 = 117 \end{cases}$

$x = 3 + y$

$(3+y)^2 + y^2 = 117$

$9 + y^2 + 6y + y^2 = 117$

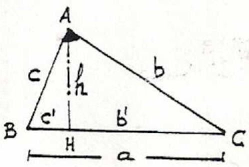
$2y^2 + 6y - 108 = 0$

$y = \dfrac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-108)}}{2 \cdot 2} = \dfrac{-6 \pm \sqrt{900}}{4} = \dfrac{-6 \pm 30}{4} = \begin{cases} \boxed{y_1 = 6} \\ \boxed{y_2 = -9} \end{cases}$

- Se podía haber planteado también así $\rightarrow$ 1.er n.º $\rightarrow x$; 2.º n.º $\rightarrow x - 3$
Con lo cual tendríamos:
$x^2 + (x-3)^2 = 117$
y obtendríamos las mismas soluciones.

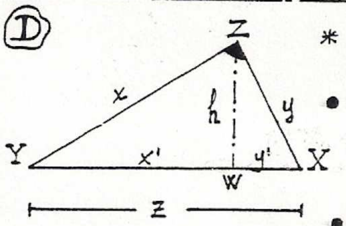
Si cogemos $y_1 = 6 \rightarrow$ SOLUCIONES son 6 y 9
Si cogemos $y_2 = -9 \rightarrow$ SOLUCIONES son −9 y −6

C



- $\left\{ b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{75^2 - 45^2} = \sqrt{3600} = \boxed{60\text{ m}} \right.$
T. de PITÁGORAS
- $\left\{ \dfrac{a}{c} = \dfrac{c}{c'} \rightarrow a \cdot c' = c \cdot c \rightarrow c' = \dfrac{c^2}{a} = \dfrac{45^2}{75} = \boxed{27\text{ m}} \right.$
T. del CATETO
- $\left\{ a = b' + c' \rightarrow b' = a - c' = 75 - 27 = \boxed{48\text{ m}} \right.$
- $\left\{ \dfrac{b'}{h} = \dfrac{h}{c'} \rightarrow h = \sqrt{b' \cdot c'} = \sqrt{27 \cdot 48} = \sqrt{1296} = \boxed{36\text{ m}} \right.$
T. de la ALTURA
- ÁREA $= \dfrac{a \cdot h}{2} = \dfrac{75\text{ m} \cdot 36\text{ m}}{2} = \boxed{1.350\text{ ca}}$

D



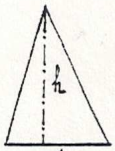
* $y' = 4500\text{ m} = 45\text{ hm}$; $z = 12'5\text{ Km} = 125\text{ hm}$

- TEOREMA DEL CATETO:
$\left\{ \dfrac{z}{y} = \dfrac{y}{y'} \rightarrow y = \sqrt{z \cdot y'} = \sqrt{125 \cdot 45} = \boxed{75\text{ hm}} \right.$
- $\left\{ z = x' + y' \rightarrow x' = z - y' = 125 - 45 = \boxed{80\text{ hm}} \right.$
- TEOREMA DE LA ALTURA:
$\left\{ \dfrac{x'}{h} = \dfrac{h}{y'} \rightarrow h = \sqrt{x' \cdot y'} = \sqrt{80 \cdot 45} = \sqrt{3600} = \boxed{60\text{ hm}} \right.$
- TEOREMA DE PITÁGORAS:
$\left\{ x = \sqrt{z^2 - y^2} = \sqrt{125^2 - 75^2} = \sqrt{10000} = \boxed{100\text{ hm}} \right.$
- ÁREA $= \dfrac{z \cdot h}{2} = \dfrac{125 \cdot 60}{2} = \boxed{3.750\text{ ha}}$

SOLUCIONES de la pág. 864.

SOLUCIONES (control nº)

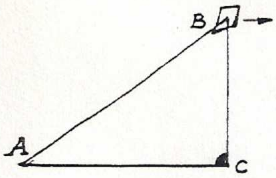
1



D: $b = 3'6\,dam = 36\,m$; $h = 798\,dm = 79'8\,m$; ¿ ca = m² ?

$A_T = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{36 \cdot 79'8}{2} = \frac{2872'8}{2} = 1436'4\ ca$

2



Datos: $\overline{AB} = 50\,m$; $\overline{BC} = 30\,m$; ¿ proyección $\overline{AC}$?

Por el t. de PITÁGORAS:

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = \sqrt{1600} = 40\,m$

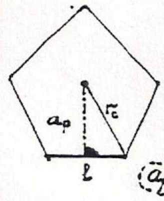
3

D: $d = 80\,m \rightarrow R = \frac{80}{2} = 40$; ¿L?; ¿A?

$L_C = 2\pi R = \pi \cdot d = 3'14 \cdot 80 = 251'2\,m$

$A_C = \pi \cdot R^2 = 3'14 \cdot 40^2 = 5024\,m^2$

4

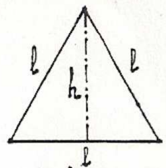


Datos: $\ell = 0'32\,hm = 32\,m$; $r_c = 2000\,cm = 20\,m$; ¿A_P?

$a_p = \sqrt{r^2 - (\ell/2)^2} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12\,m$

$A_P = \frac{p \cdot a_p}{2} = \frac{5 \cdot 32 \cdot 12}{2} = \frac{1920}{2} = 960\,m^2$

5



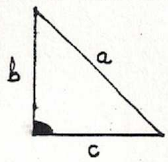
D: $A = 26'1\,dm^2 = 261000$; $h = 116\,cm = 1160\,mm$; ¿ p ?

$A = \frac{b \cdot h}{2}$; $2 \cdot A = b \cdot h$; $b = \frac{2 \cdot A}{h} = lado$

$b = \frac{2 \cdot 261000}{1160} = \frac{522000}{1160} = 450\,mm = \ell$

$p = 3 \cdot \ell = 3 \cdot 450 = 1350\,mm$

6



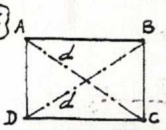
D: $b = c = 10\,cm$; ¿ A?; ¿ p?

$A = \frac{b \cdot c}{2} = \frac{10\,cm \cdot 10\,cm}{2} = \frac{100}{2} = 50\,cm^2$

$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14'1\,cm$

$P = a + b + c = 14'1 + 10 + 10 = 34'1\,cm$

7



D: $\overline{AB} = \overline{DC} = 32\,m$; $\overline{AD} = \overline{BC} = 24\,m$; 50 pts/m

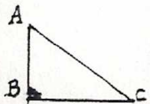
Alberto $\rightarrow \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 32 + 24 + 32 + 24 = 112\,m \rightarrow 112 \times 50\,pts = 5600\,pts$

$d = \sqrt{BC^2 + DC^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = \sqrt{1600} = 40\,m$

Teodoro $\rightarrow d + d = 2d = 2 \cdot 40 = 80 = 80 \cdot 50 = 4000\,pts$

Alberto cobró 1600 pts más que Teodoro

8

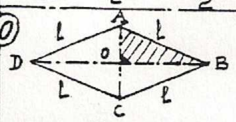


D: $\overline{AB} = 40\,mm = 4\,cm$; $\overline{AC} = 0'5\,dm = 5\,cm$; ¿ A ?

$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3\,cm$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{AB}}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6\,cm^2$

10



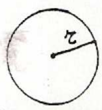
D: $\ell = \overline{AB} = 3\,Km = 30\,hm$; $\overline{AC} = 3600\,m = 36\,hm$; ¿ A (has)?

$\overline{OA} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{36}{2} = 18\,hm$

$\overline{OB} = \sqrt{\ell^2 - OA^2} = \sqrt{30^2 - 18^2} = \sqrt{576} = 24\,hm$

$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{\overline{DB} \cdot \overline{AC}}{2} = \frac{48 \cdot 36}{2} = 864\,hm^2 = 864\,has$

9

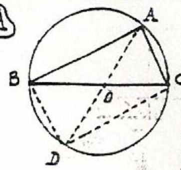


$L = 2\pi r$

$2'512 = 2 \cdot 3'14 \cdot r$

$r = \frac{2'512}{6'28} = 0'4\,m$

A



Se completa el paralelogramo trazando paralelas a cada lado por el vértice opuesto. El diámetro primitivo ($\overline{BC}$) se transforma en una diagonal y la otra diagonal ($\overline{AD}$) resulta ser también un diámetro. De esta manera las dos diagonales son iguales y el paralelogramo es un rectángulo, con sus cuatro ángulos rectos.

B

TRIÁNGULO $A\hat{B}F \rightarrow h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8'6\,cm$

$A_T = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 8'6}{2} = 43\,cm^2$

CUADRADO $\overset{\square}{BCEF} \rightarrow \ell^2 = 10^2 = 100\,cm^2 = A_C$

CÍRCULO $\rightarrow \pi \cdot R^2 = 3'14 \cdot 5^2 = 78'5\,cm^2 = A_C$

$A_{RAYADA} = \frac{43}{2} + \frac{100}{2} + \frac{78'5}{2} = 21'5 + 50 + 39'25 = 110'75\,cm^2$

SOLUCIONES en la pág. 868.

1.- La plaza mayor de un pueblo tiene 6.010'83 m^2. Tiene forma rectangular, y uno de sus lados está ocupado totalmente por un jardín que tiene 987 dm. ¿Sabrías calcular las longitudes los demás lados de la plaza? (Nota: en metros).

2.- Un salón tiene forma rectangular y unas dimensiones de 20'4 m de largo por 14'75 m de ancho. Se quiere embaldosarlo al precio de 19 pts cada baldosa. Si las dimensiones de cada una son 3 dm de larga por 2 dm de ancha, ¿cuántos duros le sobrarán si paga al albañil con 10^5 pts?

3.- ¿Cuánto mide (en metros) el radio de una mesa redonda cuya superficie tiene 379'94 dm^2?

4.- El suelo de una habitación tiene forma de trapecio isósceles. El mayor de los lados paralelos mide 30 m y el menor 12 m, y los lados iguales tienen una longitud de 15 m. Calcula el área de esa habitación.

5.- Una fuente de forma hexagonal tiene 6 metros de lado. Se desea pintar líneas azules que vayan del del punto medio de cada lado al centro de la fuente. Calcula:
a) Los metros de líneas pintados.
b) El área del fondo de la fuente.

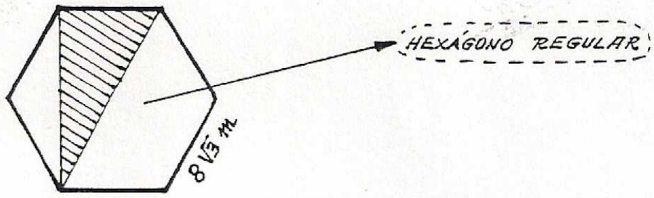
6.- La circunferencia de una columna mide 9'42 metros. ¿Cuántos centímetros tiene de diámetro?

7.- Dibuja un trapecio rectangular con las siguientes medidas y halla su área en milímetros cuadrados.
a) Base mayor, 60 mm; b) base menor = altura = 3 cm, y c) lado restante, 0'52dm

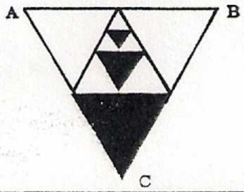
8.- Un campo de fútbol tiene de largo 82 m, y la distancia del banderín de corner al banderín opuesto es de 102'5 m. ¿Cuántos metros cuadrados ocupa el rectángulo de juego?

9.- La zona dedicada al lanzamiento de disco en un estadio tiene forma de sector circular. El arco que abarca ese sector mide 50º, y el área de la zona es de 1.570 metros cuadrados. ¿Cuál es su radio?

10.- Calcula el área de la parte rayada de la figura siguiente:

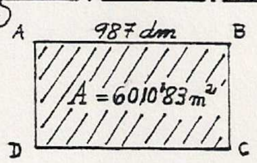


EXTRA El triángulo ABC de la figura es equilátero y su área 4 m^2. Los triángulos interiores se forman uniendo los puntos medios de los lados. Calcula el área de la zona sombreada.



SOLUCIONES de la pág. 867.

1

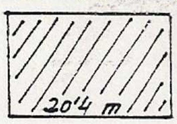


• $\overline{AB} = 987\,dm \rightarrow 987:10 = 98'7\,m$

• $A = b \cdot a$; $a = \frac{A}{b} = \frac{6010'83\,m^2}{98'7\,m} = 60'9\,m$

Dimensiones de la plaza → $98'7 \times 60'9$

2



Baldosa:
3 dm = 0'3 m
2 dm = 0'2 m
19 pts

• $A_{SALÓN} = b \cdot a = 20'4\,m \cdot 14'75\,m = 300'9\,m^2$

• $A_{BALDOSA} = 0'3\,m \cdot 0'2\,m = 0'06\,m^2$

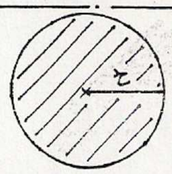
• $300'9 : 0'06 = 5015$ baldosas

• $5015 \times 19\,pts = 95.285\,pts$

• $10^5 = 100.000\,pts \rightarrow 100.000 - 95.285 = 4.715\,pts$

• $4.715\,pts : 5 =$ 943 duros le sobran

3

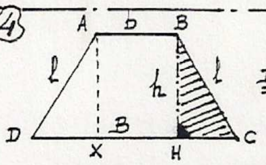


• $A_{mesa} = 379'94\,dm^2$
$\hookrightarrow = 3'7994\,m^2$

• $A = \pi \cdot r^2$; $r^2 = \frac{A}{\pi}$

$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{1'21} = 1'1\,m$

4



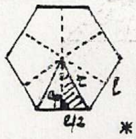
D $\begin{cases} B = \overline{DC} = 30\,m \\ b = \overline{AB} = 12\,m \\ \ell = \overline{AD} = \overline{BC} = 15\,m \\ ¿A_{TRAPECIO}? \end{cases}$

• $\overline{AB} = \overline{XH}$ y $\overline{DX} = \overline{HC}$; $30 = \overline{DX} + \overline{XH} + \overline{HC}$
$30 = \overline{DX} + 12 + HC \rightarrow \overline{DX} = \overline{HC} = \frac{18}{2} = 9\,m$

• En $\overset{\triangle}{BHC} \rightarrow h = \sqrt{\ell^2 - \overline{HC}^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12\,m$

$A_{TRAPECIO} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(30+12) \cdot 12}{2} = 252\,m^2$

5



$\ell = 6\,m \rightarrow = r$

En el TRIÁNGULO RAYADO :

$a_p = \sqrt{r^2 - (\ell/2)^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5'1\,m$

✱ 6 apotemas pintadas

• $6 \cdot 5'1\,m = 30'6\,m$ de líneas pintadas

• $A_{FUENTE} = \frac{P \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5'1}{2} = 91'8\,m^2$

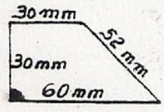
6

$L_{CIRCUNFERENCIA\ COLUMNA} = 2\pi r = d \cdot \pi$

$diámetro = \frac{L_c}{\pi} = \frac{9'42}{3'14} = 3\,m$

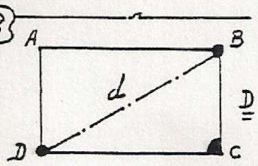
7

A menor escala sería →



$A = \frac{(60+30) \cdot 30}{2} = 1.350\,mm^2$

8



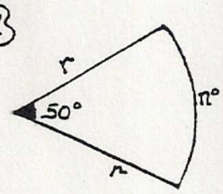
D $\begin{cases} \overline{AB} = 82\,m \\ \overline{DB} = 102'5\,m \\ ¿A\ (en\ m^2)? \end{cases}$

TRIÁNGULO RECTÁNGULO → $\overset{\triangle}{DCB}$

$BC = \sqrt{d^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{102'5^2 - 82^2} = \sqrt{3782'25}$
$= 61'5\,m$ de ancho

$A_{CAMPO} = 82\,m \cdot 61'5\,m = 5043\,m^2$

9



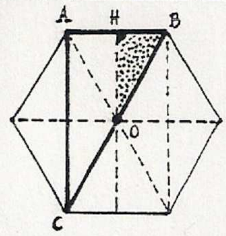
D $\begin{cases} A_{sector} = 1570\,m^2 \\ n^{o} = 50^{o} \\ ¿\,radio? \end{cases}$

$A_{SECTOR} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^{o}}{360}$; $A \cdot 360 = \pi \cdot r^2 \cdot n^{o}$

$r^2 = \frac{A \cdot 360}{\pi \cdot n^{o}}$; $r = \sqrt{\frac{A \cdot 360}{\pi \cdot n^{o}}}$

$r = \sqrt{\frac{1570 \cdot 360}{3'14 \cdot 50}} = \sqrt{\frac{565200}{157}} = \sqrt{3600} = 60\,m$

10



lado $\overline{AB} = 8\sqrt{3}\,m = \overline{BO} = r$
$\overline{HB} = 4\sqrt{3}\,m$
$\overline{OH}$ = apotema hexágono

• TRIÁNGULO PUNTEADO $\overset{\triangle}{OHB}$:
$\overline{OH} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2} =$
$\hookrightarrow = \sqrt{64 \cdot 3 - 16 \cdot 3} = \sqrt{144} = 12\,m$

• Área de un triangulito como el punteado:

$A_{\overset{\triangle}{OHB}} = \frac{\overline{BH} \cdot \overline{OH}}{2} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 12}{2} = 24\sqrt{3}\,m^2$

• Como el triángulo de trazo grueso $\overset{\triangle}{ABC}$ tiene 4 triangulitos pequeños,

$A_{\overset{\triangle}{ABC}} = 4 \cdot 24\sqrt{3}\,m = 96\sqrt{3}\,m^2$

SE PUEDE HACER TAMBIÉN → $A = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{2} =$

EXTRA El problema se puede acometer de varias formas. Veamos una: se observa que cada triángulo sombreado es la cuarta parte del triángulo que lo contiene. Sean T_1, T_2, T_3 los triángulos según su tamaño.

$T_1 = \frac{1}{4}$ área de $\overset{\triangle}{ABC} = \frac{1}{4} \cdot 4\,m^2 = 1\,m^2$

SOMBRA → $T_2 = \frac{1}{4}$ de $T_1 = \frac{1}{4}$ de $1 = \frac{1}{4}\,m^2$

$T_3 = \frac{1}{4}$ de $T_2 = \frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} = \frac{1}{16}\,m^2$

$A_{SOMBREADA} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{21}{16}\,m^2$