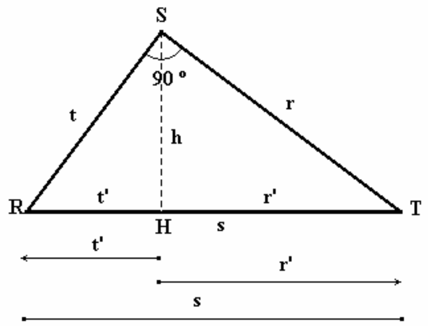
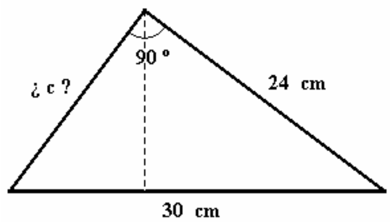
Control nº 1. Sobre los temas 9 y 10.

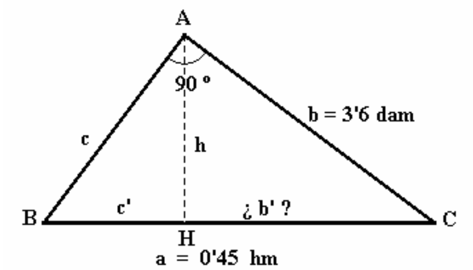
1) Partiendo de la notaciones de la figura, expresa el teorema de Pitágoras, el del cateto y el de la altura.



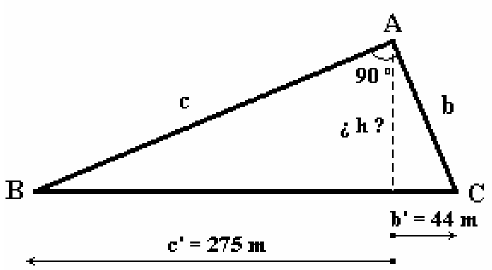
2) Averigua la medida del cateto señalado.



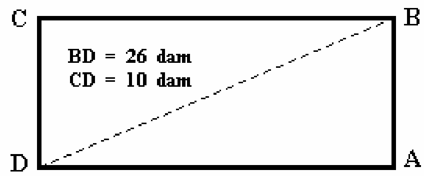
3) ¿Cuántos metros tiene la proyección del cateto "b" sobre la hipotenusa?



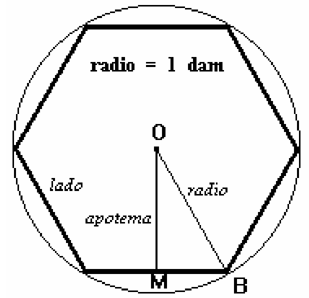
4) Calcula la medida de la altura en :



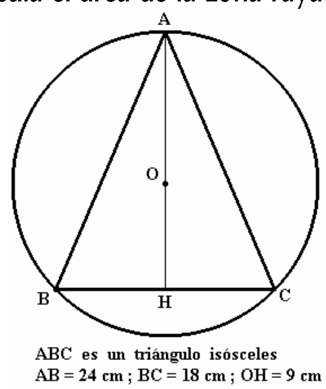
5) Halla el área del rectángulo siguiente :



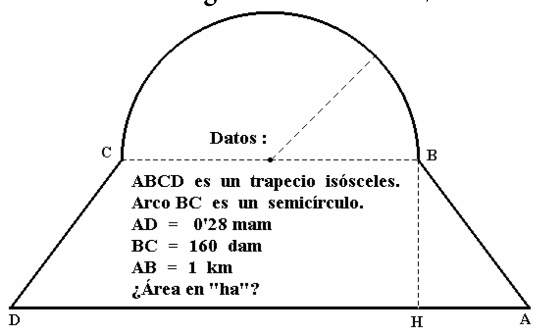
6) ¿Cuántas "ca" mide la superficie del hexágono regular de la figura?



7) Calcula el área de la zona rayada.



8) Calcula el coste del terreno representado en la figura a 15.000 € / ha.



Elquealgoquiere,algolecuesta. Porello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicasnodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. Yluego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

SOLUCIONES del control nº 1.

1)

⊗ Teorema de Pitágoras :

$$s^2 = r^2 + t^2$$

⊗ Teorema del cateto :

$$\left[\frac{s}{r} = \frac{r}{r'}\right] \quad \left[\frac{s}{t} = \frac{t}{t'}\right]$$

⊗ Teorema de la altura :

$$\left[\frac{r'}{h} = \frac{h}{t'}\right]$$

2)

⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 - b^2 = c^2$$

$$\mathbf{c} = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{30^2 - 24^2} =$$

$$= \sqrt{900 - 576} = \sqrt{324} = \mathbf{18\ cm}$$

3)

⊗ Ajustes previos :

$a = 0'45$ hm $\rightarrow 0'45 \cdot 100 = 45$ m

$b = 3'6$ dam $\rightarrow 3'6 \cdot 10 = 36$ m

⊗ Aplicamos el teorema del cateto :

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'}\right] \rightarrow b' = \frac{b^2}{a}$$

$$\mathbf{b'} = \frac{36^2}{45} = \frac{1296}{45} = \mathbf{28'8\ m}$$

4)

⊗ Aplicamos el teorema de la altura :

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}\right] \rightarrow h^2 = b' \cdot c'$$

$$h = \sqrt{b' \cdot c'} = \sqrt{275.44} = \sqrt{12100} =$$

$$\mathbf{h = 110\ m}$$

5)

⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo ABD :

$$\text{base} = AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} =$$

$$\mathbf{base} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \mathbf{24\ dam}$$

$$\mathbf{A} = \text{base} \cdot \text{altura} = 24 \text{ dam} \cdot 10 \text{ dam} =$$

$$= \mathbf{240\ \ dam^2}$$

Estudia muy bien las áreas y los teoremas, sobre todo el de Pitágoras. Te será muy útil en todos los cursos venideros.

6)

⊗ Recuerda que el lado de un hexágono regular es igual al radio de la circunferencia circunscrita.

lado = radio = 1 dam $\rightarrow$ 10 m

⊗ En el triangulo rectángulo OMB conocemos la hipotenusa OB y el cateto menor MB, que es la mitad de un lado, así que aplicamos Pitágoras para calcular la apotema :

$$\text{apotema} = \overline{OM} = \sqrt{10^2 - 5^2} =$$

$$a_p = \sqrt{75} = 8'6\ldots \text{ m}$$

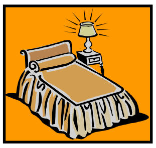
$$\mathbf{A}_{\text{Hexágono}} = \frac{p \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot \ell \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8'6\ldots}{2} =$$

$$= 258'\ldots \text{ m}^2 \Rightarrow \mathbf{258\ \text{"ca"}}$$

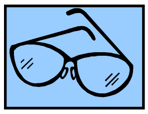
Ya hemos mencionado en otras reflexiones que la salud es el bien más valioso de todas las personas. Trataremos aquí la importancia que debemos dar al calzado, al colchón o a las gafas antes que a las camisas, pantalones, cortinas o lámparas lujosas.

Un mal calzado nos producirá al cabo de los años deformaciones en los pies y, seguramente, deteriorará poco a poco nuestra columna vertebral.

Un mal colchón produce siempre un agravamiento de las molestias de toda la espalda, porque la columna vertebral se va poco a poco deformando. Y unas gafas mal graduadas, o no usar gafas cuando se necesitan por no gastar dinero o por no llevarlas, te llevará inevitablemente al aumento de la miopía, hipermetropía o astigmatismo que padezcas, y quizás cuando te las pongas a la fuerza tus ojos habrán perdido demasiada visión.



Muchas veces utilizamos mucho más tiempo, más ganas y más dinero en comprarnos unos pantalones de marca, una bicicleta que deslumbre, una cortina carísima de seda, o una puerta de madera de roble que en un buen calzado, un buen colchón, un sillón ergonómico o unas gafas bien graduadas, que son realmente cosas que nos darán más salud y más calidad de vida que las anteriores.



SOLUCIONES del control nº 1.

7)

⊗ El triángulo AHC es rectángulo. En él conocemos la hipotensusa ($\overline{AC}$) y el cateto menor ($\overline{HC}$), que es la mitad de la base $\overline{BC}$. Por Pitágoras :

$$\text{altura} = AH = \sqrt{24^2 - 9^2} = 22'2\ldots \text{ cm}$$

⊗ Calculamos el área del triángulo ABC:

$$A_{\text{Triángulo ABC}} = \frac{BC \cdot AH}{2} = \frac{18 \cdot 22'2}{2} = 199'8 \text{ cm}^2$$

⊗ Observemos que el radio del círculo es :

$$\text{radio} = AH - OH = 22'2 - 9 = 13'2 \text{ cm}$$

⊗ Calculamo el área del círculo :

$$A_{\text{Círculo}} = \pi \cdot r^2 = 3'14 \cdot 13'2^2 = 547'1 \text{ cm}^2$$

⊗ Y ya tenemos el área de la parte rayada :

$$A_{\text{Rayada}} = A_{\text{Círculo}} - A_{\text{Triángulo}} = 547'1 - 199'8 = \mathbf{347'3 \text{ cm}^2}$$

8)

⊗ Ajustes iniciales :

Como hay que calcular la superficie en "ha" (hm^2), pasamos todo a "hm":

$$\begin{cases} \text{base mayor (AD)} = 0'28 \text{ mam} \rightarrow 28 \text{ hm} \\ \text{base menor (BC)} = 160 \text{ dam} \rightarrow 16 \text{ hm} \\ \text{radio} = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{16}{2} = 8 \text{ hm} \\ AB = 1 \text{ km} \rightarrow 10 \text{ hm} \end{cases}$$

⊗ El área total del terreno es igual a la suma del área del semicírculo más el área del trapecio.

⊗ Para calcular la altura del trapecio, que es el único dato que nos falta, aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo AHB.

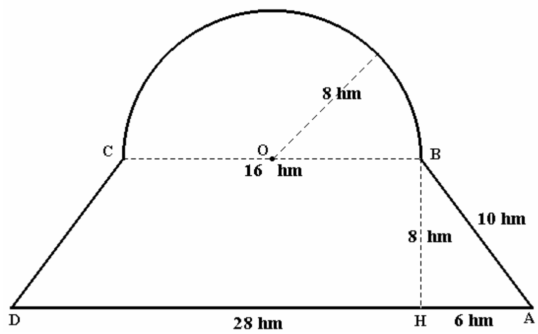
$$\text{altura} = HB = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ hm}$$

$$A_{\text{Trapecio}} = \frac{(AD + BC) \cdot BH}{2} = \frac{(28+16) \cdot 8}{2} = \frac{44 \cdot 8}{2} = 176 \text{ hm}^2$$

$$A_{\text{Semicírculo}} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{3'14 \cdot 8^2}{2} = 100'48 \text{ hm}^2$$

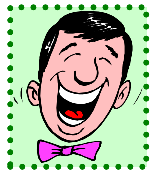
$$\mathbf{A}_{\text{Total}} = 176 + 100'48 = \mathbf{276'48 \text{ ha}}$$

COSTE: $276'48 \cdot 15000 = \mathbf{4.147.200}$ **€**



Para que te enteres mejor, te adjunto el dibujo de la figura del control con otras líneas que no tenía y con las medidas ya halladas.

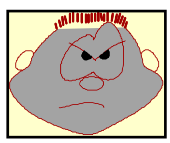
☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺



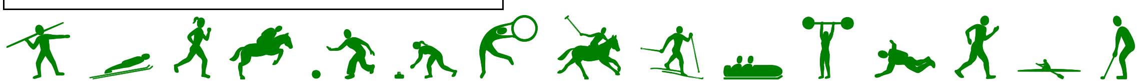
Al reírnos con sentido del humor, ríe todo nuestro cuerpo, a saber, ríen nuestros músculos, ríen nuestros huesos, ríen nuestros nervios, ríen nuestras hormonas, ríen nuestros pulmones, ríen nuestras arterias, ríe nuestro estómago, ..., ríe todo nuestro ser. Y como consecuencia, nuestras defensas, de todo tipo, aumentan. Podemos decir, sin temor a equivocarnos, que el buen humor produce más y mejores efectos en todo nuestro organismo que muchas otras medicinas y/o terapias.

En realidad, en nuestra sociedad no nos han enseñado mucho a reírnos, más bien al contrario, y por ello, los ya mayores, casi seguimos en esa línea aprendida; pero está claro y demostrado que el sentido del humor hace que nos sintamos mejor, nos rebaja las tensiones y nos ayuda enormemente en las relaciones humanas.

Los que tenemos un nivel bajo en el humor podemos mejorarlo, si queremos y lo intentamos. Seguramente el obstáculo que nos impide reírnos y practicar con más frecuencia el sentido del humor sea el miedo que tenemos a parecer poco serios, o poco sesudos, o inmaduros, o ridículos. Quizás también pensamos que eso de reírnos y tratar a los temas con buen sentido del humor nos haga perder el papel que tenemos ante los demás. Y debemos convencernos muy profundamente de que no es así, de que la risa nos liberará muchas tensiones, de que el humor facilita considerablemente un ambiente bastante más distendido. Hay que intentarlo una y otra vez, porque no se consigue de la noche a la mañana, es un aprendizaje como todos: practicar, fallar, practicar, fracasar, practicar y practicar, hasta conseguir un nivel aceptable de lo que se persigue, se busca o se tiene como objetivo o meta.



☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺



Losbuenosresultados,entodaslasactividades,nosonfrutodelacasualidad,lasuerteoelesfuerzomomentáneo, sinodelinterésmantenidoconunesfuerzoconstanteydeunaperseveranciaquepersigalaexcelencia.

Control nº 2. Sobre los temas 7 al 10.

(Los que llevamos hasta aquí de este libro MATYVAL II)

1) Transformación de unidades :

a) Complejo a incomplejo:
 2 tm + 3 kg + 5 hg → "kg"

b) Incomplejo a complejo:
 18'358 "ha" → ¿ … ?

c) ¿Cuántos kg pesa el agua contenida en un recipiente que contiene esta capacidad?
 4 mal + 6'7 kl + 7 dal

d) ¿Qué volumen ocupa un litro de agua?

2) Geometría plana I :

a) Dibuja un ángulo de 90º grados cuyos lados midan 6 cm cada uno.

b) Traza la bisectriz de ese ángulo.

c) ¿Cómo se llama el ángulo que has dibujado?

d) ¿A qué se llama mediatriz?

3) Geometría plana II :

a) Calcula la suma de dos ángulos cuyas amplitudes son: 24º 46' 50'' y 92º 30' 27''.

b) ¿Qué clase de ángulo es el primero?

c) ¿Qué clase de ángulo es el segundo?

d) ¿Cuál es la amplitud del ángulo suplementario de la suma de los dos del apartado a)?

4) Geometría plana III :

a) Dibuja un triángulo que sea rectángulo e isósceles.

b) En ese triángulo anterior, dibuja sus tres medianas y escribe cómo se llama al punto donde se cortan.

c) Dibuja un trapecio rectángulo.

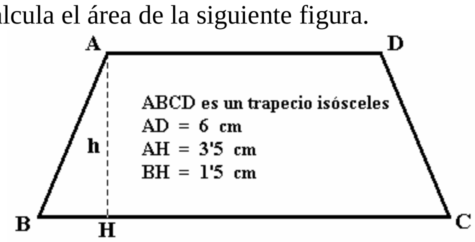
d) ¿Cuánto mide la suma de los cuatro ángulos de ese trapecio que has dibujado?

5) Geometría plana IV :

Una plaza circular tiene 500 dm de diámetro. ¿Cuánto metros mide su circunferencia?

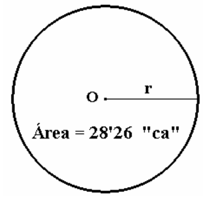
6) Áreas I :

Calcula el área de la siguiente figura.



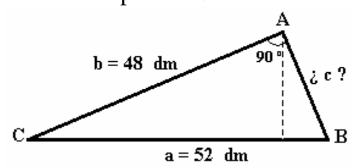
7) Áreas II :

¿Cuánto mide el radio de este círculo?



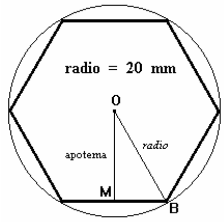
8) Teoremas I :

¿Cómo se llama cada lado de este triángulo?
Calcula la medida del lado "c".
¿Qué teorema has aplicado?



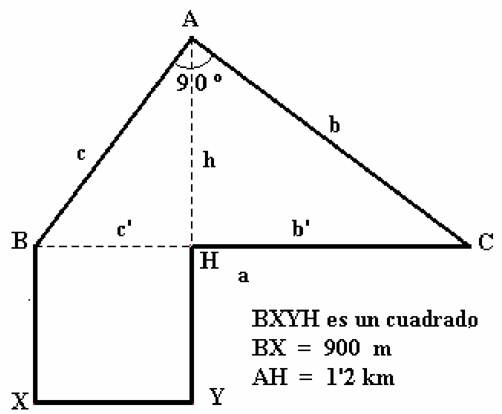
9) Áreas III y Teoremas II :

Averigua el área de este hexágono regular.



10) Áreas IV y Teoremas III :

Si cada "ha" de terreno vale a 25.000 €, ¿cuánto costará la superficie rayada siguiente?
(Nota: Hazlo sin aplicar el teorema de Pitágoras)



Elquealgoquiere,algolecuesta. Porello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicasnodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. Yluego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

SOLUCIONES del control nº 2.

1)

a)
- 2 tm → 2 . 1000 = 2000 kg
- 3 kg → 3 kg
- 5 hg → 5 : 10 = 0'5 kg
- **Total → 2.003'5 kg**

b) 18'358 ha → **18 ha + 35 a + 80 ca**

c)
- 4 mal → 4 . 10000 = 40000 ℓ
- 6'7 kl → 6'7 . 1000 = 6700 ℓ
- 7 dal → 7 . 10 = 70 ℓ
- **Total → 46770 ℓ**
- Como 1 litro pesa 1 kg :
- **46.770 ℓ pesan 46.770 kg**

d) **1 litro de agua ocupa 1 dm^3.**

2)

a) No lo hago aquí por el espacio que ocupa.

b) La bisectriz debe dividir al ángulo dibujado en dos partes iguales.

c) Es un ángulo recto.

d) La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular en su punto medio que lo divide en dos partes iguales.

3)

a)
$$\begin{array}{r} 24^\circ\ 46'\ 50'' \\ +\ 92^\circ\ 30'\ 27'' \\ \hline 116^\circ\ 76'\ 77'' \end{array} \Rightarrow \mathbf{117^\circ\ 17'\ 17''}$$

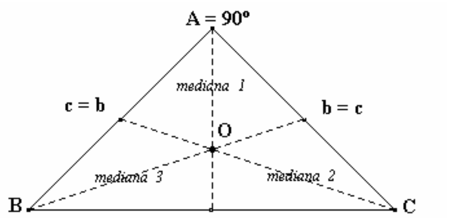
b) El primero es **agudo, o sea, < 90º**.

c) El segundo es **obtuso, o sea, > 90º**.

d)
$$\begin{array}{rr} 180^\circ \rightarrow & 179^\circ\ 59'\ 60'' \\ - & 117^\circ\ 17'\ 17'' \end{array}$$

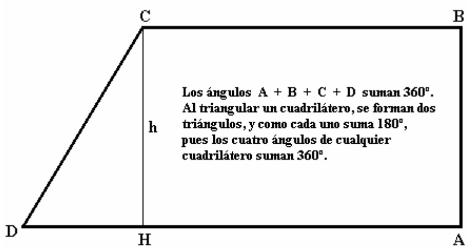
El suplementario mide 62º 42' 43''

4)



a = hipotenusa

Las medianas se cortan en ="O", al que se llama BARICENTRO



5) Ajuste previo : 500 dm → 50 m

⊗ Radio de la plaza $= \dfrac{50}{2} = 25$ m

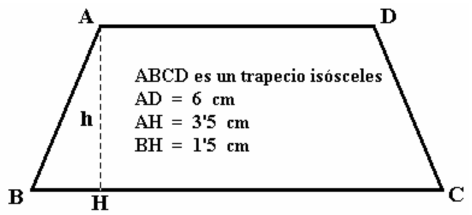
$L_{\text{Circunferencia}} = 2 . \pi . r = 2 . 3'14 . 25 =$

$= \mathbf{157\ m}$

6) ⊗ Base mayor = BC = AD + 2 BH = 9 cm

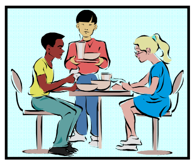
⊗ $A_{\text{Trapecio}} = \dfrac{(BC + AD) . AH}{2} =$

$= \dfrac{(9 + 6) . 3'5}{2} = \mathbf{26'25\ cm^2}$



Cuando analizamos las causas por las que un significativo número de chicos y jóvenes de hoy día no obtienen unos resultados aceptables en sus calificaciones, o a lo peor lo que consiguen son fracasos, entre otras razones podemos señalar las siguientes: valoran muy poco el esfuerzo y no son todo lo disciplinados que debieran.

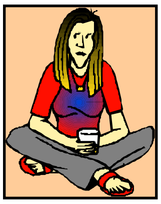
No es nada raro encontrar padres que apoyan y ayudan excesivamente a sus hijos, protegiéndolos en demasía, en ocasiones defendiéndolos a ultranza tanto ante profesores como ante el propio cónyuge, y con pocas exigencias directas hacia las diversas actividades de sus hijos. Tampoco es nada raro encontrar padres en el polo opuesto, o sea, escasamente preocupados por los aspectos primarios y básicos de la educación de sus hijos. Lógicamente, tanto unos como otros no obran convenientemente.



La sociedad actual, en la que incluimos evidentemente a la familia, "colabora" a que muchos jóvenes de hoy día vayan perdiendo valores universales que nunca habría que olvidar ni dejar de practicar. Es muy habitual que una parte de la juventud vaya perdiendo poco a poco los sentimientos, la compasión, la indignación ante la injusticia y el gusto por la excelencia, es decir, respeto y deseo por lo bien hecho.

El panorama no es nada alentador, pero precisamente esta realidad nos debe llevar a poner remedio desde todos los frentes: 1º y fundamental, desde la familia → gobiernos (leyes) → televisiones (programaciones) → colegios → institutos → universidad.

Cuando se está echando de menos constantemente a la felicidad, cuando uno no hace más que quejarse de que no es feliz, cuando uno es incapaz de ver el lado bueno a su vida o cuando uno no sabe vivir sin añorar o desear o envidiar, entonces sucede que muy difícilmente llega nunca a conocerla, a la felicidad, claro.



Ella, la felicidad, no es nunca un lugar de llegada sino sólo de paso.

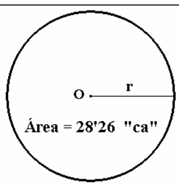
Casi sin darnos cuenta, a muchos nos pasan los meses y los años sin sentir el frescor y la vitalidad que produce el despertar de cada nuevo día, seguramente porque no somos conscientes de todo el bien que supone el hecho de vivir, de experimentar el acontecer cotidiano, o porque las obligaciones, las prisas y vicisitudes de la vida nos empujan tanto que nos deterioran los 'frenos' necesarios para hacer las paradas en esas 'estaciones' en las que nos espera alguna forma de felicidad. Así, poco a poco para algunos y muy rápido para otros, nos sorprenden los años sin haberla visitado con toda la frecuencia que necesitamos.

Ella, la felicidad, se presenta en muchas ocasiones donde no sabemos apreciarla. ¡Hay tantas cosas sencillas y cercanas que nos llevarían a ella! Pero nos falta el encanto para poder descifrarlas. Y ese encanto, cuando se tiene, casi siempre emana de nuestro interior, no del exterior.

SOLUCIONES del control nº 2.

7) ⊗ $A_{Círculo} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\dfrac{Área}{\pi}}$

$$\mathbf{r} = \sqrt{\frac{28'26\ m^2}{3'14}} = \sqrt{9\ m^2} = \mathbf{3\ m}$$



8) ⊗ "a" es la hipotenusa.
"b" es el cateto mayor.
"c" es el cateto menor.

⊗ $c = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{52^2 - 48^2} = \sqrt{400} = 20$ dm

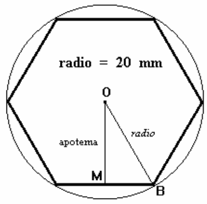
⊗ Se aplica el teorema de Pitágoras.

9) ⊗ Como en los hexágonos regulares el radio es igual al lado, aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo OMB :

$$\text{apotema} = \sqrt{\text{radio}^2 - \left(\frac{\text{lado}}{2}\right)^2}$$

$$a_p = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 17'3...\ mm$$

$$\mathbf{A}_{\text{Hexágono}} = \frac{p \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot \ell \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 17'3}{2} = \mathbf{1.038\ mm^2}$$



10) ⊗ $\begin{cases} BX = 900\ hm \rightarrow 900 : 100 = 9\ hm \\ AH = 1'2\ km \rightarrow 1'2 \cdot 10 = 12\ hm \end{cases}$

⊗ Como BXYH es un cuadrado :

BX = BH = c' = 9 hm

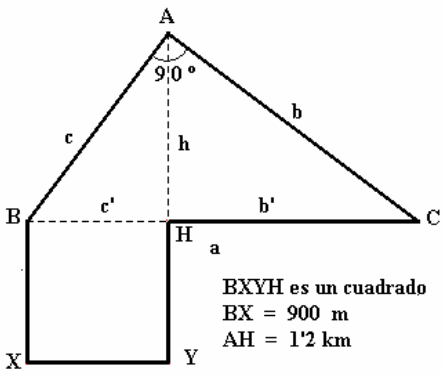
⊗ Aplicamos el teorema de la altura en en triángulo rectángulo BAC :

$$b' = \frac{h^2}{c'} = \frac{12^2}{9} = 16\ hm$$

⊗ Calculamos el área de BAC :

$$\mathbf{A}_{BAC} = \frac{BC \cdot h}{2} = \frac{(9+16) \cdot 12}{2} = \frac{25 \cdot 12}{2} = \frac{300}{2} = 150\ hm^2 = 150\ ha$$

⊗ **Precio** = 150 • 25000 = **3.750.000 €**



Losbuenosresultados,entodaslasactividades,nosonfrutodelacasualidad,lasuerteoelesfuerzomomentáneo, sinodelinterésmantenidoconunesfuerzoconstanteydeunaperseveranciaquepersigalaexcelencia.

Control nº 3. Sobre los temas 1 al 10.

1) OPERACIONES CON ENTEROS.

$[2 - 3 \cdot (4 - 9) - (+1)] : (-2) =$

2) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\frac{-10}{3} - \frac{2}{6} \cdot \left(\frac{1}{4} - 3\right) + \frac{5}{8} =$$

3) OPERACIONES CON POTENCIAS Y RADICALES.

a) $\left(\frac{-6}{10}\right)^6 \cdot \left(\frac{-6}{10}\right) : \left(\frac{-6}{10}\right)^9 =$

b) $\sqrt{-81} =$

4) a) Ecuación de 1[er] grado con una incógnita:

$$\frac{-3}{12} - \frac{2(5+x)}{10} + x = \frac{4x}{15} - 1$$

b) Resolver esta ecuación de dos formas:

→ Con la fórmula general.

→ Sin aplicar la fórmula.

$$-6x^2 + 8 = x^2 - 20$$

5) PORCENTAJES (%).

Urbano compró acciones de Bolsa por valor de 750 €. Si cuando las vendió obtuvo 840 €, ¿qué % ganó?

6) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a) Complejo en incomplejo:

$0'07$ ha $+ 5$ dam^2 $+ 6'4$ m^2 → ¿ca?

b) ¿Cuántos litros de capacidad tiene un recipiente cilíndrico cuyo volumen es:

$0'4$ m^3 $+ 6$ dm^3 $+ 500$ cm^3 ?

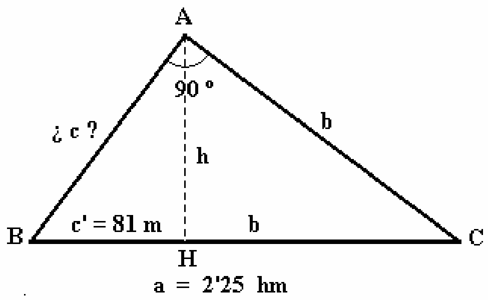
7) GEOMETRÍA.

a) Dibuja dos circunferencias secantes y otras dos tangentes.

b) Dibuja un triángulo obtusángulo, con sus tres alturas, y escribes cómo se llama el punto dónde se cortan.

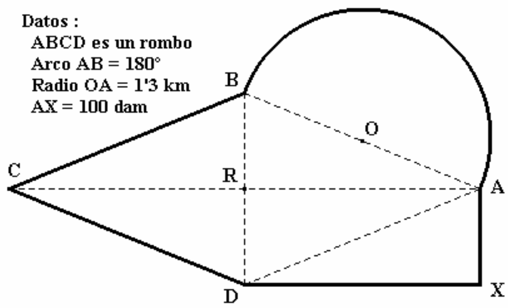
8) TEOREMAS.

Calcula la medida del lado "c".



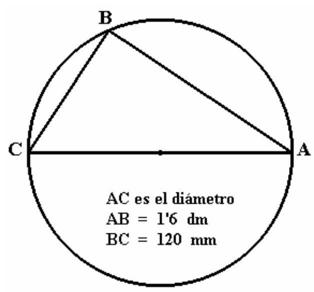
9) ÁREAS Y TEOREMAS I.

¿Cuánto cuesta comprar el terreno representado en la figura a 15.000 €/ha?



10) ÁREAS Y TEOREMAS II.

Calcula el área de la parte rayada.



El que algo quiere, algo le cuesta. Por ello, el/la que desea una buena preparación y formación académicas no debe olvidar que es labor muy esforzada, a veces muy cansada, llena de dedicación y tesón. Y luego, a largo plazo, a recoger los frutos.

SOLUCIONES del control nº 3.

1) OPERACIONES CON ENTEROS.

$$[2 - 3\cdot(4-9) - (+1)] : (-2) =$$
$$= [2 - 3\cdot(-5) - 1] : (-2) =$$
$$= [2 + 15 - 1] : (-2) = 16 : (-2) = -8$$

2) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\frac{-10}{3} - \frac{2}{6} \cdot \left(\frac{1}{4} - 3\right) + \frac{5}{8} =$$
$$= \frac{-10}{3} - \frac{2}{6} \cdot \left(\frac{-11}{4}\right) + \frac{5}{8} =$$
$$= \frac{-10}{3} + \frac{22}{24} + \frac{5}{8} = \frac{-80 + 22 + 15}{24} = -\frac{43}{24}$$

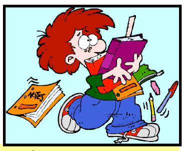
3) POTENCIAS Y RADICALES.

a) $$\left(\frac{-6}{10}\right)^6 \cdot \left(\frac{-6}{10}\right) : \left(\frac{-6}{10}\right)^9 = \left(\frac{-6}{10}\right)^{6+1-9} =$$
$$= \left(\frac{-2.3}{2.5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{-3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

b) $\sqrt{-81}$ → Número imaginario, porque no existe ningún número que al elevarlo al cuadrado dé negativo. Su clasificación sería:

$\notin N$, $\notin Z$, $\notin Q$, $\notin I_{rr}$, $\notin R$, $\in I_m$, $\in C$.

Tanto padres como profesores debemos y tenemos que hacer, de vez en cuando, "examen de conciencia" sobre el modo de tratar y relacionarnos con nuestros hijos y/o alumnos. La Sicología actual está perfectamente convencida de la certeza del "efecto Pigmalión". Existen muchos centenares de casos, y en muy diversas actividades, de estudiantes y otras personas que han sido declaradas de forma explícita o implícita incapaces, o inaguantables, o rebeldes, o violentos, o negativos, etc., y después, cuando esos mismos fueron tratados y enseñados por personas que confiaron en ellos hasta el punto de llegar a lo improbable o imprudente, experimentaron transformaciones o "giros de 180º" en sus estudios y/o actividades.



Si queremos que alguien actúe de modo interesado, saque a relucir su esfuerzo, demuestre sus capacidades y se comporte de forma inteligente, lo primero consiste en hacerle creer que él puede, que es capaz y que, aunque con esfuerzo, lo va a lograr. Bueno, esto no siempre será una panacea, ni nada fácil para padres y profesores el actuar así, pero tiene resultados muy positivos en la mayoría de las conductas en las que se practican, por ello hay que intentarlo cada vez más.

4) a) $$\frac{-3}{12} - \frac{2(5+x)}{10} + x = \frac{4x}{15} - 1$$
$$\frac{60.(-3)}{12} - \frac{60.2(5+x)}{10} + 60x = \frac{60.4x}{15} - 60.1$$
$$-15 - 12.(5+x) + 60x = 4.4x - 60$$
$$-12x + 60x - 16x = -60 + 15 + 60$$
$$32x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{32} = 0'46...$$

b) Resolver esta ecuación de dos formas:

→ Con la fórmula general.

$$\left[\begin{array}{l} -6x^2 + 8 = x^2 - 20 \\ -7x^2 + 0x + 28 = 0 \end{array}\right] \rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = -7 \\ b = 0 \\ c = 28 \end{array}\right.$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4.(-7).28}}{2.(-7)}$$

$$x = \frac{\pm\sqrt{784}}{-14} = \frac{\pm 28}{-14} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = +2 \end{array}\right.$$

→ Sin aplicar la fórmula.

$$-6x^2 + 8 = x^2 - 20$$
$$-7x^2 = -28$$
$$x^2 = \frac{-28}{-7} = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \left\{\begin{array}{l} x_1 = +2 \\ x_2 = -2 \end{array}\right.$$

5) PORCENTAJES (%).

$$\left[\begin{array}{c} \text{Valor} \\ \text{Inicial} \end{array}\right] \bullet \left[\begin{array}{c} \text{Factor de} \\ \text{Variación} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \text{Valor} \\ \text{Final} \end{array}\right]$$

$$750\ (€) \bullet x\ (\%) = 840\ (€)$$

$$x = \frac{840}{750} = 1'12$$

Y un factor de variación de 1'12 equivale a:

$$1'12 \rightarrow 1 + 0'12 \rightarrow 1 + \frac{12}{100} = 1 + 12\ \%$$

Solución: ganó un 12 % en las acciones.

6) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

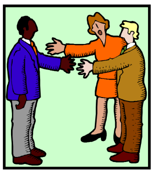
a) $$\left\{\begin{array}{l} 0'07\ ha \rightarrow 0'07 \cdot 10000 = 700\ m^2 \\ 5\ dam^2 \rightarrow 5 \cdot 100 = 500\ m^2 \\ 6'4\ m^2 \rightarrow 6'4\ ca \\ \textbf{Total} = \textbf{1206'4 ca} \end{array}\right.$$

b) $$\left\{\begin{array}{l} 0'4\ m^3 \rightarrow 0'4 \cdot 1000 = 400\ dm^3 \\ 6\ dm^3 = 6\ dm^3 \\ 500\ cm^3 \rightarrow 500 : 1000 = 0'5\ dm^3 \\ \text{Total} = 406'5\ dm^3 \end{array}\right.$$

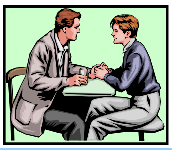
Y como 1 dm^3 equivale a 1 litro,

406'5 dm^3 ⇒ **406'5 litros**

Empatía. Es la capacidad de sintonía tanto intelectual como emocional con la persona con la que se convive, se relaciona uno o se conversa, pudiendo llegar a provocar estados de conciencia semejantes. Dicho en lenguaje más sencillo: cualidad que nos permite entender y valorar a los demás, siendo capaces de ponernos en su lugar y sus circunstancias.



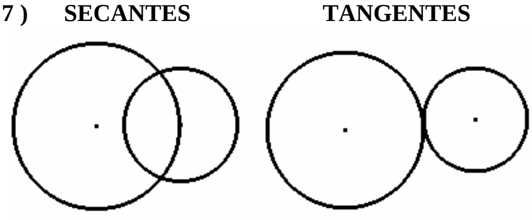
El diálogo llano, sincero y libre de prejuicios facilita una relación provechosa que conduce a una comunicación verdadera y productiva, y a través de ella sentimos un inevitable empuje hacia la adquisición de una actitud tolerante; es entonces cuando las diferencias existentes entre distintas razas, clases sociales, religiones, sexos o edades se aprecian desde otros puntos de vistas que, sin eliminar esas diferencias reales, hacen que toleremos otros ambientes, otras formas de pensar y vivir. Con ello conseguimos enriquecer nuestra posición, aceptando que existen otras diferentes tanto o más válidas que las propias.

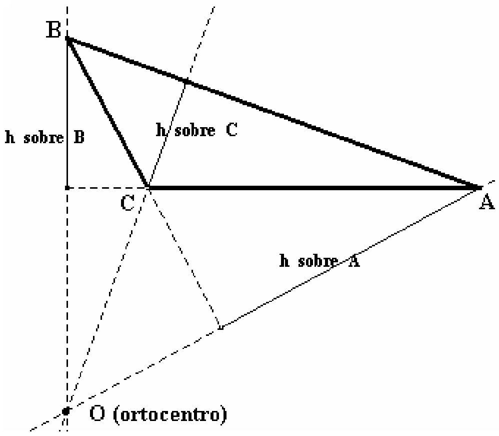


Tener esta cualidad es difícil, sobre todo hoy día. ¿Qué grado de empatía posees tú?

SOLUCIONES del control nº 3.

7) SECANTES TANGENTES





8) ⊗ Aplicamos el teorema del cateto:

$$\left[\frac{a}{c} = \frac{c}{c'}\right] \rightarrow c = \sqrt{81.225} = 135 \text{ m}$$

9) ⊗ Hallamos el área del semicírculo:

$$A_{\text{Semicírculo}} = \frac{\pi . r^2}{2} = \frac{3'14 . 13^2}{2} = 265'33 \text{ hm}^2$$

⊗ En el triángulo rectángulo ARB, conocemos la hipotenusa AB, que es el doble del radio, y el cateto BR, que es igual al lado AX. Aplicamos Pitágoras :

$$AR = \sqrt{AB^2 - BR^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ hm}$$

⊗ Hallamos el área de ese triángulo:

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{BR . AR}{2} = \frac{10 . 24}{2} = 120 \text{ hm}^2$$

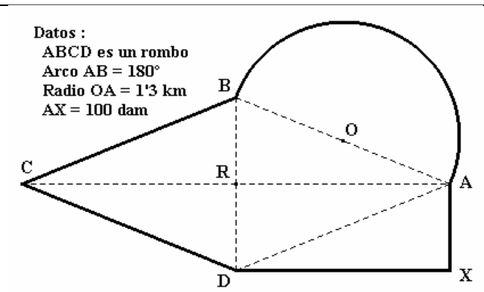
⊗ Además del semicírculo hay 5 triángulos iguales, o sea :

$$5 . 120 \text{ hm}^2 = 600 \text{ hm}^2$$

⊗ Y sumamos todo :

$$265'33 \text{ hm}^2 + 600 \text{ hm}^2 = \mathbf{865'33 \text{ ha}}$$

COSTE: 865'33.15000 = **12.979.950 €**



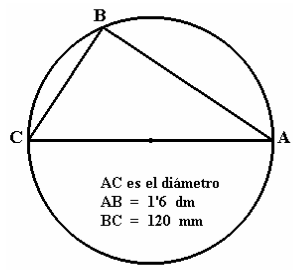
10) ⊗ Hay que saber que todo triángulo inscrito en una circunferencia y que su hipotenusa sea un diámetro, es siempre rectángulo. Aplicamos Pitágoras:

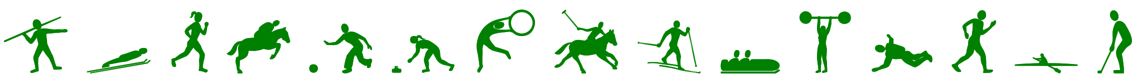
$$AC \text{ (diámetro)} = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Círculo}} = \pi . r^2 = 3'14 . 10^2 = 314 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{BC . AB}{2} = \frac{16 . 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

$$\mathbf{A}_{\text{Rayada}} = 314 - 96 = \mathbf{218 \text{ cm}^2}$$





Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante y de una perseverancia que persiga la excelencia.

Control nº 4. Sobre los temas 7 al 10. Teoría.

1) Escribe, con abreviaturas separadas con un guión, el ábaco de las unidades de Masa.

Múltiplos: ______________________________________

____

Unidad principal: ______________________________________

Submúltiplos: ______________________________________

____

2) Nombra las unidades agrarias, escribe sus abreviaturas, pon la equivalencia de cada una de ellas con las unidades de superficie y la equivalencia entre ellas mismas, unas con otras.

Nombres completos: ______________________________________

____

Abreviaturas: ______________________________________

Equivalencias de superficie: ______________________________________

____

Equivalencias entre ellas: ______________________________________

____

3) Escribe un cuadro en el que aparezcan las equivalencias entres las unidades de Capacidad, Masa y Volumen, sólo con las tres unidades fundamentales de cada magnitud.

CAPACIDAD	VOLUMEN	MASA

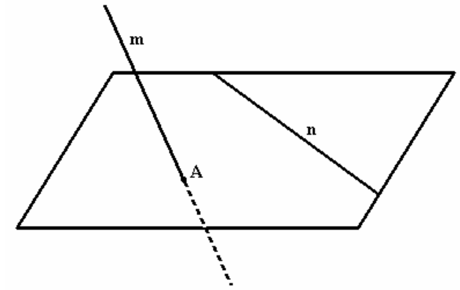
4) ¿Cómo se transforman las unidades de volumen unas en otras?

____

____

____

5) ¿Cómo son las dos rectas (“m”, “n”) dibujadas?



6) ¿Con qué unidades de miden las regiones angulares, es decir, los ángulos? Escribe las equivalencias entre ellas.

____

____

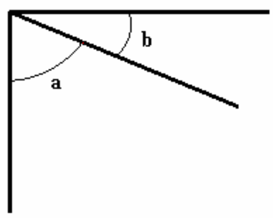
____

7) Relaciona mediante flechas:

	Mayor de 90º y menor de 180º
Ángulo llano	Mayor de 180º y menor de 360º
Ángulo agudo	Mide 90º
Ángulo recto	Menor de 90º
Ángulo obtuso	Entre 90º y 360º
	Mide 180º

8) Dibuja dos ángulos consecutivos que sean suplementarios.

9) ¿Cómo se llaman <u>conjuntamente</u> los dos ángulos agudos dibujados?

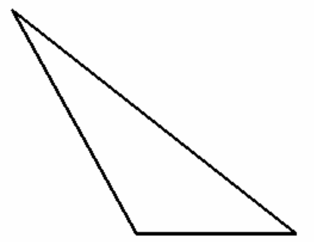


Se llaman ______________________________________

Elquealgoquiere,algolecuesta. Porello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicanodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. Yluego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

10) Dibuja correctamente, con regla, escuadra o cartabón, un triángulo isósceles.

11) Escribe el nombre, según sus ángulos y según sus lados, de este triángulo.



Triángulo ________________ ________________

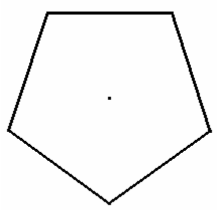
12) Dibuja un triángulo equilátero rectángulo.

13) ¿Cuánto suman los ángulos de todos los cuadriláteros?

Suman ________________

14) Dibuja un trapecio rectángulo y sus diagonales.

15) ¿Cómo se llama el polígono dibujado? Dibuja su apotema



Es un ________________ ________________

16) Escribe el nombre de los cinco elementos numerados en la figura:

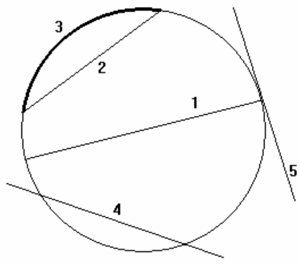
1.- ________________

2.- ________________

3.- ________________

4.- ________________

5.- ________________



17) Dibuja un triángulo rectángulo apoyado (base) en uno de sus catetos y escribes la fórmula con la que se calcula el área de cualquier triángulo.

Dibujo:

Área del triángulo =

18) Escribe las fórmulas siguientes:

Longitud de una circunferencia = ________________

Área de un círculo = ________________

19) Escribe con palabras y con la fórmula el Teorema de Pitágoras.

Con palabras ________________

____

____

Fórmula :

20) Escribe las fórmulas que sirven para calcular la hipotenusa "a" y los catetos "b" y "c" de los triángulos rectángulos.

SOLUCIONES del control nº 4.

1.- Múltiplos: Tm – Qm – mag – kg – hg - dag
Unidad principal: g
Submúltiplos: dg – cg - mg

2.- Nombres completos: hectárea – área - centiárea
Abreviaturas: ha – a - ca
Equivalencias de superficie: ha = hm^2 ; a = dam^2 ; ca = m^2
Equivalencias entre ellas: ha = 100 a = 10000 ca

3.-

CAPACIDAD	VOLUMEN	MASA
kl	m^3	Tm
l	dm^3	kg
ml	cm^3	g

4.- Van de 1000 en 1000.

Para pasar de una unidad superior, o sea, de izquierda a derecha, se multiplica por 1000 en cada lugar.

Para pasar de una unidad inferior a otra superior, o sea, de derecha a izquierda, se divide por 1000 en cada paso.

5.- **Las rectas "m" y "n" son rectas que se cruzan.**

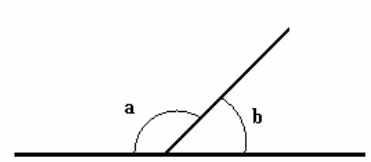
6.- Los ángulos se miden habitualmente con grados, minutos y segundos sexagesimales.

1º = 60' = 3600''
1' = 60''

7.-

	Mayor de 90º y menor de 180º
Ángulo llano	Mayor de 180º y menor de 360º
Ángulo agudo	Mide 90º
Ángulo recto	Menor de 90º
Ángulo obtuso	Entre 90º y 360º
	Mide 180º

8.- Los ángulos "a" y "b" son suplementarios. Suman 180º.



9.- Los ángulos "a" y "b" son complementarios. Suman 90º

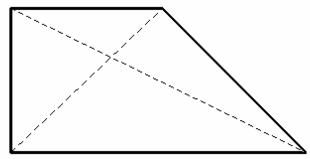
10.- El triángulo isósceles debe tener dos lados iguales, o lo que es lo mismo, dos ángulos iguales.

11.- El triángulo es obtusángulo, porque tiene un ángulo obtuso (mayor de 90º y menor de 180º), y según sus lados es escaleno, por tener sus tres lados desiguales.

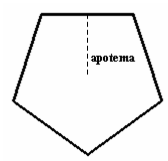
12.- Es imposible dibujar un triángulo que sea al mismo tiempo equilátero y rectángulo, porque si es equilátero tiene sus tres ángulos (de 60º) y sus tres lados iguales, y si es rectángulo debe tener un ángulo recto (90º) y uno de sus lados –la hipotenusa- debe ser mayor que los otros dos –los catetos-.

13.- En todos los cuadriláteros, sus cuatro ángulos suman 360º.

14.- El trapecio rectángulo debe tener dos lados paralelos, los otros dos no y dos de sus ángulos rectos (de 90º). Sus diagonales van de un vértice al opuesto.

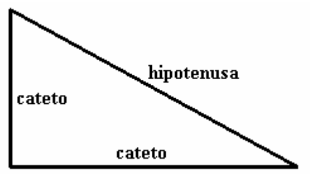


15.- *El polígono es un pentágono regular (lados iguales).*



16.- El nº 1 es un diámetro, el nº 2 es una cuerda, el nº 3 es un arco de circunferencia, el nº 4 es una recta secante a la circunferencia y el nº 5 es una recta tangente a la circunferencia.

17.- Dibujo:



$$\textbf{Área de cualquier triángulo} = \frac{\textbf{base} \bullet \textbf{altura}}{2}$$

18.- Longitud de una circunferencia $= 2 \,.\, \pi \,.\, r$
Área de un círculo $= \pi \,.\, r^2$

19.- Con palabras: el teorema de Pitágoras dice que en todos los triángulos rectángulos la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.
Con fórmula: $a^2 = b^2 + c^2$

20.-

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$
$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Control nº 5. Sobre los temas 7 al 10.

1) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a) Complejo en incomplejo:

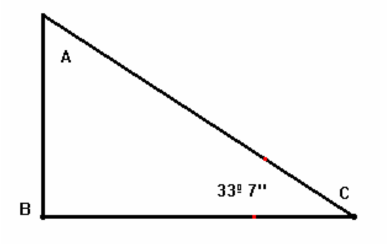
4'5 kg 0'3 hg 600 g → a "dag".

b) Incomplejo en complejo:

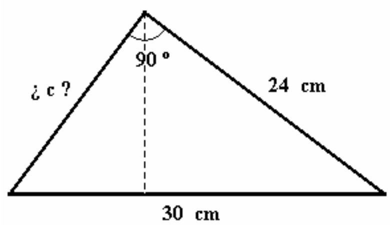
70'351 m^2 → ¿ ... ?

2) VOLUMEN, CAPACIDAD Y MASA.
¿Cuántos decímetros cúbicos de volumen ocupa la cisterna de un camión que transporta agua si llena pesa 16 tm, 8 qm y 5 hg.

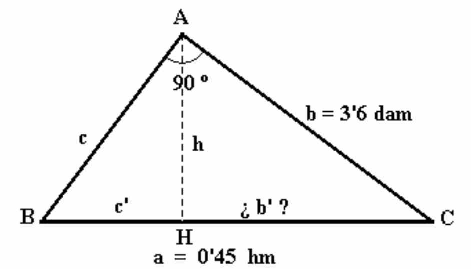
3.- Triángulos y ángulos.
a) ¿Cómo se llama este triángulo?
b) Calcula la medida de ángulo A.



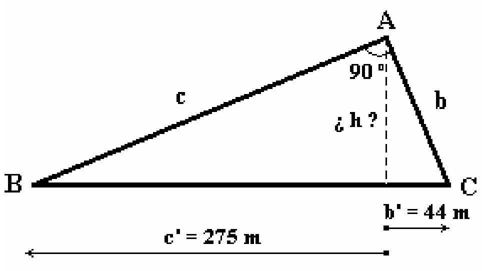
4.- Averigua la medida del cateto señalado:



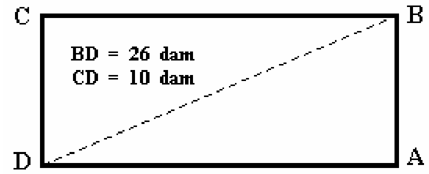
5.- ¿Cuántos metros tiene la proyección del cateto “b” sobre la hipotenusa?



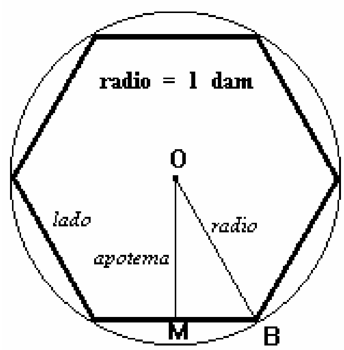
6.- Calcula la medida de la altura en :



7.- Halla el área del rectángulo siguiente :



8.- ¿Cuántas “ca” mide la superficie del hexágono regular de la figura?



9.- Teoría :
a) Calcula la suma de dos ángulos cuyas amplitudes son: 24º 46’ 50” y 92º 30’ 27”.
b) ¿Qué clase de ángulo es el primero?
c) ¿Qué clase de ángulo es el segundo?
d) ¿Cuál es la amplitud del ángulo suplementario de la suma de los dos del apartado a)?

10.- Una plaza circular tiene 500 “dm” de diámetro. ¿Cuántos “m” mide su circunferencia? Si en la realización de la plaza cada m^2 costó a 14 €, ¿cuánto se importó la obra?

Elquealgoquiere,algolecuesta.Porello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicasnodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón.Yluego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

SOLUCIONES del control nº 5.

10) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a) Complejo en incomplejo:

4'5 kg 0'3 hg 600 g → a "dag".

450 dag + 3 dag + 60 dag = **513 dag**

b) Incomplejo en complejo:

$70'351\ m^2 \rightarrow 70\ m^2 + 35\ dm^2 + 10\ cm^2$

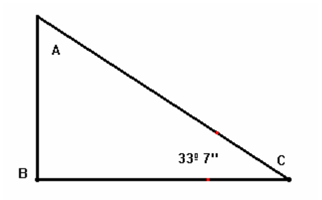
2) VOLUMEN, CAPACIDAD Y MASA.

⊗ $1\ dm^3$ → equivale a → 1 kg

16 tm	→	16 . 1000	=	16000 kg
8 qm	→	8 . 100	=	800 kg
5 hg	→	5 : 10	=	0'5 kg
		En total		16800'5 kg

Solución → Ocupa 16800'5 dm^3.

3.-



Como los ángulos de un triángulo suman 180º, y en este triángulo el ángulo B es recto, calculamos el ángulo A :

90º (B) + 33º 7'' (C) = 123º 0' 7'' (B + C)

180º (A + B + C)	179º	59'	60''
−	123º	0'	7''
	56º	59'	53'' (A)

A = 180º − 90º − 33º 7'' = **56º 59' 53''.**

4) ⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 - b^2 = c^2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{30^2 - 24^2} = $$

$$= \sqrt{900 - 576} = \sqrt{324} = 18\ cm$$

5) Ajustes $\begin{cases} a = 0'45\ hm \rightarrow 0'45 \cdot 100 = 45\ m \\ b = 3'6\ dam \rightarrow 3'6 \cdot 10 = 36\ m \end{cases}$

⊗ Aplicamos el teorema del cateto :

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'}\right] \rightarrow b' = \frac{b^2}{a}$$

$$b' = \frac{36^2}{45} = \frac{1296}{45} = 28'8\ m$$

6) ⊗ Aplicamos el teorema de la altura :

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}\right] \rightarrow h^2 = b' \cdot c'$$

$$h = \sqrt{b' \cdot c'} = \sqrt{275 \cdot 44} = \sqrt{12100} =$$

h = 110 m

7) ⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo ABD :

$$base = AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} =$$

$$base = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24\ dam$$

A = base . altura = 24 dam . 10 dam =

$= 240\ dam^2$

8) Recuerda que el lado de un hexágono regular es igual al radio de la circunferencia circunscrita.

lado = radio = 1 dam → 10 m

⊗ En el triangulo rectángulo OMB conocemos la hipotenusa OB y el cateto menor MB, que es la mitad de un lado, así que aplicamos Pitágoras para calcular la apotema :

$$apotema = \overline{OM} = \sqrt{10^2 - 5^2} =$$

$$a_p = \sqrt{75} = 8'6...\ m$$

$$A_{Hexágono} = \frac{p \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 1 \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8'6...}{2} =$$

$= 258'...\ m^2 \Rightarrow$ **258 "ca"**

9) a)

	24º	46'	50''
+	92º	30'	27''
	116º	76'	77'' ⇒ 117º 17' 17'

b) El primero es agudo, o sea, < 90º .

c) El segundo es obtuso, o sea, > 90º.

d) 180º	→	179º	59'	60''
	−	117º	17'	17''

El suplementario mide 62º 42' 43''

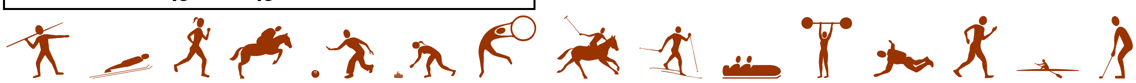
10) Radio de la plaza $= \frac{500\ dm}{2} = 25\ m$

$$L_{Circunferencia} = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3'14 \cdot 25 =$$

$= 157\ m$

⊗ $A_{círculo} = \pi\ r^2 = 3'14 \cdot 50^2 = 7850\ m^2$

Coste = $7850\ m^2$. 14 € = **109.900 €.**



Losbuenosresultados,entodaslasactividades,nosonfrutodelacasualidad,lasuerteoelesfuerzomomentáneo, sinodelinterésmantenidoconunesfuerzoconstanteydeunaperseveranciaquepersigalaexcelencia.

Control nº 6. Sobre el tema 7.

1.- TEORÍA.
Escribe el ábaco de las unidades de masa, ordenadamente, por supuesto.

2.- TEORÍA.
¿Para qué se utilizan las medidas agrarias? ¿Cuáles son? Escribe sus equivalencias.

3.- TEORÍA.
Escribe la tabla de equivalencias entre las unidades de capacidad, volumen y masa.

4.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Complejo a incomplejo: 4’5 km + 0’3 hm + 600 m → a “dam”

5.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Complejo a incomplejo: 3’5 tm + 0’002 qm + 4 hg → a “kg”

6.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Complejo a incomplejo: 0’07 “ha” + 5’9 “ca” + 3000 dm^2 → a “ m^2 ”

7.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Incomplejo a complejo: 706’49 **dal** → ¿ . . .?

8.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Incomplejo a complejo: 840’351 m^2 → ¿ . . .?

9.- RELACIONES ENTRE UNIDADES DE CAPACIDAD, VOLUMEN Y MASA.
¿Cuántos dm^3 de volumen tiene una cisterna llena de agua destilada cuya capacidad es de 6’2 toneladas métricas?

10.- RELACIONES ENTRE UNIDADES DE CAPACIDAD, VOLUMEN Y MASA.
¿Cuántos decilitros de agua destilada caben en un depósito cuyo volumen es de 3 m^3 + 8 dm^3 + 5 cm^3 ?

EXTRA:

Un camión cisterna transporta 15’4 **mal** + 79 **kl** + 5 **dal** de agua destilada. ¿Cuántos miriagramos pesa todo esa agua?

Elquealgoquiere,algolecuesta. Porello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicanodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. Yluego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

SOLUCIONES del control nº 6.

1.- TEORÍA.
Escribe el ábaco de las unidades de masa, ordenadamente, por supuesto.

tm – qm – mag – kg – hg – dag – g – dg – cg – mg

2.- TEORÍA.
¿Para qué se utilizan las medidas agrarias? ¿Cuáles son? Escribe sus equivalencias.
Se utilizan para medir campos, fincas, grandes extensiones de terrenos, etc. Son la hectárea (“ha”), el área (“a”) y la centiárea (“ca”).

MEDIDAS AGRARIAS		
" ha "	" a "	" ca "
hm^2	dam^2	m^2

3.- TEORÍA.
Escribe la tabla de equivalencias entre las unidades de capacidad, volumen y masa.

CAPACIDAD	VOLUMEN	MASA
kl	m^3	tm
l	dm^3	kg
ml	cm^3	g

4.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Complejo a incomplejo: 4’5 km + 0’3 hm + 600 m → a “dam”

4,5 km → 4,5 . 100 = 450 dam
0’3 hm → 0’3 . 10 = 3 dam
600 m → 600 : 10 = 60 dam
Total = 513 dam

5.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Complejo a incomplejo: 3’5 tm + 0’002 qm + 4 hg → a “kg”

3’5 tm → 3’5 . 1000 = 3500 kg
0’002 qm → 0’002 : 100 = 0’2 kg
4 hg → 4 : 10 = 0’4 kg
Total = 3500’6 kg

6.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Complejo a incomplejo: 0’07 “ha” + 5’9 “ca” + 3000 dm^2 → a “ m^2 ”

0’07 ha → 0’07 . 10000 = 700 m^2
5’9 ca → 5’9 m^2
3000 dm^2 → 3000 : 100 = 30 m^2
Total = 735’9 m^2

7.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Incomplejo a complejo: 706’49 **dal**→¿ ...?

7 kl + 6 dal + 4 l + 9 dl

8.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Incomplejo a complejo: 840’351 m^2→ ¿…?

8 dam^2 + 40 m^2 + 35 dm^2 + 10 cm^2

9.- RELACIONES ENTRE UNIDADES DE CAPACIDAD, VOLUMEN Y MASA.
¿Cuántos dm^3 de volumen tiene una cisterna llena de agua destilada cuya capacidad es de 6’2 toneladas métricas?

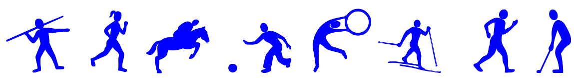
6’2 tm → 6’2 . 1000 = 6200 kg
Y 6200 kg equivalen a 6200 dm^3

10.- RELACIONES ENTRE UNIDADES DE CAPACIDAD, VOLUMEN Y MASA.
¿Cuántos decilitros de agua destilada caben en un depósito cuyo volumen es de 0’43 m^3 + 8 dm^3 + 75 cm^3 ?

0’43 m^3 → 0’43 . 1000 = 430 dm^3
8 dm^3 → 8 dm^3
75 cm^3 → 75 : 1000 = 0’075 dm^3
Total = 438’075 dm^3
438’075 dm^3 ⇒ 438’075 litros
438’075 l → 438’075 . 10 = 4380’75 dl

EXTRA:
Un camión cisterna transporta 15’4 **mal** + 79 **kl** + 5 **dal** de agua destilada. ¿Cuántos miriagramos pesa todo esa agua?

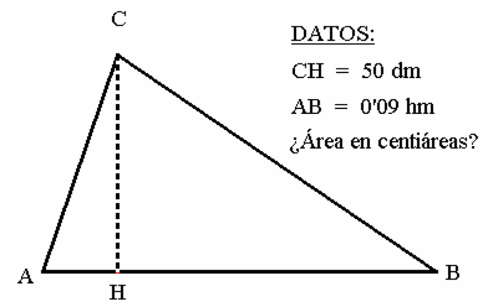
15’4 mal → 15’4 . 10000 = 154000 l
79 kl → 79 . 1000 = 79000 l
5 dal → 5 . 10 = 50 l
Total = 233000 l
233000 l ⇒ 233000 kg
230000 kg → 233000 : 10 = 23300 mag



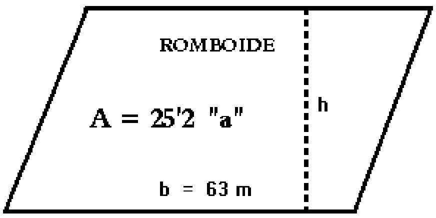
Losbuenosresultados,entodaslasactividdes,nosonfrutodelacasualidad, lasuerteoelesfuerzomomentáneo,sinodelinterésmantenidocon unesfuerzoconstanteydeunaperseveranciaquepersigalaexcelencia.

Control nº 7. Sobre el tema 9.

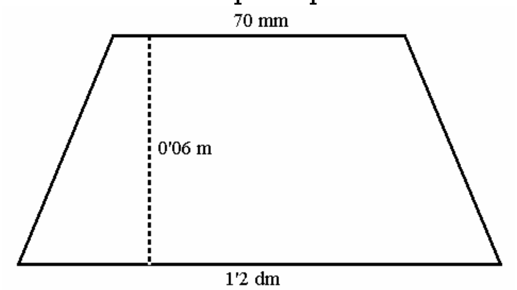
1.- Calcula el área de este triángulo según los datos que te dan.



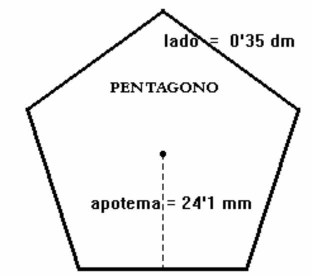
2.- Conociendo los datos que aparecen en la figura, calcula cuántos centímetros mide la altura del romboide.



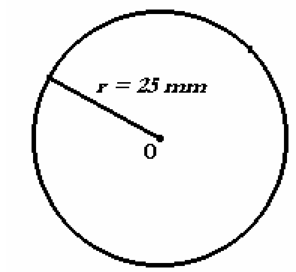
3.- Calcula el área del siguiente trapecio en la unidad de medida que tú prefieras.



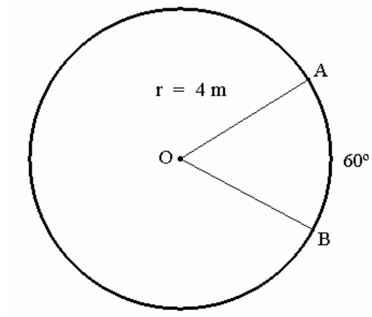
4.- Calcula el perímetro y el área de este polígono regular.



5.- Hallar la longitud de la circunferencia y el área del círculo de:



6.- ¿Cómo se llama la parte rayada de la figura? Halla su área.

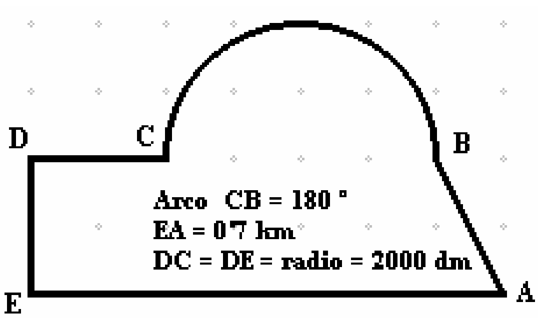


7.- Escribe las fórmulas con las que se calcula el área de las siguientes figuras:

a) Rectángulo.
b) Rombo.
c) Hexágono regular.
d) Corona circular.

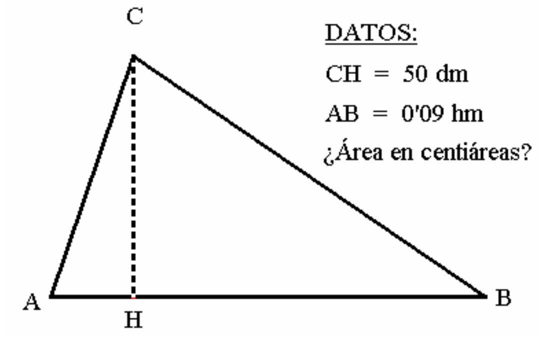
E X T R A :

Rufo va a comprar una finca que tiene la forma que indica la figura. Le va a costar a razón de 10 € /m ^{2}. ¿Tendrá bastante para pagarlo con 2 millones de euros?



SOLUCIONES del control nº 7.

1.- Calcula el área de este triángulo según los datos que te dan.



⊗ **AJUSTES PREVIOS:**

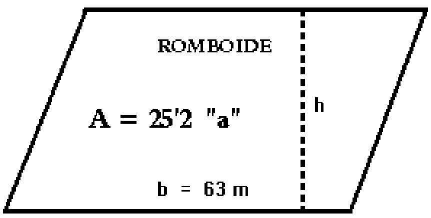
base → AB = 0'09 hm → 0'09.100 = 9 m

altura → CH = 50 dm → 50:10 = 5 m

⊗ $A_{\text{TRIÁNGULO}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{9 \cdot 5}{2} = 22'5 \text{ m}^2$

→ 22'5 ca

2.- Conociendo los datos que aparecen en la figura, calcula cuántos centímetros mide la altura del romboide.

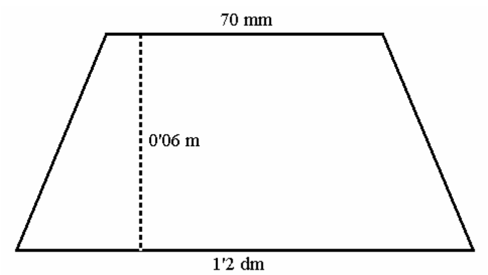


⊗ Ajustes previos: $\begin{cases} 25'2 \text{ a} \rightarrow 25200000 \text{ cm}^2 \\ 63 \text{ m} \rightarrow 6300 \text{ cm} \end{cases}$

$A = b \cdot h \rightarrow 25200000 = 6300 \cdot h \rightarrow$

Solución → h = 4000 cm

3.- Calcula el área del siguiente trapecio en la unidad de medida que tú prefieras.



⊗ **AJUSTES PREVIOS:**

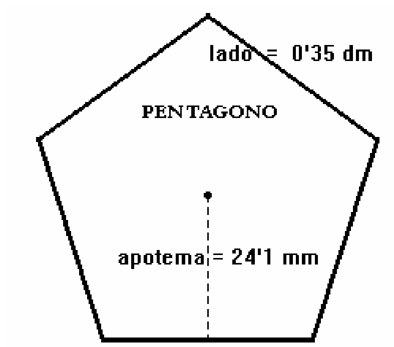
base mayor = 1'2 dm → 1'2.10 = 12 cm

base menor = 70 mm → 70:10 = 7 cm

altura = 0'06 m → 0'06.100 = 6 cm

⊗ $A_{\text{TRAPECIO}} = \dfrac{(b + b') \cdot h}{2} = \dfrac{(12 + 7) \cdot 6}{2} = \dfrac{19 \cdot 6}{2} = \dfrac{114}{2} = 57 \text{ cm}^2$

4.- Calcula el perímetro y el área de este polígono regular.



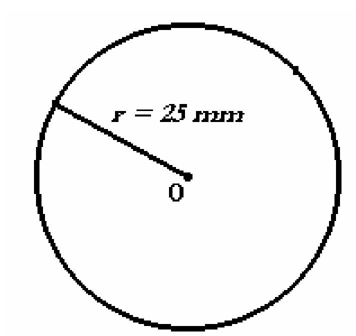
⊗ **Ajuste previo :**

0'35 dm → 0'35 . 100 = 35 mm

Perímetro = 5 . l = 5 . 35 = 175 mm

$A_{\text{Pentágono}} = \dfrac{p \cdot a_p}{2} = \dfrac{175 \cdot 24'1}{2} = 2108'75 \text{ mm}^2$

5.- Hallar la longitud de la circunferencia y el área del círculo de:

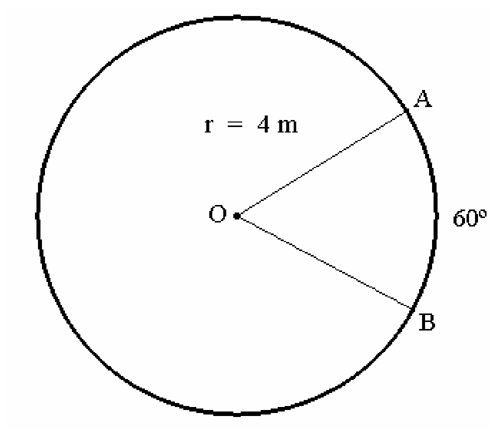


$L_{\text{Circunferencia}} = 2\pi r = 2 \cdot 3'14 \cdot 25 = 157 \text{ mm}$

$A_{\text{Círculo}} = \pi r^2 = 3'14 \cdot 25^2 = 1962'5 \text{ mm}^2$

Elquealgoquiere,algolecuesta. **P**orello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicanodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. **Y**luego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

6.- ¿Cómo se llama la parte rayada de la figura? Halla su área.



$$\otimes\ A_{\text{SECTOR CIRCULAR}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^o}{360^o} = \frac{3'14 \cdot 4^2 \cdot 60}{360} = \frac{3014'4}{360} = 8'37\ m^2$$

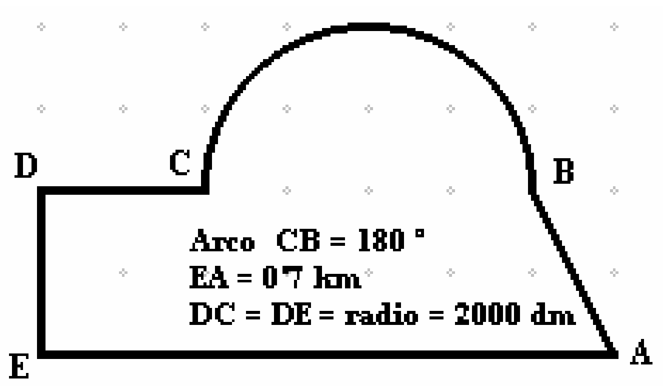
7.- Escribe las fórmulas con las que se calcula el área de las siguientes figuras:

a) Rectángulo.
b) Rombo.
c) Hexágono regular.
d) Corona circular.

Las pondremos en la pizarra.

EXTRA:

Rufo va a comprar una finca que tiene la forma que indica la figura. Le va a costar a razón de 10 € /m ^{2}. ¿Tendrá bastante para pagarlo con 2 millones de euros?



⊗ Tenemos un trapecio y un semicírculo.

⊗ Ajustes iniciales:

$$\text{Trapecio} \left\{ \begin{array}{l} b = EA = 700\ m \\ b' = DB = 600\ m \\ h = DE = 200\ m \end{array} \right.$$

$$\text{Semicírculo} \rightarrow r = \overline{DC} = 200\ m$$

$$A_{\text{Trapecio}} = \frac{(b + b') \cdot h}{2} = \frac{(700 + 600) \cdot 200}{2} = 130000\ m^2$$

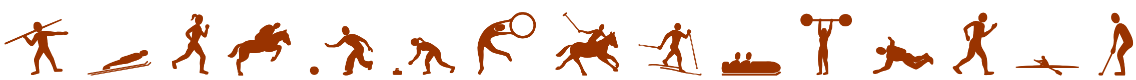
$$A_{\text{Semicírculo}} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{3'14 \cdot 200^2}{2} = 62800\ m^2$$

$$A_{\text{Total}} = 130000 + 62800 = 192800\ m^2$$

$$\text{Coste} = 192800\ m^2 \cdot 10\ €/m^2 = 1.928.000\ €$$

Solución :

Le sobran 72.000 € de los dos millones.



Losbuenosresultados,entodaslasactividades,nosonfrutodelacasualidad,lasuerteoelesfuerzomomentáneo, sinodelinterésmantenidoconunesfuerzoconstanteydeunaperseveranciaquepersigalaexcelencia.

Control nº 8. Sobre los temas 7 al 10. Teoría.

1) Escribe el ábaco (tabla) de las medidas de masa.

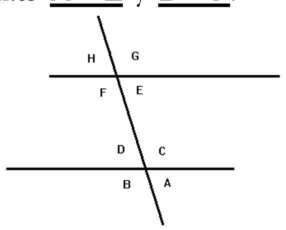
2) **a)** ¿Qué volumen ocupa un litro de agua pura?
b) ¿Y qué masa?

3) Escribe la tabla de equivalencias entre las unidades de capacidad, masa y volumen. Hazlo lo mejor posible.

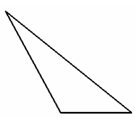
4) Dibuja un ángulo obtuso y otro cóncavo. Ponle su nombre a cada uno.

5) **a)** ¿Cuánto mide el ángulo complementario de un ángulo de 65º?
b) ¿Y el suplementario?.

6) Entre los 8 ángulos que se forman al ser cortadas dos líneas rectas paralelas por otra secante, ¿cómo se llaman entre sí las parejas siguientes **A – E** y **B – F**?



7) Escribe el nombre de este triángulo según sus ángulos y su lados.

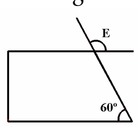


8) Dibuja un triángulo rectángulo equilátero.

9) Explica lo mejor que puedas qué te sugiere o qué quiere decir esta rara expresión:

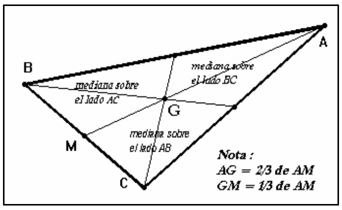
ALOR – METRICI – BIN – MENABA.

10) ¿Qué amplitud tiene el ángulo E ?

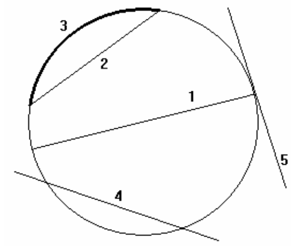


11) **a)** ¿Con qué fórmula se calcula la suma total de la amplitud de los ángulos de cualquier polígono?
b) Usando esa fórmula, calcula la medida de cada ángulo de un octógono regular.

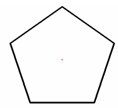
12) Entre las rectas y puntos notables de los triángulos, la siguiente figura representa el punto "G", donde se cortan las tres medianas. ¿Cómo se llama ese punto "G"?



13) Escribe el nombre de los cinco elementos numerados en la figura:



14) ¿Con qué fórmula se calcula el área de la siguiente figura? Escribe también cómo se llama y dibuja –en tu folio- su apotema.

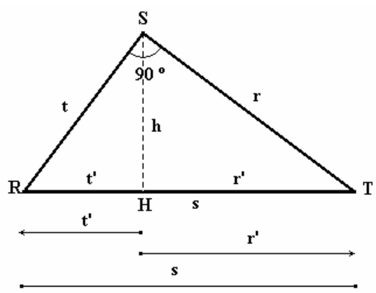


15) Dibuja un ángulo inscrito en una circunfe-rencia.

16) ¿Qué diferencia hay entre una circunferencia y un círculo? Escribe sus recpectivas fórmulas.

17) ¿Para qué sirve la siguiente fórmula?

$$A = \pi \cdot r^2 - \pi \cdot r'^2$$



18) Fijándote en la figura anterior (triángulo rectángulo dibujado en la forma habitual), o sea, utilizando las mismas letras. escribe el teorema de PITÁGORAS, y debajo la fórmula para calcular uno de los dos catetos.

19) Con la misma figura, escribe el teorema del CATETO.

20) Y otra vez con esa figura, escribe el teorema de la ALTURA.

SOLUCIONES del control nº 8.

1) Unidades de MASA:

Tm	Qm	mag	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

2) a) 1 litro de agua pura ⇔ 1 dm^3 (volumen)

b) 1 litro de agua pura ⇔ 1 dm^3 (masa)

3)

CAPACIDAD	VOLUMEN	MASA
kl	m^3	Tm
l	dm^3	kg
ml	cm^3	g

4) El ángulo obtuso debe tener más de 90º y menos de 180º. Y el ángulo cóncavo debe tener más de 180º y menos de 360º.

5) a) El ángulo complementario es lo que la falta para 90º, luego mide 25º (90º– 65º).
b) Y los suplementarios suman 180º, así que el suplementario de 65º es 115º (180º–65º)

6) Las parejas de ángulos A-E y B-F son CONJUGADOS INTERNOS.

7) El triángulo es OBTUSÁNGULO, porque tiene un ángulo obtuso (mayor de 90º y menor de 180º), y según sus lados es ESCALENO, por tener sus tres lados desiguales.

8) ES IMPOSIBLE dibujar un triángulo que sea al mismo tiempo equilátero y rectángulo, porque si es equilátero tiene sus tres ángulos (de 60º) y sus tres lados iguales, y si es rectángulo debe tener un ángulo recto (90º) y uno de sus lados –la hipotenusa- debe ser mayor que los otros dos –los catetos-.

9) **Estas palabras sirven como regla nemotécnica para aprenderse mejor las rectas y puntos notables de los triángulos rectángulos. Veamos:**

AL OR – METRI CI – B IN – MENA BA

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

ALtura
ORtocentro
MEdiaTRIz
CIrcuncentro
Bisectriz
INcentro
MEdiaNA
BAricentro

10) Como la suma de los ángulos de cualquier cuadrilátero es de 360º y el de la figura tiene 2 ángulos rectos (2 . 90º), pues el cuarto ángulo del trapecio dibujado mide:

$$360º – 180º – 60º = 120º.$$

Y como el ángulo pedido E es opuesto por el vértice a este cuarto ángulo hallado, pues mide igual, es decir, 120º.

11) Pues con la siguiente fórmula:

$$180 \,.\, (n - 2),$$

donde “n” es el número de lados de ese polígono. Así que es este caso se haría así:

$$180 .\ (8 - 2) = 180 \,.\, 6 = 1080\,º.$$

Y ahora sólo queda dividir entre 8 (octógono).

$$1080º : 8 = 135º.$$

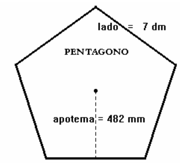
Con lo que tenemos que cada ángulo de un octógono regular mide 135º.

12) El punto de corte de las medianas, o sea, el punto “G” de la figura, se llama BARICENTRO.

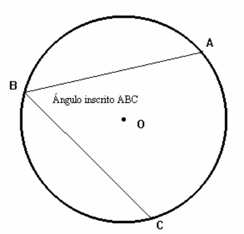
13) El nº 1 es un DIÁMETRO, el nº 2 es una CUERDA, el nº 3 es un ARCO de circunferencia, el nº 4 es una recta SECANTE a la circunferencia y el nº 5 es una recta TANGENTE a la circunferencia.

14) La figura es un pentágono regular, y su área es:

$$\mathbf{A} = \frac{\textbf{perímetro . apotema}}{2} = \frac{5.1.a_p}{2}$$



15) Ángulo inscrito en una circunferencia.



16) Una circunferencia es la línea que rodea a un círculo, y el círculo la superficie interior. Para explicarlo se usa la imagen del borde (circunferencia) y el ‘culo’ (círculo) de un vaso.

17) Es la fórmula para calcular el área de una corona circular.

18) ⊗ **Teorema de Pitágoras :**

$$s^2 = r^2 + t^2$$

⊗ **Para calcular cada cateto:**

$$r = \sqrt{s^2 - t^2}\ ;\ t = \sqrt{s^2 - s^2}$$

19) ⊗ **Teorema del cateto :**

$$\begin{cases} \circ \text{ con el cateto "r"} \rightarrow \left[\dfrac{s}{r} = \dfrac{r}{r'}\right] \\ \circ \text{ con el cateto "r"} \rightarrow \left[\dfrac{s}{t} = \dfrac{t}{t'}\right] \end{cases}$$

20) ⊗ **Teorema de la altura :**

$$\left[\frac{r'}{h} = \frac{h}{t'}\right]$$

Control nº 9. Sobre los temas 7 al 10.

1) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a) Complejo en incomplejo:

4'5 kg 0'3 hg 600 g → a "dag".

b) Incomplejo en complejo:

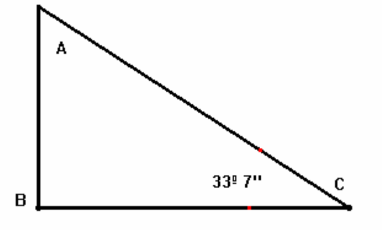
70'351 m^2 → ¿ ... ?

2) VOLUMEN, CAPACIDAD Y MASA. **¿Cuántos decímetros cúbicos de volumen ocupa la cisterna de un camión que transporta agua si llena pesa 16 tm, 8 qm y 5 hg.**

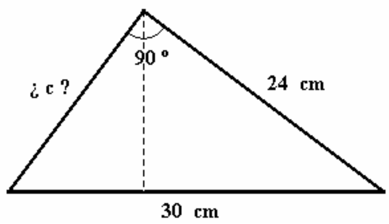
3.- Triángulos y ángulos.

a) ¿Cómo se llama este triángulo y sus lados?

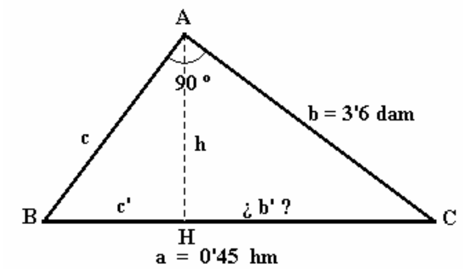
b) Calcula la medida de ángulo A.



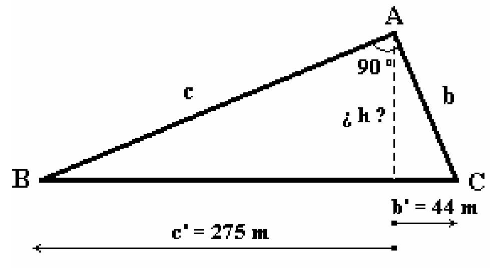
4.- Averigua la medida del cateto señalado:



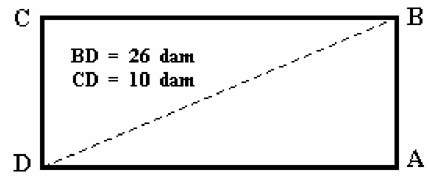
5.- ¿Cuántos metros tiene la proyección del cateto "b" sobre la hipotenusa?



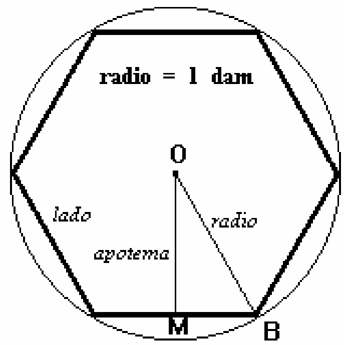
6.- Calcula la medida de la altura en :



7.- Halla el área del rectángulo siguiente :



8.- ¿Cuántas "ca" mide la superficie del hexágono regular de la figura?



9.- Teoría :

d) Calcula la suma de dos ángulos cuyas amplitudes son: 24º 46' 50'' y 92º 30' 27''.

e) ¿Qué clase de ángulo es el primero?

f) ¿Qué clase de ángulo es el segundo?

d) ¿Cuál es la amplitud del ángulo suplementario de la suma de los dos del apartado a)?

10.- Una plaza circular tiene 500 "dm" de diámetro. ¿Cuántos "m" mide su circunferencia? Si en la realización de la plaza cada m^2 costó a 14 €, ¿cuánto se importó la obra?

Elquealgoquiere,algolecuesta.Porello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicasnodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón.Yluego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

SOLUCIONES del control nº 9.

1) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a) Complejo en incomplejo:

4'5 kg 0'3 hg 600 g → a "dag".

450 dag + 3 dag + 60 dag = **513 dag**

b) Incomplejo en complejo:

$70'351\ m^2 \rightarrow 70\ m^2 + 35\ dm^2 + 10\ cm^2$

2) VOLUMEN, CAPACIDAD Y MASA.

⊗ $1\ dm^3$ → equivale a → 1 kg

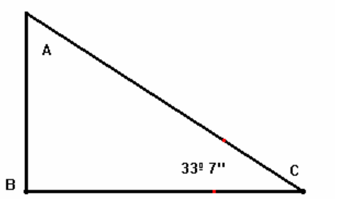
16 tm → 16 . 1000 = 16000 kg

8 qm → 8 . 100 = 800 kg

5 hg → 5 : 10 = 0'5 kg

En total .... 16800'5 kg

Solución → Ocupa 16800'5 dm^3.



3.-

Triángulo escaleno y rectángulo

Como los ángulos de un triángulo suman 180º, y en este triángulo el ángulo B es recto, calculamos el ángulo A :

90º (B) + 33º 7'' (C) = 123º 0' 7'' (B + C)

180º (A + B + C)	179º	59'	60''
–	123º	0'	7''
	56º	59'	53'' (A)

A = 180º – 90º – 33º 7'' = **56º 59' 53''.**

4) ⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 - b^2 = c^2$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{30^2 - 24^2} =$$

$$= \sqrt{900 - 576} = \sqrt{324} = \mathbf{18\ cm}$$

5) Ajustes $\begin{cases} a = 0'45\ hm \rightarrow 0'45 \ .\ 100 = 45\ m \\ b = 3'6\ dam \rightarrow 3'6\ .\ 10 = 36\ m \end{cases}$

⊗ Aplicamos el teorema del cateto :

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'}\right] \rightarrow b' = \frac{b^2}{a}$$

$$b' = \frac{36^2}{45} = \frac{1296}{45} = \mathbf{28'8\ m}$$

6) ⊗ Aplicamos el teorema de la altura :

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}\right] \rightarrow h^2 = b'\ .\ c'$$

$$h = \sqrt{b'.\ c'} = \sqrt{275.44} = \sqrt{12100} =$$

$$\mathbf{h = 110\ m}$$

7) ⊗ Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo ABD :

$$base = AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} =$$

$$base = \sqrt{26^2 - 10^2} = \mathbf{24\ dam}$$

A = base . altura = 24 dam . 10 dam =

$$= \mathbf{240\ dam^2}$$

8) Recuerda que el lado de un hexágono regular es igual al radio de la circunferencia circunscrita.

lado = radio = 1 dam → 10 m

⊗ En el triangulo rectángulo OMB conocemos la hipotenusa OB y el cateto menor MB, que es la mitad de un lado, así que aplicamos Pitágoras para calcular la apotema :

$$apotema = \overline{OM} = \sqrt{10^2 - 5^2} =$$

$$a_p = \sqrt{75} = 8'6...\ m$$

$$A_{Hexágono} = \frac{p.a_p}{2} = \frac{6.1.a_p}{2} = \frac{6.10.8'6...}{2} =$$

$$= 258'...\ m^2 \Rightarrow \mathbf{258\ "ca"}$$

9) a)

	24º	46'	50''
+	92º	30'	27''
	116º	76'	77'' ⇒ **117º 17' 17'**

b) El primero es agudo, o sea, < 90º.

c) El segundo es obtuso, o sea, > 90º.

d) 180º →	179º	59'	60''
–	117º	17'	17''

El suplementario mide 62º 42' 43''

10) Radio de la plaza $= \frac{500\ dm}{2} = 25\ m$

$$L_{Circunferencia} = 2.\pi.r = 2\ .\ 3'14\ .\ 25 =$$

$$= \mathbf{157\ m}$$

⊗ $A_{círculo} = \pi\ r^2 = 3'14\ .\ 25^2 = 1962'5\ m^2$

Coste = $1962'5\ m^2$. 14 € = **27475 €.**

Control nº 10. Sobre los temas 1 al 10.

¡OJO! De las 12 preguntas del examen, yo elijo la nº 1, la nº 2, la nº 7, la nº 9 y la nº 11. Después, tú, de entre las siete que quedan, eliges otras cinco. No se puede hacer las 12, sino sólo 10.

1) Operaciones con números enteros:

a) $-4 + 5 \cdot 2 - 3\,(7 - 8 : 2) =$

b) $-12 : (-2) \cdot (-3) - 2 \cdot 5 \cdot 0 + (6 - 4 \cdot 5) : (-7) =$

2) Operaciones con fracciones:

$$\frac{7}{20} + \frac{1}{3} : \frac{4}{6} - \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5} =$$

3) Problemas sobre fracciones:

Victoria invitó a sus amigas Gloria y Carmen a la fiesta de su cumpleaños. Entre las tres se comieron una tarta. Si Victoria comió los $\frac{3}{10}$ de la tarta y Gloria los $\frac{2}{6}$, ¿qué parte comió Carmen?

4) Operaciones con potencias:

a) $(-2)^5 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^0 =$

b) $(-3)^8 : (-3)^5 =$

c) $\left(\frac{10}{-15}\right)^8 : \left(\frac{10}{-15}\right)^6 \cdot \left(\frac{10}{-15}\right) =$

5) Raíz cuadrada inexacta: $\sqrt{402786}$

Escribe la prueba indicada.

6) Problema:

Si dispones de 7569 árboles para hacer una plantación en un terreno y necesitas cuadricular, o sea, que la plantación de todos los árboles tenga forma cuadrada, ¿cuántos se debrían poner por cada fila y columna?

7) Ecuaciones de primer grado:

a) $8x - 2\,(5 + x) = x - 30$

b) $\frac{7}{4} - \frac{3 - 4x}{12} = \frac{5x}{6} - 2x$

8) Problemas de reglas de tres simples:

Un constructor dispone de 30 albañiles para realizar una obra en dos meses. Si necesita concluirla en 10 días menos, ¿cúantos obreros debe añadir?

9) Problema de porcentaje:

Si en la compra de un coche nos hacen una rebaja de un 3 % y nos costó 10.476 euros, ¿cuántos euros valía el coche sin la rebaja?

10) Transformación de unidades:

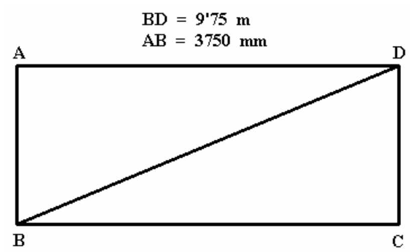
a) Complejo en incomplejo:

2'5 Tm + 0'75 Qm + 4 hg → a "kg"

b) Complejo a incomplejo: 812'5 m^2.

11) Gemetría. Áreas.

¿Cuántos cm^2 tiene de área la parte rayada de la siguiente figura?



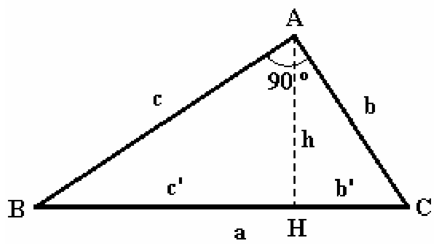
12) Teoría:

a) Escribe la tabla de equivalencias entre las unidades de capacidad, volumen y masa.

b) ¿Con qué fórmula calculamos de forma rápida los problemas de porcentajes?

c) Escribe los pasos que hay que hacer para reducir fracciones a mínimo común denominador.

d) Fijándote en el triángulo que aparece a continuación, escribe las fórmulas de los teoremas de Pitágoras, del cateto y de la altura.



Elquealgoquiere,algolecuesta. Porello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicanodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. Yluego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

SOLUCIONES del control nº 10.

1) Operaciones con números enteros:

a) $-4+5\cdot 2-3\left(7-8:2\right)=-4+10-3\cdot(7-4)=$

$=-4+10-3\cdot 3=-4+10-9=10-13=\mathbf{-3}$

b) $-12:(-2)\cdot(-3)-2\cdot 5\cdot 0+(6-4\cdot 5):(-7)=$

$=+6\cdot(-3)-0+(6-20):(-7)=$

$=-18+(-14):(-7)=-18+2=\mathbf{-16}$

2) Operaciones con fracciones :

$$\frac{7}{20}+\frac{1}{3}:\frac{4}{6}-\frac{3}{2}\cdot\frac{8}{5}=$$

$$=\frac{7}{20}+\frac{6}{12}-\frac{24}{10}=\frac{3\cdot 7}{60}+\frac{5\cdot 6}{60}-\frac{6\cdot 24}{60}=$$

$$=\frac{21+30-144}{60}=\frac{-93}{60}=\frac{-3\cdot 31}{2\cdot 2\cdot 3\cdot 5}=\mathbf{\frac{-31}{20}}$$

3) Problema nº 1:

$\frac{3}{10}$ (de Victoria) $+\ \frac{2}{6}$ (de Gloria) $\Rightarrow$ m.c.m. $(10, 6) = 30$

$\frac{3.3}{10}+\frac{2.5}{6}=\frac{9+10}{30}=\frac{19}{30}\rightarrow$ parte que han comido Victoria y Gloria , o sea , 19 partes de 30 .

Luego $\Rightarrow\left[1\ (\text{tarta})-\frac{19}{30}\right]=\frac{30}{30}-\frac{19}{30}=\mathbf{\frac{11}{30}}$

que es la parte que quedó para Carmen.

SOLUCIÓN $\rightarrow$ Carmen comió $\frac{11}{30}$ de la tarta , o sea , 11 partes de 30.

4) a) $(-2)^5\cdot(-2)^3\cdot(-2)^0=(-2)^{5+3+0}=$

$=(-2)^8=\mathbf{+256}$

b) $(-3)^8:(-3)^5=(-3)^{8-5}=(-3)^3=\mathbf{-27}$

c) $\left(\frac{10}{-15}\right)^8:\left(\frac{10}{-15}\right)^6\cdot\left(\frac{10}{-15}\right)=\left(\frac{2.5}{-3.5}\right)^{8-6+1}=$

$=\left(\frac{2}{-3}\right)^3=\frac{2^3}{(-3)^3}=\mathbf{\frac{8}{-27}}$

5) Raíz cuadrada inexacta :

$\sqrt{402786}$ (radicando)	634' ... (raíz)
36	
0427	123 . 3 = 369
369	
05886	1264 . 4 = 5056
5056	
0830 .... resto	

Prueba $\rightarrow 634^2 + 830 = 402786$

6) Problema nº 2:

Para hacer una cuadriculación, es decir, hallar qué cantidad se debe poner por cada lado para que se forme un cuadrado, es necesario hacer una raíz cuadrada.

$\sqrt{7569}=87$ árboles. O sea:

Debe poner 87 filas de 87 árboles

7) a) $8x-2\cdot(5+x)=x-30$

$8x-10-2x=x-30$

$8x-2x-x=-30+10$

$5x=-20$

$$x=\frac{-20}{5}=-4$$

b) $\frac{7}{4}-\frac{3-4x}{12}=\frac{5x}{6}-2x\ /\bullet$ m.c.m. = 12

$\frac{12.7}{4}-\frac{12.(3-4x)}{12}=\frac{12.5x}{6}-12.2x$

$21-1.(3-4x)=2.5x-24x$

$21-3+4x=10x-24x$

$4x-10x+24x=-21+3$

$8x=-18$

$$x=\frac{-18}{18}=-1$$

8) ⊗ AJUSTES PREVIOS :

→ Dos meses : 60 días
→ 10 días menos : 60 − 10 = 50 días

⊗ PLANTEAMIENTO :

Inversa

30 albañiles .... 60 días
x albañiles .... 50 días

⊗ RESOLUCIÓN :

$\left\{\frac{30}{x}=\frac{50}{60}\right\}\Rightarrow 30\cdot 60=x\cdot 50\Rightarrow$

$x=\frac{1800}{50}=36$ albañiles

⊗ AJUSTE FINAL :

Como necesita 36 albañiles y tenía 30 , le faltan aún 6 (36 − 30) albañiles.

⊗ SOLUCIÓN : Al necesitar terminar la obra antes, debe añadir **6 albañiles .**

9) a) Con regla de tres:

Ajuste previo : 100 % − 3 % = 97 % → Porcentaje que se paga

$$\begin{cases} 100 \text{ (antes) } \dots (D) \dots \ 97\% \text{ (paga)} \\ x \text{ (antes) } \dots\dots\dots \ 10476 \text{ € (paga)} \end{cases}$$

$$\rightarrow \left[\frac{100}{x} = \frac{97}{10476} \right] \rightarrow x = \frac{100 \cdot 10476}{97} = \mathbf{10800 \text{ €}}$$

b) Con la fórmula:

Factor de Variación → F. V. → 100 % − 3 % =

$$= 97\% \rightarrow \frac{97}{100} = 0'97$$

V. I. • F. V. = V. F.

$x \bullet 0'97 = 10476$

$$x = \frac{10476}{0'97} = \mathbf{10800 \text{ €}}$$

10) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a)
- 2'5 Tm → 2'5 . 1000 = 2500 kg
- 0'75 Qm → 0'75 . 100 = 75 kg
- 4 hg → 4 : 10 = 0'4 kg

Total = 2575'4 kg

b) $812'5 \text{ m}^2 \rightarrow \mathbf{8 \text{ dam}^2 + 12 \text{ m}^2 + 50 \text{ dm}^2}$

11) GEOMETRÍA. ÁREAS.

Aplicamos el teorema de Pitágoras en BCD :

$$\overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$$

$$\text{hipotenusa}^2 = (\text{cateto } 1)^2 + (\text{cateto } 2)^2$$

$$\overline{BC} \text{ (base)} = \sqrt{975^2 - 375^2} = 900 \text{ cm}$$

$$A_{\text{rayada}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{900 \cdot 375}{2} = \mathbf{168750 \text{ cm}^2}$$

12 a)

MASA	VOLUMEN	CAPACIDAD
Tm	m^3	kl
kg	dm^3	l
g	cm^3	ml

12 b)

$$\left| \begin{matrix} \textbf{V}\text{alor} \\ \textbf{I}\text{nicial} \end{matrix} \right| \bullet \left| \begin{matrix} \textbf{F}\text{actor de} \\ \textbf{V}\text{ariación} \end{matrix} \right| = \left| \begin{matrix} \textbf{V}\text{alor} \\ \textbf{N}\text{uevo} \end{matrix} \right|$$

Abreviadamente la escribiremos así:

VI . FV = VN

12 c)

Método del Mínimo Denominador Común (M. D. C.):

Los pasos a seguir son los siguientes:

1º) Se halla el **mínimo común múltiplo (m. c. m.) de los denominadores** de las fracciones dadas.

2º) **Se divide el m. c. m.** obtenido **entre** cada uno de **los denominadores, y el cociente** de cada división **se multiplica** por ambos términos, es decir, respectivamente arriba **(por el numerador)** y abajo **(por el denominador) en cada fracción.**

3º) **Las nuevas fracciones** así obtenidas, que son **equivalentes** a las primeras, ya que lo que hemos hecho en ellas es amplificarlas, **tienen** ya el mismo **denominador común (el m. c. m.).** Y **están listas** para ser ordenadas –en forma creciente **(<)** o decreciente **(>)**–. operadas, etc.

12 d)

Teorema de PITÁGORAS .

Fórmula general: $a^2 = b^2 + c^2$

⊗ Para calcular la hipotenusa "a" :

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

⊗ Para calcular el cateto "b" :

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

⊗ Para calcular el cateto "c" :

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Teorema del cateto :

$$\left\{ \frac{\text{hipotenusa}}{\text{un cateto}} = \frac{\text{el mismo cateto}}{\text{proyección de ese cateto}} \right\}$$

Del cateto "c" :

$$\left[\frac{a}{c} = \frac{c}{c'} \right] \rightarrow \begin{cases} a = \frac{c \cdot c}{c'} = \frac{c^2}{c'} \\ c = \sqrt{a \cdot c'} \\ c' = \frac{c \cdot c}{a} = \frac{c^2}{a} \end{cases}$$

Del cateto "b" :

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'} \right] \rightarrow \begin{cases} a = \frac{b \cdot b}{b'} = \frac{b^2}{b'} \\ b = \sqrt{a \cdot b'} \\ b' = \frac{b \cdot b}{a} = \frac{b^2}{a} \end{cases}$$

Teorema de la altura :

$$\left\{ \frac{\text{proyección } b'}{\text{altura}} = \frac{\text{altura}}{\text{proyección } c'} \right\}$$

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'} \right] \rightarrow \begin{cases} b' = \frac{h \cdot h}{c'} = \frac{h^2}{c'} \\ h = \sqrt{b' \cdot c'} \\ c' = \frac{h \cdot h}{b'} = \frac{h^2}{b'} \end{cases}$$

Control nº 11. Sobre los temas 7 al 10.

1) INCOMPLEJOS EN COMPLEJOS.

a) 0'5608 mam → a complejo.

b) 9043'1204 m^3 → a complejo.

COMPLEJOS EN INCOMPLEJOS.

c) 0'5 Qm 1'2 kg 3 hg → a "g".

d) 6 hm^2 0'25 ca → a "dm^2".

2) RELACIONES ENTRE UNIDADES DE VOLUMEN, CAPACIDAD Y MASA.

a) ¿Cuántos hg pesan 2 m^3 de agua pura?

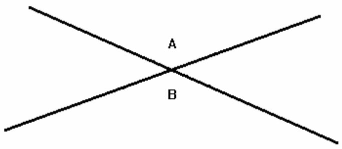
b) ¿Cuántos mm^3 de volumen ocupan 23'8 dl?

3.- Ángulos.

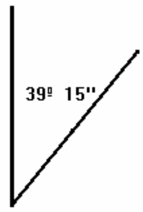
a) Dibuja un ángulo obtuso.

b) Dibuja dos ángulos complementarios.

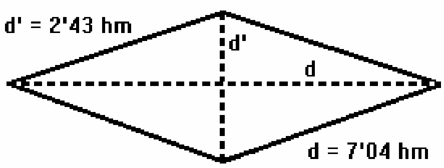
c) ¿Cómo se llaman los ángulos A y B?



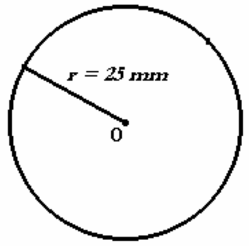
d) ¿Cuánto mide el ángulo suplementario de éste?



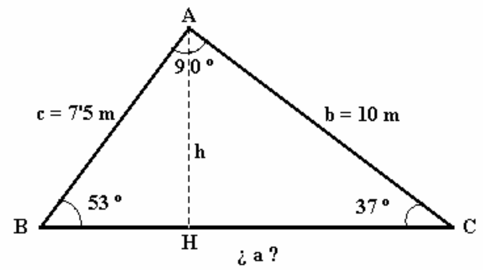
4.- Averigua cuántas "ca" de área tiene el rombo siguiente:



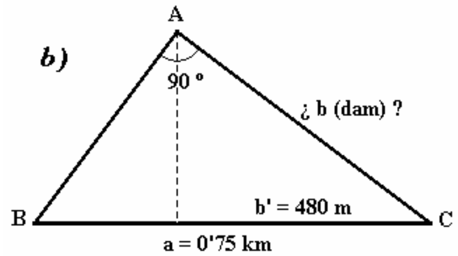
5.- Hallar la longitud de la circunferencia y el área del círculo de la figura :



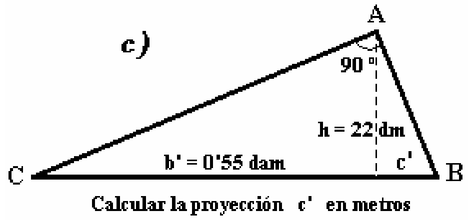
6.- Averigua cuántos metros tiene la hipotenusa de este triángulo rectángulo.



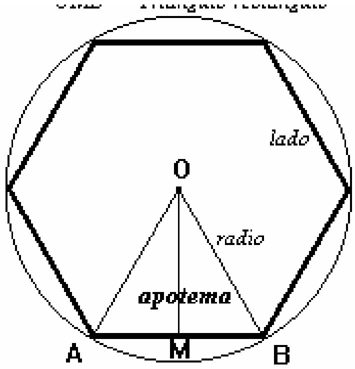
7.- ¿Cuántos decámetros mide el cateto "b"?



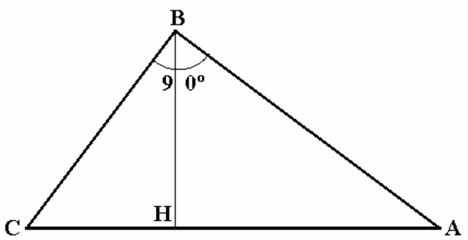
8.- Aplica el teorema que necesites para saber los metros que tiene la proyección c' ¿



9.- Calcula el área (en "ca") del siguiente hexágono regular sabiendo que el radio de su circunferencia circunscrita mide 24 dam.



10.- Calcula lo que te piden en la figura:



AB = 40 cm ; AH = 32 cm

¿AC? ¿CH? ¿BH? ¿BC? ¿perímetro? ¿área?

SOLUCIONES del control nº 11.

1) a) $0'5608 \text{ mam} \to 5 \text{ km } 6 \text{ hm } 8 \text{ m}$

b) $9043'1204 \text{ m}^3 \to$

$9 \text{ dam}^3 + 43 \text{ m}^3 + 120 \text{ d}^3 + 400 \text{ cm}^3$

c) $0'5 \text{ Qm } 1'2 \text{ kg } 3 \text{ hg} \to$ a "g".

$$\begin{cases} 0'5 \text{ Qm} \to 0'5 \,.\, 100000 = 50000 \text{ g} \\ 1'2 \text{ kg} \to 1'2 \,.\, 1000 = 1200 \text{ g} \\ 3 \text{ hg} \to 3 : 100 = 300 \text{ g} \end{cases}$$

51.500 g

$$\text{d}\begin{cases} 6 \text{ hm}^2 \to 6 \,.\, 1000000 = 6000000 \text{ dm}^2 \\ 0'25 \text{ ca} \to 0'25 \,.\, 100 = 25 \text{ dm}^2 \end{cases}$$

$6.000.025 \text{ dm}^2$

$$\text{2) a)}\begin{cases} 2 \text{ m}^3 \to 2 \,.\, 10^3 = 2000 \text{ dm}^3 \\ 2000 \text{ dm}^3 \Rightarrow 2000 \text{ kg} \to 2000 \,.\, 10 = 20000 \text{ hg} \end{cases}$$

$$\text{b)}\begin{cases} 23'8 \text{ dl} \to 23'8 \,.\, 100 = 2380 \text{ ml} \\ 2380 \text{ ml} \Rightarrow 2380 \text{ cm}^3 \to 2380 \,.\, 1000 = 2380000 \text{ mm}^3 \end{cases}$$

3.- a) Debe ser $> 90^\circ$ **y** $< 180^\circ$.
b) Deben **sumar los dos 90º**.
a) Son ángulos **opuestos por el vértice**.
b) 180º − 39º 15’’ = **140º 59’ 45’’**.

4) $A_{\text{Rombo}} = \dfrac{d \,.\, d'}{2} = \dfrac{7'04 \text{ hm} \,.\, 2'43 \text{ hm}}{2} =$

$= \dfrac{17'1072 \text{ hm}^2}{2} = 8'5536$ "ha"

⊗ **Ajuste final :**

$8'5536 \text{ ha} \to 8'5536 \,.\, 10000 = 85.536$ "ca"

5) $L_{\text{Circunferencia}} = 2\pi r = 2 \,.\, 3'14 \,.\, 25 = 157 \text{ mm}$

$A_{\text{Círculo}} = \pi r^2 = 3'14 \,.\, 25^2 = 1962'5 \text{ mm}^2$

6) ⊗ **Datos** →
- ∘ Cateto "b" = 10 m
- ∘ Cateto "c" = 7'5 m
- ∘ ¿Hipotenusa "a"?

⊗ **Aplicamos el teorema de Pitágoras :**

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$

$a = \sqrt{10^2 + 7'5^2} = \sqrt{100 + 56'25} =$

$= \sqrt{156'25} = 12'5 \text{ m}$

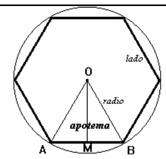
7) ⊗ **Datos** →
- $a = 0'75 \text{ km} = 75 \text{ dam}$
- $b' = 480 \text{ m} = 48 \text{ dam}$
- ¿ cateto (b), en "dam" ?

$\left[\text{T. del cateto } \dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{b'}\right] \to a \,.\, b' = b^2 \to \sqrt{a \,.\, b'} = b$

$b = \sqrt{75 \,.\, 48} = \sqrt{3600} = 60 \text{ dam}$

8) ⊗ **Datos** →
- $h = 22 \text{ dm} = 2'2 \text{ m}$
- $b' = 0'55 \text{ dam} = 5'5 \text{ m}$
- ¿ c' (metros)?

$\left[\text{T. de la altura } \dfrac{b'}{h} = \dfrac{h}{c'}\right] \to c' = \dfrac{h^2}{b'} = \dfrac{2'2^2}{5'5} = 0'88 \text{ m}$



9) ⊗ **Datos**
- ∘ lado ($\overline{AB}$) = radio ($\overline{OB}$) = 24 dam
- ∘ ¿apotema ($\overline{OM}$) en "m" ?

⊗ **Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo OMB :**

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{hipotenusa} = \overline{OB} = 24 \text{ dam} \to \text{radio} \\ \text{cateto mayor} = \overline{OM} = \to \text{apotema} \\ \text{cateto menor} = \overline{MB} = \dfrac{\text{lado}}{2} = \dfrac{24}{2} = 12 \text{ dam} \end{array} \right\rangle$$

$\overline{OB}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MB}^2$

$\overline{OM} \text{ (apotema)} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{MB}^2}$

$a_p = \sqrt{24^2 - 12^2} = \sqrt{432} = 20'78... \text{ dam}$

⊗ **Ajuste final :**

$a_p = 20'78... \text{ dam} \to 20'78 \,.\, 10 = 207'8 \text{ m}$

10) Por el teorema del cateto:

$\left[\dfrac{AC}{40} = \dfrac{40}{32}\right] \to AC = \dfrac{40 \,.\, 40}{32} = 50 \text{ cm}$

Por sentido común:

$CH = AC - AH = 50 - 32 = 18 \text{ cm}$

Por el teorema de la altura:

$\left[\dfrac{32}{BH} = \dfrac{BH}{18}\right] \to BH = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$

Por el teorema de Pitágoras:

$BC = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30 \text{ cm}$

Perímetro = 50 + 40 + 30 = 120 cm

$\text{Área} = \dfrac{AC \,.\, BH}{2} = \dfrac{50 \,.\, 24}{2} = 600 \text{ cm}^2$

Control nº 12. Sobre la proporcionalidad numérica..

1.- El agua de un depósito se saca llenando 200 veces un cubo de 15 litros de capacidad. Calcula cuántas veces se llenaría un cubo de 25 litros para vaciar el mismo depósito. ¿Cuántos m^3 de capacidad tiene ese depósito?

2.- Un ejército de 161.000 soldados queda reducido a 120.750 después de una batalla. ¿Qué % pereció en la contienda?

3.- Se necesitan 216 kg de pienso para alimentar 4 caballos durante 6 días. En las mismas condiciones, ¿cuántos días se podrán alimentar 10 caballos con 1'26 Tm (toneladas métricas) de pienso?

4.- Realiza un reparto inverso de 763.000 € entre $\frac{5}{4}$, 6 y $\frac{3}{8}$.

5.- Un arquitecto se comprometió a construir un edificio en dos años y medio empleando tres docenas de albañiles. Si se le concede una prórroga de 1'25 años, ¿cuántos obreros puede desviar a otra obra? Si el sueldo de cada obrero es de 1950 € mensuales, ¿ganó o perdió en la obra prorrogada (¡...!)?

6.- El precio de un ordenador ha subido un 3 %. Si me ha costado 1.545 euros, ¿cuánto valía antes de la subida?

7.- Dos bombas, que trabajan 5 horas diarias durante 4 días, consiguen bajar el nivel de agua de una piscina en 65 cm. ¿Qué tiempo invertirán tres bombas semejantes para bajar el nivel de agua en 780 mm funcionando durante 8 horas diarias?

8.- Se reparte dinero en proporción directa a 5, 10 y 13, y así resulta que la parte que corresponde a la menor es de 25.000 €. Calcular las cantidades que correspondieron a los otros.

9.- Escribe una proporción normal y otra continua, pero con decimales. En la normal despejas y hallas la cuarta proporcional, a la que llamarás "x", y en la continua despejas y hallas la tercera proporcional, a la que llamarás "y".

10.- Una cadena musical está marcada con un precio de 480 euros en dos tiendas distintas del pueblo. En la tienda "A" la rebajan un 30 % de una sola vez, y en la tienda "B" la rebajan primero un 20 % y después un 10 %. ¿Dónde interesa más comprarla¿ ¿Por qué? **(Evidentemente debes hallar qué vale en cada lugar para poder saberlo, pues decirlo a 'voleo' en "A" o en "B" no puntúa nada)**

EXTRAS: (sólo puedes hacer uno de ellos, así que elige si es que vas a hacerlo)

A) La diferencia entre el **7 %** y el **2 %** del capital de una persona asciende a 16000 □. El dueño debe **2 .10⁵** a cada uno de **6** proveedores que tiene. ¿A cuántos de ellos podrá pagar con ese capital?

B) Un empresario gratifica con **10590** □ a sus tres empleados, con la condición de que se las repartan en proporción directa a la edad y a los años de servicio. El **1º** tiene **42** años de edad y **10** de servicio; el **2º**, **34** de edad y **7** de servicio, y el **3º**, **16** de edad y **3** de servicio. ¿Cuánto corresponde a cada empleado de dicha gratificación?

SOLUCIONES del control nº 12.

1) $\left\{\begin{array}{lcl} 200 \text{ veces} & \to\to (\text{I}) \to\to & 15 \text{ litros} \\ x \text{ veces} & \to\to\to\to\to\to\to\to & 25 \text{ litros} \end{array}\right\}$

$$\left[\frac{200}{x} = \frac{25}{15}\right] \to x = \frac{200 \,.\, 15}{25} = 120$$

⊗ Ajustes finales :

120 veces . 25 litros = 3000 litros

3000 litros → equivalen a → 3000 dm^3

3000 dm^3 → 3000 : 1000 = 3 m^3

Solución : $\left\{\begin{array}{l} \textbf{Se llena 120 veces.} \\ \textbf{La capacidad es 3 } \mathbf{m^3} \end{array}\right.$

2) ⊗ Ajuste previo :

161000 − 120750 = 40250 soldados (murieron)

$$\begin{array}{ccccc} \text{VI} & . & \text{FV} & = & \text{VN} \\ 161000 & . & x & = & 40250 \end{array}$$

$$x = \frac{40250}{161000} = 0'25 \text{ (F. V.)}$$

Un F. V. de 0'25 corresponde a un porcentaje de un 25 % (0'25 . 100 = 25)

Solución → **Murió en la batalla el 25 %.**

3) ⊗ Ajuste previo: 1'26 Tm → 1'26.1000 = 1260 kg

⊗ Planteamiento:

$$\left\{\begin{array}{lll} \overbrace{10 \text{ caballos}}^{\text{I}} \ldots\ldots & \overbrace{1260 \text{ kg}}^{\text{D}} \ldots\ldots & \text{"x" días} \\ 4 \text{ caballos} \ldots\ldots & 216 \text{ kg} \ldots\ldots & 6 \text{ días} \end{array}\right\}$$

⊗ Resolución:

$$\left[\frac{x}{6} = \frac{4}{10} \cdot \frac{1260}{216}\right] \to x = \frac{6.4.1260}{10.216} = 14 \text{ días}$$

⊗ Solución: **habrá pienso para 14 días.**

4) Reducimos a m.c.m. las inversas de las cantidades dadas.

$$\left[\frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{24}{30}, \frac{5}{30}, \frac{80}{30}\right]$$

$$\frac{x}{24} = \frac{y}{5} = \frac{z}{80} \to \frac{x+y+z}{24+5+80} = \frac{763000}{109} \quad (\text{F.M.})$$

Igualamos cada razón a la fracción multiplicadora (F. M.)

$$\circ \left[\frac{x}{24} = \frac{763000}{109}\right] \to x = \frac{24.763000}{109} = 168000 \text{ €}$$

$$\circ \left[\frac{y}{5} = \frac{763000}{109}\right] \to y = \frac{5.763000}{109} = 35000 \text{ €}$$

$$\circ \left[\frac{z}{80} = \frac{763000}{109}\right] \to z = \frac{80.763000}{109} = 560000 \text{ €}$$

⊗ Soluciones: $\left\{\begin{array}{l} * \text{ El de } 5/4 \to \underline{168000 \text{ €}} \\ * \text{ El de } 6 \to \underline{35000 \text{ €}} \\ * \text{ El de } 3/8 \to \underline{560000 \text{ €}} \end{array}\right.$

⊗ Comprobación: 168000 + 35000 + 560000 = 763000

5) ⊗ Ajustes previos :

Dos años y medio → 2'5 . 12 = 30 meses.

Tres docenas → 3 . 12 = 36 albañiles.

Prórroga de 1'25 años → 1'25.12 = 15 meses, o sea, 30 + 15 = 45 meses.

$\left\{\begin{array}{lcl} 36 \text{ albañiles} & \to\to (\text{I}) \to\to & 30 \text{ meses} \\ x \text{ albañiles} & \to\to\to\to\to\to\to\to & 45 \text{ meses} \end{array}\right\}$

$$\left[\frac{36}{x} = \frac{45}{30}\right] \to x = \frac{36 \,.\, 30}{45} = 24 \text{ albañiles}$$

⊗ Ajustes finales :

Había 36 obreros y necesita 24, luego **debe desviar 12 albañiles** (36 − 24).

1ª obra { 36 . 30 . 1950 = 2106000 euros.

2ª obra { 24 . 45 . 1950 = 2106000 euros.

SOLUCIÓN :

Luego, ni ganó, ni perdió, porque evidentemente hay proporcionalidad.

6) Calculamos el Factor de Variación:

$$100\,\% + 3\,\% = 103\,\% \Rightarrow \frac{103}{100} = 1'03 \to \text{F.V.}$$

$$\begin{array}{ccccc} \text{VI} & \bullet & \text{FV} & = & \text{VF} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x & \bullet & 1'03 & = & 1545 \text{ €} \end{array}$$

$$x = \frac{1545}{1'03} = 1500 \text{ €}$$

SOLUCIÓN :

Estaba marcado con 1500 €.

7) $\left\{\begin{array}{l} \overbrace{2 \text{ bombas}}^{\text{I}} \to\to \overbrace{5 \text{ horas}}^{\text{I}} \to\to \overbrace{65 \text{ cm}}^{\text{D}} \to\to 4 \text{ días} \\ 3 \text{ bombas} \to\to 8 \text{ horas} \to\to 78 \text{ cm} \to\to \text{"x" días} \end{array}\right\}$

$$\left[\frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{65}{78} = \frac{4}{x}\right] \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 3.8.65.x = 2.5.78.4 \\ x = \dfrac{2.5.78.4}{3.8.65} = 2 \text{ días} \end{array}\right.$$

SOLUCIÓN :

Bajan ese nivel en 2 días.

Los buenos resultados, en todas las actividades, no son fruto de la casualidad, la suerte o el esfuerzo momentáneo, sino del interés mantenido con un esfuerzo constante y de una perseverancia que persiga la excelencia.

SOLUCIONES del control nº 12.

8) $\dfrac{25000}{5} = \dfrac{y}{10} = \dfrac{z}{13} \rightarrow \dfrac{x+y+z}{5+10+13} = \dfrac{D \text{ (dinero repartido)}}{28}$

Igualamos la 1ª razón a la última:

∘ $\left[\dfrac{25000}{5} = \dfrac{D}{28}\right] \rightarrow x = \dfrac{25000 \,.\, 28}{5} = 140000$ €

Y ahora igualamos la última con las otras dos:

∘ $\left[\dfrac{y}{10} = \dfrac{140000}{28}\right] \rightarrow y = \dfrac{10 \,.\, 140000}{28} = 50000$ €

∘ $\left[\dfrac{z}{13} = \dfrac{140000}{28}\right] \rightarrow z = \dfrac{13 \,.\, 140000}{28} = 65000$ €

⊗ Soluciones:
- ∗ **Al de 10 → 50000 €**
- ∗ **Al de 13 años → 650000 €**

⊗ Comprobación: 25000 + 50000 + 65000 = 140000

9) Respuestas varias, por ejemplo, éstas:

Caso 1º: ⟨ Proporción continua con "x" de MEDIA PROPORCIONAL ⟩

$\left[\dfrac{3'6}{\text{"x"}} = \dfrac{\text{"x"}}{0'4}\right] \rightarrow$ $x \,.\, x = 3'6 \,.\, 0'4$; $x^2 = 1'44$; $x = \pm\sqrt{1'44} = \text{"}\pm 1'2\text{"}$

$\left[\dfrac{3'6}{\text{"}\pm 1'2\text{"}} = \dfrac{\text{"}\pm 1'2\text{"}}{0'4}\right]$

Caso 2º: ⟨ Proporción continua con "y" de TERCERA PROPORCIONAL ⟩

$\left[\dfrac{0'3}{0'9} = \dfrac{0'9}{\text{"y"}}\right] \rightarrow$ $0'3 \,.\, y = 0'9 \,.\, 0'9$; $y = \dfrac{0'81}{0'3} = 2'7$

$\left[\dfrac{0'3}{0'9} = \dfrac{0'9}{\text{"2'7"}}\right]$

10) ⊗ Tienda "A":

Porcentaje = – 30 % ⇒ 0'70 (F. de V.)
VI . VF = VF
480 . 0'7 = **336 €**

⊗ Tienda "B":

1º) Porcentaje = – 20 % ⇒ 0'80 (F. de V.)
VI . VF = VF
480 . 0'8 = 384 €

2º) Porcentaje = – 10 % ⇒ 0'90 (F. de V.)
VI . VF = VF
380 . 0'9 = **345'6 €**

Diferencia → 345'6 – 336 = 9'6 €

SOLUCIÓN:

Interesa comprarla en la tienda "A", que cuesta casi 10 € menos.

EXTRA "A":

⊗ 1º) { Porcentaje = 7 % ⇒ 0'07 (F. de V.); Valor del 7 % → 0'07 x }

2º) { Porcentaje = 2 % ⇒ 0'02 (F. de V.); Valor del 2 % → 0'02 x }

Diferencia entre el 7 % y el 2 % → 16000 €

$0'07x - 0'02x = 16000$

$0'05x = 16000 \Rightarrow x = \dfrac{16000}{0'05} = 320000$ € (capital)

⊗ Debe → $2 \,.\, 10^5 = 2 \,.\, 100000 = 200000$ € → A cada uno

Luego en total debe a los 6 proveedores → 1200000 €

SOLUCIÓN:

Como tiene 320000 €, y debe a los 6 proveedores 1200000 €, sólo podrá pagar a uno de ellos.

EXTRA "B".

⊗ Ajustes previos:

En estos casos se debe hacer un reparto a los productos de la edad por los años de servicio de cada uno.

1º) 42 . 10 = 420 → "x"
2º) 34 . 7 = 238 → "y"
3º) 16 . 3 = 48 → "z"

$\dfrac{x}{420} = \dfrac{y}{238} = \dfrac{z}{48} \rightarrow \dfrac{x+y+z}{420+238+48} = \dfrac{10590}{706}$ (F.M.)

Igualamos cada razón a la fracción multiplicadora (F.M.)

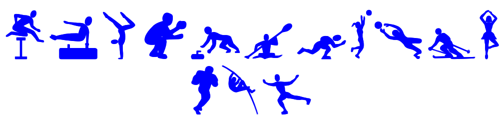
∘ $\left[\dfrac{x}{420} = \dfrac{10590}{706}\right] \rightarrow x = \dfrac{420 \,.\, 10590}{706} = 6300$ €

∘ $\left[\dfrac{y}{238} = \dfrac{10590}{706}\right] \rightarrow y = \dfrac{238 \,.\, 10590}{706} = 3570$ €

∘ $\left[\dfrac{z}{48} = \dfrac{10590}{706}\right] \rightarrow z = \dfrac{48 \,.\, 10590}{706} = 720$ €

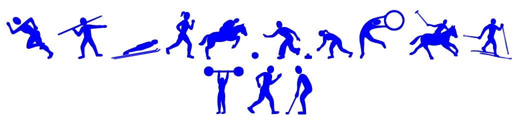
⊗ Soluciones:
- ∗ **El de 42 años → 6300 €**
- ∗ **El de 34 años → 3570 €**
- ∗ **El de 16 años → 720 €**

⊗ Comprobación: 6300 + 3570 + 720 = 10590



No olvides que se aprende con **E S F U E R Z O,**

que significa acción enérgica del cuerpo o del espíritu para conseguir algo, o empleo de elementos costosos en la consecución de algún fin.



Control nº 13. Sobre los temas 1 al 10.

1) a) $5 - 3\,[\,4 + 6 : (-2) - (-1)\,] + 2 \cdot 0 \cdot (-3) =$

b) $-7 - 4 \cdot [\,3 - 12 : (-6) - (-1)\,] - 3 \cdot (-2) =$

2) $\dfrac{5}{4} - \dfrac{3}{6} : 2 - 4 \cdot \dfrac{1}{3} =$

3) a) $6 - x + 7 = 8 - 2\,(4 - 6x)$

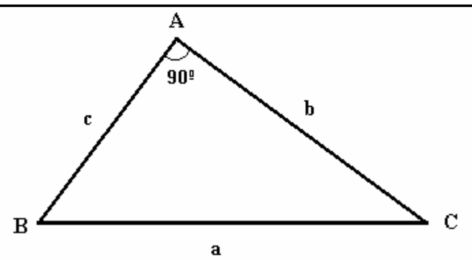
b) $4 - \dfrac{2x}{6} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{8 + x}{4} - x$

4) Una cámara fotográfica ha subido el 5 %, con lo que vale ahora 126 euros. Averigua cuál era su precio antes de la subida.

5) En el triángulo de la figura, se sabe que el lado $\overline{BC}$ mide 1'5 dm y el lado $\overline{AB}$ 90 mm. Calcula:

a) La medida del lado $\overline{AC}$ en metros.

b) El àrea del triángulo en metros cuadrados.



6) De un depósito de agua se sacan los 3/10 del total. Después se vuelve a sacar la tercera parte de lo que quedaba. Si quedaron en el depósito 560 litros, ¿cuál es la capacidad del depósito?

7) a) $1^9 \cdot (-3)^3 + 9^6 \cdot 0^8 \cdot (-5)^2 - 3^4 : 3 - (-10) =$

b) $(-3) : (-3)^6 \cdot (-3)^3 =$

8) Se quiere vallar una finca rectangular con postes de madera y alambre entre ellos. Una vez hecho los cálculos, se sabe que se necesitan 200 postes de madera colocados a distancias de 75 dm. Como el dueño de la finca sólo dispone de 150 postes, ¿a cuántos metros deberá colocarlos?

9) a) 0'8 ℓ + 1'5 dℓ + 5 mℓ → a "cℓ"

b) ¿Cuántos decímetros cúbicos de volumen ocupa la cisterna de un camión que transporta agua si llena pesa 16 tm, 8 qm y 5 hg?

Elquealgoquiere,algolecuesta. Porello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicanodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. Yluego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

SOLUCIONES del control nº 13.

1) a) $5 - 3\left[4 + 6 : (-2) - (-1)\right] + 2.0.(-3) =$

$= 5 - 3.\left[4 - 3 + 1\right] - 0 = 5 - 3.\left[2\right] = 5 - 6 = \mathbf{-1}$

b) $-7 - 4.\left[3 - 12 : (-6) - (-1)\right] - 3.(-2) =$

$= -7 - 4.\left[3 + 2 + 1\right] = -7 - 4 . 6 + 6 =$

$= -7 - 24 + 6 = -31 + 6 = \mathbf{-25}$

2) $\dfrac{5}{4} - \dfrac{3}{6} : \dfrac{2}{1} - \dfrac{4}{1} . \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{4} - \dfrac{3.1}{6.2} - \dfrac{4.1}{1.3} =$

$= \dfrac{5}{4} - \dfrac{3}{12} - \dfrac{4}{3} = \dfrac{5.3 - 3.1 - 4.4}{12} =$

$= \dfrac{15 - 3 - 16}{12} = \dfrac{-4}{12} = \dfrac{-2.2}{2.2.3} = \mathbf{\dfrac{-1}{3}}$

3a) $6 - x + 7 = 8 - 2(4 - 6x)$

$6 - x + 7 = 8 - 8 + 12x$

$-x - 12x = 8 - 8 - 6 - 7$

$(-1 - 12)x = -13$

$-13x = -13$

$x = -13 / (-13) = \mathbf{1}$

3b) $4 - \dfrac{2x}{6} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{8 + x}{4} - x \; / . \; 12$

$12.4 - \dfrac{12.2x}{6} = \dfrac{12.1}{2} - \dfrac{12(8 + x)}{4} - 12.x$

$48 - 4x = 6 - 24 - 3x - 12x$

$-4x + 3x + 12x = 6 - 24 - 48$

$11x = -66 \Rightarrow x = \dfrac{-66}{11} = \mathbf{-6}$

4) Precio inicial • Factor de variación = Precio final

VI • FV = VF

$x \bullet 1'05 = 126$

$x = \dfrac{126}{1'05} = 120$ €

Solución → Antes costaba **120 €**

5) a) Ajustes: $\begin{cases} \overline{BC} \rightarrow 1'5 \text{ dm} = 15 \text{ cm} \\ \overline{AB} \rightarrow 90 \text{ mm} = 9 \text{ cm} \end{cases}$

Por Pitágoras: $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} =$

$= \sqrt{144} = 12 \text{ cm} \rightarrow \mathbf{0'12 \text{ m}}$

b) $A_{\text{triángulo}} = \dfrac{b \,.\, c}{2} = \dfrac{12 \,.\, 9}{2} = 54 \text{ cm}^2$

$54 \text{ cm}^2 \rightarrow \mathbf{0'0054 \text{ m}^2}$

6) Si se sacan los 3/10 ⇒ Quedan 7/10

La 3ª parte de lo que queda ⇒

$\Rightarrow \dfrac{7}{10} : 3 = \dfrac{7}{30}$ → Se saca la 2ª vez.

$\dfrac{3}{10} + \dfrac{7}{30} = \dfrac{9 + 7}{30} = \dfrac{16}{30} \rightarrow \Big\{$ Se sacó en las dos veces

$\dfrac{30}{30} - \dfrac{16}{30} = \dfrac{14}{30}$ → Parte que queda ⇒

$560 : 14 = 40$ → Una parte.

Como hay 30 partes $\Big\{$ $30 \,.\, 40 =$ **1200 litros** es la capacidad.

7) a) $1^9.(-3)^3 + 9^6.0^8.(-5)^2 - 3^4 : 3 - (-10) =$

$= 1 . (-27) + 0 - 81 . 3 + 10 =$

$= -27 - 27 + 10 = -54 + 10 = \mathbf{-44}$

b) $(-3) : (-3)^6 . (-3)^3 = (-3)^{1 - 6 + 3} =$

$= (-3)^{-2} = \left(\dfrac{-3}{1}\right)^{-2} = \left(\dfrac{1}{-3}\right)^{2} = \dfrac{1^2}{(-3)^2} = \mathbf{\dfrac{1}{9}}$

8) $\left\{ \begin{array}{l} 200 \text{ postes} \rightarrow (\text{inversa}) \rightarrow 75 \text{ dm} \\ 150 \text{ postes} \rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow \text{"x" dm} \end{array} \right\}$

$\left[\dfrac{150}{200} = \dfrac{75}{x}\right] \rightarrow 150 . x = 200 . 75 \rightarrow x = 100$ dm

→ 100 dm → 100 : 10 = 10 metros

Solución → Debe colocarlos a **10 m.**

9) a) $\left\{ \begin{array}{lll} 0'8 \text{ l} & \rightarrow 0'8 \,.\, 100 & = 80 \text{ cl} \\ 1'5 \text{ dl} & \rightarrow 1'5 \,.\, 10 & = 15 \text{ cl} \\ 5 \text{ ml} & \rightarrow 5 : 10 & = 0'5 \text{ cl} \\ & & 95'5 \text{ cl} \end{array} \right.$

b) 1 dm^3 → equivale a → 1 kg

Luego pasamos todo a kilogramos.

16 tm →	16 . 1000	=	16000 kg
8 qm →	8 . 100	=	800 kg
5 hg →	5 : 10	=	0'5 kg
			16800'5 kg

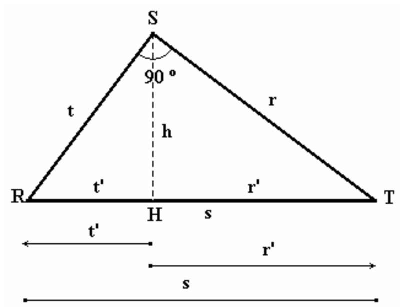
Solución → Ocupa $16800'5 \text{ dm}^3$

Para aprobar había que hacer bien sólo 4 ejercicios.

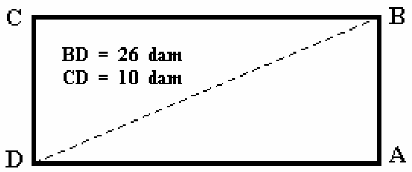
Losbuenosresultados,entodaslasactividades,nosonfrutodelacasualidad,lasuerteoelesfuerzomomentáneo, sinodelinterésmantenidoconunesfuerzoconstanteydeunaperseveranciaquepersigalaexcelencia.

Control nº 14. Sobre los temas 9 y 10.

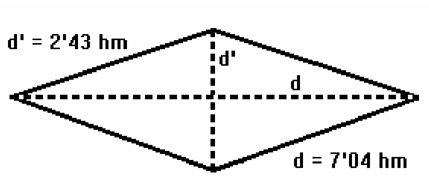
1.- Partiendo de las notaciones de la figura, expresa el teorema de Pitágoras, el del cateto y el de la altura.



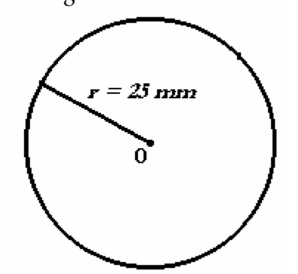
2.- Halla el área del rectángulo siguiente :



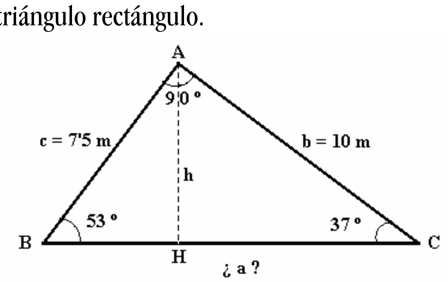
3.- Averigua cuántas "ca" de área tiene el rombo siguiente:



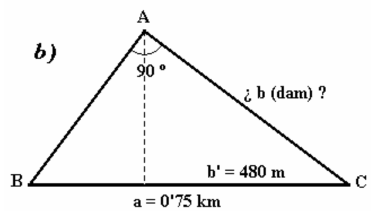
4.- Hallar la longitud de la circunferencia y el área del círculo de la figura :



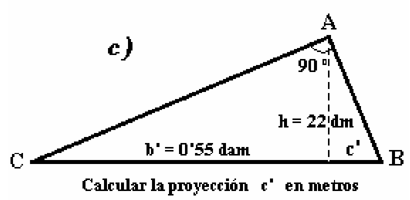
5.- Averigua cuántos metros tiene la hipotenusa de este triángulo rectángulo.



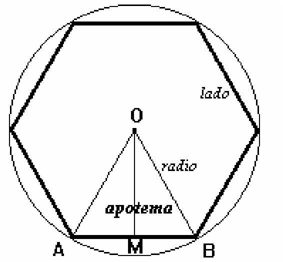
6.- ¿Cuántos decámetros mide el cateto "b" de la siguiente figura?



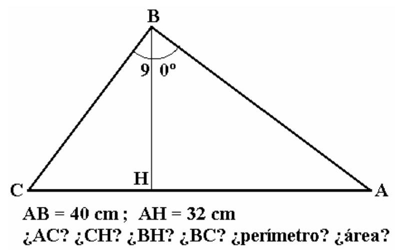
7.- Aplica el teorema que necesites para saber los metros que tiene la proyección c'.



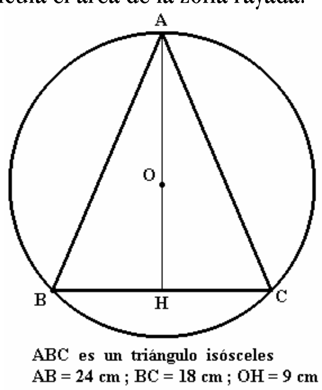
8.- Calcula el área (en "ca") del siguiente hexágono regular sabiendo que el radio de su circunferencia circunscrita mide 24 dam.



9.- Calcula lo que te piden en la figura:



10.- Calcula el área de la zona rayada.



SOLUCIONES del control nº 14.

1) ⊗ **Teorema de Pitágoras :**

$$s^2 = r^2 + t^2$$

⊗ **Teorema del cateto :**

$$\left[\frac{s}{r} = \frac{r}{r'}\right] \left[\frac{s}{t} = \frac{t}{t'}\right]$$

⊗ **Teorema de la altura :**

$$\left[\frac{r'}{h} = \frac{h}{t'}\right]$$

2) ⊗ **Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo ABD :**

$$\text{base} = AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} =$$

$$\text{base} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ dam}$$

$$A = \text{base} \cdot \text{altura} = 24 \text{ dam} \cdot 10 \text{ dam} =$$

$$= 240 \text{ dam}^2$$

3)

$$A_{Rombo} = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{7'04 \text{ hm} \cdot 2'43 \text{ hm}}{2} =$$

$$= \frac{17'1072 \text{ hm}^2}{2} = 8'5536 \text{ "ha"}$$

⊗ **Ajuste final :**

$$8'5536 \text{ ha} \rightarrow 8'5536 \cdot 10000 = 85.536 \text{ "ca"}$$

4)

$$L_{Circunferencia} = 2\pi r = 2 . 3'14 . 25 = 157 \text{ mm}$$

$$A_{Círculo} = \pi r^2 = 3'14 . 25^2 = 1962'5 \text{ mm}^2$$

5) ⊗ **Datos** →
- ∘ Cateto "b" = 10 m
- ∘ Cateto "c" = 7'5 m
- ∘ ¿Hipotenusa "a"?

⊗ **Aplicamos el teorema de Pitágoras :**

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$a = \sqrt{10^2 + 7'5^2} = \sqrt{100 + 56'25} =$$

$$= \sqrt{156'25} = 12'5 \text{ m}$$

9) Por el teorema del cateto:

$$\left[\frac{AC}{40} = \frac{40}{32}\right] \rightarrow AC = \frac{40 . 40}{32} = 50 \text{ cm}$$

Por sentido común:

$$CH = AC - AH = 50 - 32 = 18 \text{ cm}$$

Por el teorema de la altura:

$$\left[\frac{32}{BH} = \frac{BH}{18}\right] \rightarrow BH = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

Por el teorema de Pitágoras:

$$BC = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} = 50 + 40 + 30 = 120 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{AC . BH}{2} = \frac{50 . 24}{2} = 600 \text{ cm}^2$$

6) ⊗ **Datos** →
- a = 0'75 km = 75 dam
- b' = 480 m = 48 dam
- ¿ cateto (b), en "dam" ?

$$\left[\text{T. del cateto } \frac{a}{b} = \frac{b}{b'}\right] \rightarrow a . b' = b^2 \rightarrow \sqrt{a . b'} = b$$

$$b = \sqrt{75 . 48} = \sqrt{3600} = 60 \text{ dam}$$

7) ⊗ **Datos** →
- h = 22 dm = 2'2 m
- b' = 0'55 dam = 5'5 m
- ¿ c' (metros)?

$$\left[\text{T. de la altura } \frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}\right] \rightarrow c' = \frac{h^2}{b'} = \frac{2'2^2}{5'5} = 0'88 \text{ m}$$

8) ⊗ **Datos**
- ∘ lado ($\overline{AB}$) = radio ($\overline{OB}$) = 24 dam
- ∘ ¿apotema ($\overline{OM}$) en "m" ?

⊗ **Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo OMB :**

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{hipotenusa} = \overline{OB} = 24 \text{ dam} \rightarrow \text{radio} \\ \text{cateto mayor} = \overline{OM} = \rightarrow \text{apotema} \\ \text{cateto menor} = \overline{MB} = \dfrac{\text{lado}}{2} = \dfrac{24}{2} = 12 \text{ dam} \end{array} \right\rangle$$

$$\overline{OB}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MB}^2$$

$$\overline{OM} \text{ (apotema)} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{MB}^2}$$

$$a_p = \sqrt{24^2 - 12^2} = \sqrt{432} = 20'78... \text{ dam}$$

⊗ **Ajuste final :**

$$a_p = 20'78... \text{ dam} \rightarrow 20'78 . 10 = 207'8 \text{ m}$$

10) ⊗ El triángulo AHC es rectángulo. En él conocemos la hipotensusa ($\overline{AC}$) y el cateto menor ($\overline{HC}$), que es la mitad de la base $\overline{BC}$. Por Pitágoras :

$$\text{altura} = AH = \sqrt{24^2 - 9^2} = 22'2... \text{ cm}$$

⊗ Calculamos el área del triángulo ABC:

$$A_{\text{Triángulo ABC}} = \frac{BC . AH}{2} = \frac{18 . 22'2}{2} =$$

$$= 199'8 \text{ cm}^2$$

⊗ Observemos que el radio del círculo es :

$$\text{radio} = AH - OH = 22'2 - 9 = 13'2 \text{ cm}$$

⊗ Calculamos el área del círculo :

$$A_{Círculo} = \pi . r^2 = 3'14 . 13'2^2 = 547'1 \text{ cm}^2$$

⊗ Y ya tenemos el área de la parte rayada :

$$A_{Rayada} = A_{Círculo} - A_{Triángulo}$$

$$= 547'1 - 199'8 = 347'3 \text{ cm}^2$$

Control nº 15. Sobre los temas 1 al 10.

Las preguntas números **1, 2, 3, 8 y 11 son obligatorias**. Después, de las restantes, eliges **sólo cinco** de ellas.
NO COPIES LOS ENUNCIADOS.

1) Operaciones con ENTEROS :
$$-(-5)-2\left[6+10:(-5)\right]+(-7)=$$

2) FRACCIONES:
$$\frac{1}{6}-\frac{8}{5}\cdot\frac{3}{2}+\frac{1}{4}:\frac{2}{3}=$$

3) PROBLEMA SOBRE FRACCIONES.
El Ayuntamiento de Villafranca dispone de un terreno del que dedica $\frac{3}{8}$ partes a la construcción de viviendas, $\frac{2}{5}$ partes del resto a las calles y acerado y todavía le quedan 4.500 m^2 para hacer un parque. ¿Qué superficie total tiene el terreno?

4) Potencias. Casos particulares.
$$(-2)^4:1^{12}-15^0\cdot 10^3+(-3)^3\cdot 4^1=$$

5) Potencias. Operaciones.
$$\left(\frac{-3}{15}\right)^8\cdot\left(\frac{-3}{15}\right):\left(\frac{-3}{15}\right)^9=$$

6) En la bella y tranquila sierra de San Jorge de Villafranca se van a plantar 84000 árboles para purificar el medio ambiente de nuestro pueblo. Se quiere ponerlos en formación cuadrada, es decir, igual número de filas que de columnas. ¿Cuántos pondrán en cada fila o columna? ¿Cuántos sobrán?

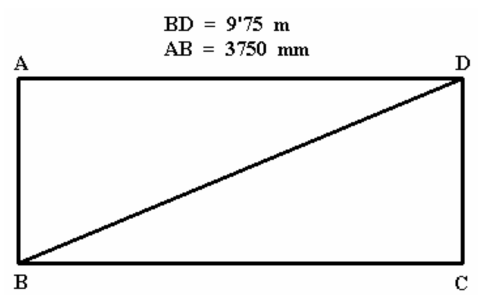
7) PORCENTAJES (%).
La chica Tabácula se ha convencido de los beneficios que le va a reportar dejar de fumar, y decide comprarse una colección de buenos libros con el dinero que va ahorrando a lo largo del año. Pagó por la colección 575 € . Si le habían rebajado un 8 %, ¿cuánto costaban los libros sin el descuento hecho?

8) Ecuación. Con denominadores.
$$\frac{5}{9}-\frac{3+4x}{12}=1+\frac{2x}{18}$$

9) REGLA DE TRES.
Una familia hace un viaje de 4'5 horas un fin de semana a una velocidad media de 108 km/h. Al volver del mismo recorrido emplean 90 minutos más a causa de los atascos. ¿Qué velocidad media trajo en el viaje de vuelta a casa?

10) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
a) Complejo en incomplejo:
2'5 Tm 0'75 Qm 4 hg → a "kg".
b) Incomplejo en complejo:
812'5 m^2 → ¿ ... ?

11) GEOMETRÍA. ÁREAS. PITÁGORAS.
¿Cuántos cm^2 tiene de área la parte rayada de la siguiente figura?



12) Teoría:

a) ¿A qué exponente debes elevar un número negativo para que se obtenga la unidad?

b) La siguiente expresión, ¿está bien o mal? Explícalo brevemente. $\sqrt{25}=-5$

c) ¿A qué masa equivale una tonelada métrica de agua destilada?

d) ¿Con qué fórmula se calcula el cateto "b" en un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es "a" y el otro cateto "c"?

SOLUCIONES del control nº 15.

1) $-(-5) - 2\,[6 + 10 : (-5)] + (-7) =$
$= +5 - 2\,.\,[6 - 2] - 7 = +5 - 2.4 - 7 =$
$= 5 - 8 - 7 = 5 - 15 = \mathbf{-10}$

3) $\frac{1}{6} - \frac{8}{5} \bullet \frac{3}{2} + \frac{1}{4} : \frac{2}{3} =$
$= \frac{1}{6} - \frac{8.3}{5.2} + \frac{1.3}{4.2} = \frac{1}{6} - \frac{24}{10} + \frac{3}{8} =$
$= \frac{1\,.\,20}{120} - \frac{24\,.\,12}{120} + \frac{3\,.\,15}{120} =$
$= \frac{20}{120} - \frac{288}{120} + \frac{45}{120} = \frac{20 - 288 + 45}{120} =$
$= \frac{65 - 288}{120} = \frac{-223}{120}$

3) PROBLEMA SOBRE FRACCIONES.
→ Viviendas : $\frac{3}{8} \Rightarrow$ Quedan $\frac{5}{8}$
→ Calles y aceras : $\frac{2}{5}$ de $\frac{5}{8} = \frac{10}{40} = \frac{2}{8}$
→ Resto : $1 - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$
Si 3/8 corresponden a 4.500 m^2, cada parte es de 1.500 m^2. Y como hay 8 partes:
Superficie = 8 . 1500 = 12.000 m^2

5) $(-2)^4 : 1^{12} - 15^0 . 10^3 + (-3)^3 . 4^1 =$
$= 16 : 1 - 1\,.\,1000 - 27\,.\,4 =$
$= 16 - 1000 - 108 = \mathbf{-1092}$

6) $\left(\frac{-3}{15}\right)^8 . \left(\frac{-3}{15}\right) : \left(\frac{-3}{15}\right)^9 = \left(\frac{-3}{15}\right)^{8+1-9}$
$= \left(\frac{-3}{15}\right)^0 = \mathbf{1}$

9) $\frac{5}{9} - \frac{3 + 4x}{12} = 1 + \frac{2x}{18}$ /. (36)
$\frac{36.5}{9} - \frac{36.(3 + 4x)}{12} = 36.1 + \frac{36.2x}{18}$
$20 - 3\,.\,(3 + 4x) = 36 + 4x$
$20 - 9 - 12x = 36 + 4x$
$-16x = 25$
$x = \frac{25}{-16} = \mathbf{-1'5625}$

7) $\sqrt{84000}$ | 289
-4 | 48 . 8 = 384
440 | 569 . 9 = 5121
-384
05600
-5121
0479

SOLUCIÓN:
Por cada fila o columna 289 árboles.
Sobraron 479 árboles.

9) REGLA DE TRES.
$\left\{ \begin{array}{l} \text{4'5 horas .... (I) .... 108 km/h} \\ \text{6 horas .... x km/h} \end{array} \right\}$
$\left[\frac{6}{4'5} = \frac{108}{x} \right] \rightarrow x = 81$ km/h

10) PORCENTAJES (%).
[V.I.] • [F.V.] = [V.F.]
x • 0'92 = 575
$x = \frac{575}{0'92} = 625$ €

11) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{2'5 Tm} \rightarrow \text{2'5 . 1000 = 2500 kg} \\ \text{0'75 Qm} \rightarrow \text{0'75 . 100 = 75 kg} \\ \text{4 hg} \rightarrow \text{4 : 10 = 0'4 kg} \\ \text{Total = 2575'4 kg} \end{array} \right.$
b) 812'5 m^2 → 8 dam^2 + 12 m^2 + 50 dm^2

12) GEOMETRÍA. ÁREAS.
Aplicamos el teorema de Pitágoras en BCD :
BC (base) = $\sqrt{975^2 - 375^2}$ = 900 cm
$A_{rayada} = \frac{b.h}{2} = \frac{900.375}{2} = 168750\ cm^2$

12) Teoría:

a) A exponente 0.

b) Es correcta, porque: $\sqrt{25} = \pm 5$

c) Una tonelada de agua destilada ocupa 1 m^3 de volumen.

d) Se calcula así : $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

Control nº 16. Sobre los temas 1 al 10.

¡OJO! De las 12 preguntas del examen, yo elijo la nº 1, la nº 3, la nº 6, la nº 8 y la nº 10. Después, tú, de entre las siete que quedan, eliges otras cinco. No se puede hacer las 12, sino sólo 10.

1) Operaciones con enteros.

a) $-6\,[4 - 2\,(-8) : 4 - (-1)\,] =$

b) $-2 \cdot (-5) : 10 + 5\,(3 \cdot 2 - 1) =$

2) Divisibilidad.

Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números 1400, 2200, 2548.

3) Operaciones con fracciones:

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{5} : \frac{2}{4} - \frac{5}{2} \cdot 3 =$$

4) Problemas sobre fracciones.

a) Un bodeguero ha vendido 3/8 de un tonel de vino. Si en el tonel quedaron 30 litros, ¿cuál es la capacidad total del tonel?

b) Cuatro amigos tienen por costumbre jugar todas las semanas a las quinielas. Al final de año Casilda había gastado 150 euros, Casimiro los 3/10 del total, Olegario 170 euros y Ruperta 1/6 del total. ¿Cuánto fue el gasto total? ¿Quién gastó más y quién menos?

5) Operaciones con potencias.

a) $(-3)^8 : (-3)^5 \cdot (-3) =$

b) $\left[(-2)^3 \cdot (-1)^2 \cdot (-5)^3\right]^2 =$

6) Ecuaciones.

a) $x - 2 \cdot (3x + 1) = x + 4$

b) $\dfrac{3x}{2} - \dfrac{5 + 4x}{6} = 1 - \dfrac{x}{4}$

7) Proporcionalidad. Regla de tres simple.

Una rueda de un coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 2 horas y 24 minutos?

8) Porcentajes.

Si un ordenador nos ha costado 1.392 euros con el I.V.A. (16 %), ¿cuál era su precio sin I.V.A.?

9) Sistema métrico decimal.

a) Complejo en incomplejo:

4'5 kg 0'3 hg 600 g → a "dag".

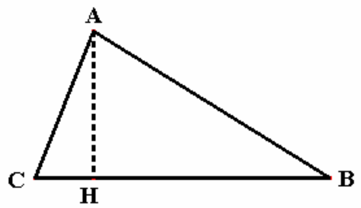
b) Incomplejo en complejo:

70'351 m^2 → ¿ ... ?

10) Geometría. Áreas de figuras planas.

Calcula el área de la siguiente figura.

AH = 30 mm
AB = 0'6 dm
¿Área en cm cuadrados?



11) Gráficas. Ejes de coordenadas.

Coge un papelito de mi mesa donde están dibujados unos ejes de coordenadas. Después, representa en él los puntos siguientes:
A(−9, 0), B(−6, 8), C(0, 2), D(5, 6), E(10, 4), F(6, −6), G(0, −8) y H(−9, −9).
Una vez colocados los puntos con sus letras, los unes con una regla y escribes debajo en el papelito cómo se llama la figura resultante.

12) Teoría.

a) ¿Qué significa que dos o más fracciones son equivalentes?

b) ¿Qué diferencia hay entre los números naturales y los enteros?

c) ¿En qué cuadrante son la abscisa y la ordenada negativas?

d) ¿Cómo deben sumarse y/o restarse las fracciones que no tienen el mismo denominador?

e) ¿Dónde están situados todos los puntos que representemos en unos ejes de coordenadas si sus abscisas son nulas?

f) Escribe dos números primos entre sí que terminen en 0. (i)

SOLUCIONES del control nº 16.

1) a) $-6 \cdot [4 - 2 \cdot (-8) : 4 - (-1)] =$

$= -6 \,.\, [4 + 16 : 4 + 1] = -6.[4 + 4 + 1] =$

$= -6 \,.\, 9 = -54$

b) $-2 \,.\, (-5) : 10 + 5\,(3.2 - 1) =$

$= 10 : 10 + 5.(6-1) = 1 + 5.5 = 1 + 25 = 26$

2) $\begin{cases} 1400 = 2^3 \,.\, 5^2 \,.\, 7 \\ 2200 = 2^3 \,.\, 5^2 \,.\, 11 \\ 2548 = 2^2 \,.\, 7^2 \,.\, 13 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \text{m.c.d.} = 2^2 = 4 \\ \text{m.c.m.} = 2^3 .\, 5^2 .\, 7^2 .\, 11 \,.\, 13 = 1.401.400 \end{array}\right]$

3) $\frac{4}{6} + \frac{1}{5} : \frac{2}{4} - \frac{5}{2} \,.\, \frac{3}{1} = \frac{4}{6} + \frac{4}{10} - \frac{15}{2} =$

$= \frac{4.5}{30} + \frac{4.3}{30} - \frac{15.15}{30} = \frac{20+12-225}{30} = \frac{-193}{30}$

4) a) ⊗ Si vendió 3/8, le quedan 5/8.

⊗ Y esas 5 partes corresponden a 30 litros.

⊗ Luego 1 parte es 6 litros (30:5).

⊗ El tonel tiene 48 (6.8) litros de capacidad.

b) ⊗ $\frac{3}{10} + \frac{1}{6} = \frac{15 + 3}{30} = \frac{18}{30}$

⊗ 140 + 160 = 300 euros

⊗ $\frac{30}{30} - \frac{18}{30} = \frac{12}{30}$

⊗ Si 12 partes corresponden a 360 euros,

una parte es $\frac{300}{12} = 25$ euros

⊗ Luego las 30 partes son: 30.15 = 450 euros.

Solución → Se gastaron 450 euros en total.

5) a) $(-3)^8 : (-3)^5 \,.\, (-3)^1 =$

$= (-3)^{8-5+1} = (-3)^4 = +81$

b) $\left[(-2)^3 \,.\, (-1)^2 \,.\, (-5)^3\right]^2 =$

$= [(-8).1.(-125)]^2 = 1000^2 = 1.000.000$

6) a) $x - 2 \cdot (3x + 1) = x + 4$

$x - 6x - 2 = x + 4$

$x - 6x - x = 4 + 2$

$(1 - 6 - 1)\,x = 6$

$-6x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{-6} = -1$

b) $\frac{3x}{2} - \frac{5 + 4x}{6} = 1 - \frac{x}{4} \,/\!\cdot\, \text{m.c.m.}12$

$\frac{12.3x}{2} - \frac{12.(5 + 4x)}{6} = 12.1 - \frac{12.x}{4}$

$18x - 2.(5 + 4x) = 12 - 3x$

$18x - 10 - 8x = 12 - 3x$

$13x = 22 \Rightarrow x = \frac{22}{13} = 1'69$

7) **Una rueda de un coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 2 horas y 24 minutos?**

⊗ Ajuste previo: 2 horas 24 minutos = 144 min.

$\begin{cases} 4590 \text{ vueltas} \;\ldots\ldots\; \underline{D} \;\ldots\ldots\; 9 \text{ minutos} \\ x \text{ vueltas} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; 144 \text{ min.} \end{cases}$

$\left[\frac{4590}{x} = \frac{9}{144}\right] \rightarrow$ $4590 \,.\, 144 = x \,.\, 9 \rightarrow x = \frac{4590 \,.\, 144}{9} =$

$x = \frac{660960}{9} = 73440$ vueltas

Solución: La rueda dará 73440 vueltas.

8) $\begin{cases} \text{Valor Inicial} \rightarrow \text{"x" euros} \\ \text{Aumento Porcentual} = 16\ \% \\ 100\ \%\ (\text{inicial}) + 16\ \%\ (\text{aumento}) = 116\ \% \\ \text{Por cada 100 euros} \rightarrow 116 \text{ euros} \\ \text{Factor de Variación} \rightarrow 1'16\ (116\ \% = \frac{116}{100}) \\ \text{Valor Nuevo (Final)} \rightarrow 1.392 \text{ euros} \end{cases}$

La ecuación a aplicar en los problemas de porcentajes es la siguiente:

Valor Inicial • Factor de V. = Valor Nuevo

$$\underset{x}{\downarrow} \quad \cdot \quad \underset{1'16}{\downarrow} \quad = \quad \underset{1392}{\downarrow}$$

$x = \frac{1392}{1'16} = 1200$ euros

Solución: El precio inicial del ordenador era de 1200 euros.

NOTA: La resolución de este problema ha sido muy larga, pero tú no debes hacerla tan extensa, ya que yo te lo hago así para que te enteres mejor. El que lo sabe bien, sólo pone la fórmula y lo resuelve.

SOLUCIONES del control nº 16.

9) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a) Complejo en incomplejo:

4'5 kg 0'3 hg 600 g → a "dag".

450 dag + 3 dag + 60 dag = 513 dag

b) Incomplejo en complejo:

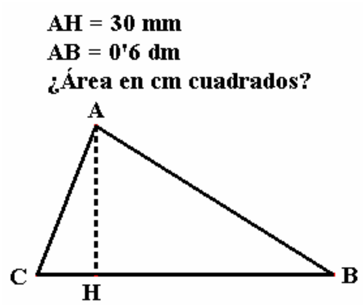
70'351 m^2 → 70 m^2 + 35 dm^2 + 10 cm^2

1

⊗ AJUSTES PREVIOS:

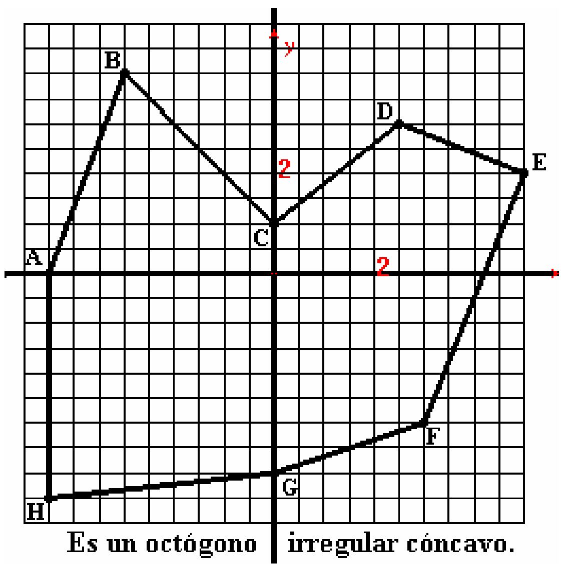
$$\begin{cases} \text{altura} = h = \overline{AH} = 30 \text{ mm} \rightarrow 30:10 = 3 \text{ cm} \\ \text{base} = b = \overline{AB} = 0'6 \text{ dm} \rightarrow 0'6 \cdot 10 = 6 \text{ cm} \end{cases}$$

⊗ $A_{\text{triángulo}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{6 \cdot 3}{2} = 9 \text{ cm}^2$



11) Gráficas. Ejes de coordenadas.

A(−9, 0), B(−6, 8), C(0, 2), D(5, 6), E(10, 4), F(6, −6), G(0, −8) y H(−9, −9).



12) Teoría.

a) ¿Qué significa que dos o más fracciones son equivalentes?

Que tienen el mismo valor numérico.

O que representan la misma parte.

Sus términos son proporcionales, y multiplicándolos en cruz dan el mismo resultado.

b) ¿Qué diferencia hay entre los números naturales y los enteros?

$N = \{ 0, +1, +2, +3, +4, +5, \ldots, +\infty \}$

$Z = \{ -\infty, \ldots, -2, -1, 0, +1, +2, \ldots, +\infty \}$

c) ¿En qué cuadrante son la abscisa y la ordenada negativas?

En el tercer cuadrante, en sentido contrario a las agujas del reloj.

d) ¿Cómo deben sumarse y/o restarse las fracciones que no tienen el mismo denominador?

Por el método del mínimo (M.D.C.).

e) ¿Dónde están situados todos los puntos que representemos en unos ejes de coordenadas si sus abscisas son nulas?

En el eje de ordenadas.

f) Escribe dos números primos entre sí que terminen en 0. (¡)

Imposible, pues si son primos no tienen divisores comunes, y al terminar en 0 tienen como mínimo al 2 y al 5 de divisores comunes.

Losbuenosresultados,entodaslasactividades,nosonfrutodelacasualidad,lasuerteoelesfuerzomomentáneo, sinodelinterésmantenidoconunesfuerzoconstanteydeunaperseveranciaquepersigalaexcelencia.

Control nº 17. Sobre los temas 7 al 10. 1ª parte.

1) Sistema Métrico Decimal.

a) Complejo a incomplejo:

8 Km + 3 dam + 5 dm → a "m"

b) Incomplejo a complejo:

209'174 ca → ¿ ... ?

2) Relaciones entre unidades de Capacidad, Volumen y Masa.

Escribe la tabla de equivalencias entre las unidades principales de estas magnitudes. (Es la tabla de las tres filas y tres columnas. Hazlo con regla.)

3) Geometría plana. I.

a) Dibuja un ángulo llano.

b) Dibuja dos ángulos suplementarios.

c) ¿Los dos ángulos agudos de la figura "c" son .... y .... ?

d) ¿Cómo se llaman los ángulos $\hat{H}$ y $\hat{B}$ de la figura "d"?

Figura "c"

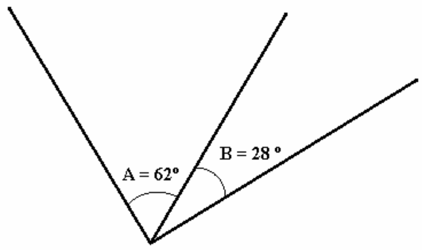
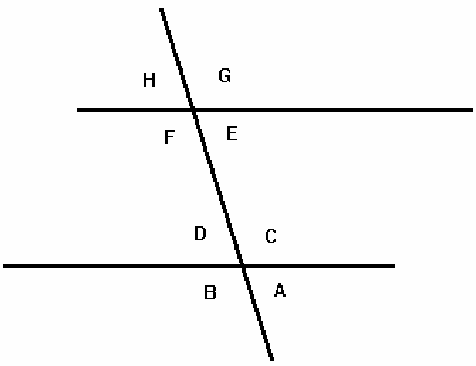


Figura "d"



4) Geometría plana. II.

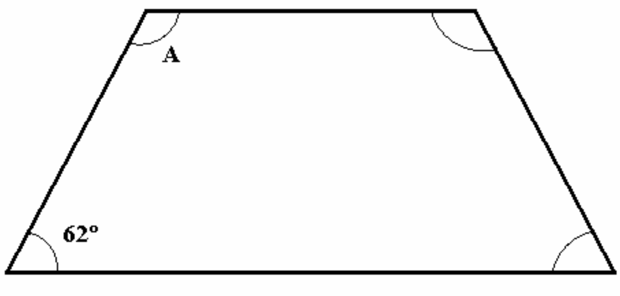
a) Dadas las medidas angulares siguientes:

$\hat{A}$ = 145 º 21 '

$\hat{B}$ = 78 º 58 ' 36 ''

Realiza esta operación: $\hat{A} - \hat{B}$

b) ¿Cuánto mide el ángulo $\hat{A}$ del trapecio isósceles dibujado a continuación?



5) Geometría plana. III. Áreas. Fórmulas.

Escribe las fórmulas para calcular el área de las siguientes figuras planas:

a) De un rectángulo.

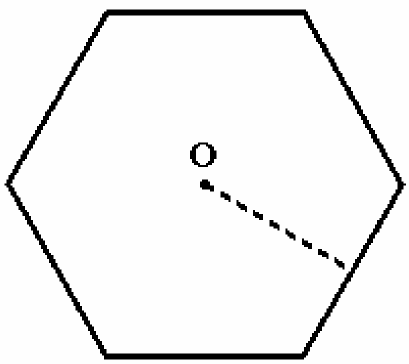
b) De un trapezoide.

c) De un pentágono regular.

d) De un sector circular.

6) Geometría plana. IV. Áreas. Polígonos.

¿Cuántas "ha" tiene el hexágono regular de la siguiente figura si su lado mide 2 km y su apotema 173 dam?

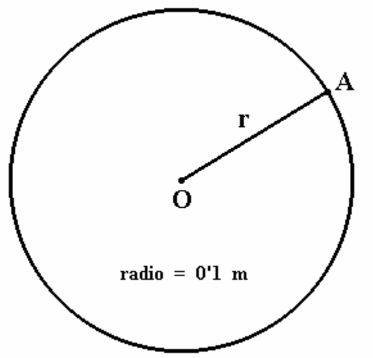


Elquealgoquiere,algolecuesta. **P**orello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicanodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. **Y**luego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

Control nº 17. Sobre los temas 7 al 10. 2ª parte.

7) Geometría plana. V. Figuras circulares.

Calcula la longitud de la circunferencia y el área del círculo de la siguiente figura. Hazlo todo en milímetros.

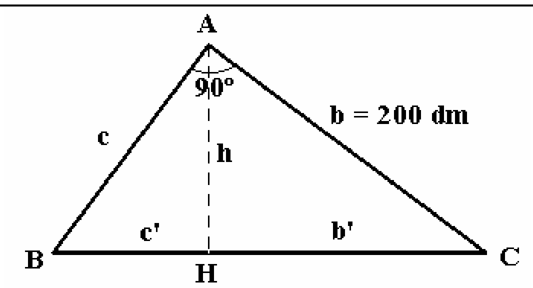


8) Geometría plana. VI. Áreas. Figuras circulares.

¿Cuántos grados tiene un sector circular de radio 300 mm y cuya área es 10π cm^2?

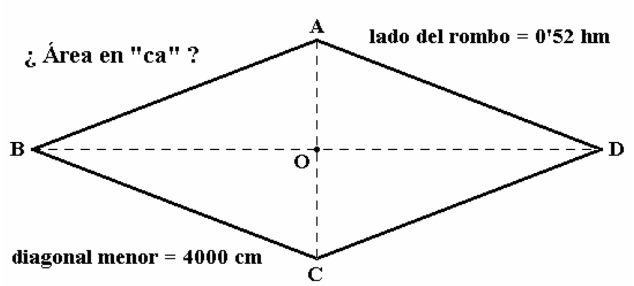
9) Geometría plana. VII. Teoremas.

Averigua la medida del cateto "c" y de la altura "h" del triángulo rectángulo de la siguiente figura.
Lo haces en metros.



10) Geometría plana. VIII. Áreas y teoremas.

Averigua lo que te piden en la figura siguiente.



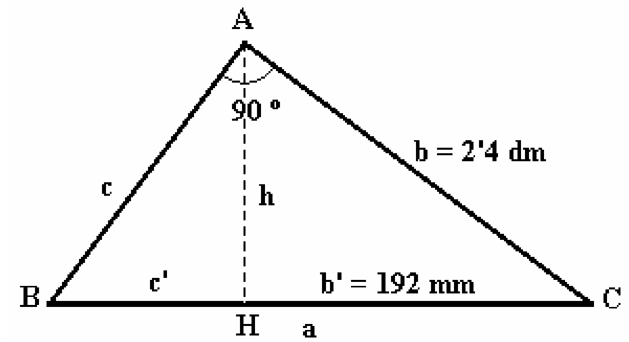
EXTRA "A". Vale 1 punto.

Explica qué quieren decir estas dos RARAS palabras:

AL OR METRI CI **BIN MENA BA**

EXTRA "B". Vale 1'50 puntos.

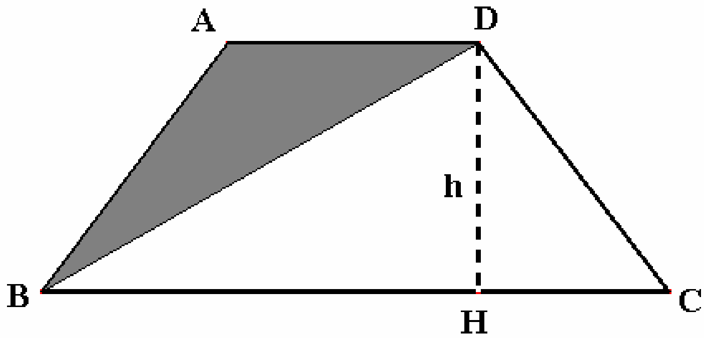
Aplicando los tres teoremas estudiados, a saber, el de PITÁGORAS, el del cateto y el de la altura, calcula el cateto "c", su proyección (c'), la altura ("h"), la hipotenusa ("a"), el perímetro y el área.
Lo haces todo en milímetros.



EXTRA "C". Vale 2 puntos.

¿Cuántos metros cuadrados mide el triángulo ABD de la figura siguiente?

⊗ Datos
- ABCD → Trapecio isósceles
- $\overline{AD}$ → 4 m
- $\overline{BC}$ → 1000 cm
- $\overline{CD}$ → 0'5 dam



SOLUCIONES del control nº 17.

1) a) 8 Km + 3 dam + 5 dm → a "m"

8 km → 8 . 1000 = 8000 m

3 dam → 3 . 10 = 30 m

5 dm → 5 : 10 = 0'5 m

8030'5 m

b) 209'174 ca → 2 dam^2 + 9 ca + 17 dm^2 + 40 cm^2

2) La tabla pedida es la siguiente:

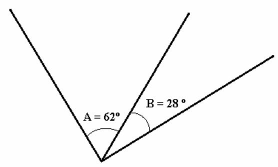
CAPACIDAD	VOLUMEN	MASA
1 kℓ	1 m^3	1 tm
1 ℓ	1 dm^3	1 kg
1 mℓ	1 cm^3	1 g

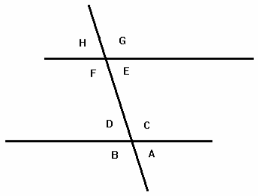
3) a) Debe tener 180 º.

b) Deben ser consecutivos y sumar 180 º.

c) Son consecutivos y complementarios.

d) Son conjugados externos.





4) a) 145º 21' − 78º 58' 36'' =

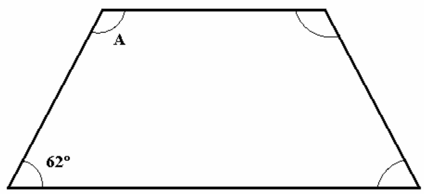
= 144º 59' 60'' − 78º 58' 36'' = **76º 1' 24''**

b) El trapecio tiene dos pares de ángulos iguales que suman 360º.

$62^\circ + 62^\circ + \hat{A} + \hat{A} = 360^\circ$

$2 . \hat{A} = 360^\circ - 124^\circ$

$\hat{A} = \dfrac{236^\circ}{2} = 118^\circ$



5) a) De un rectángulo → A = b . a

b) De un trapezoide → Por triangulación.

c) De un pentágono regular → $A = \dfrac{p \cdot a_p}{2}$

d) De un sector circular → $A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360}$

6) ⊗ Ajustes previos:

lado = 2 km → 2 . 10 = 20 km

apotema = 173 dam → 173 : 10 = 17'3 hm

⊗ $A_{Hexágono} = \dfrac{6 \cdot \ell \cdot a_p}{2} = \dfrac{6 \cdot 20 \cdot 17'3}{2} = \dfrac{2076}{2} = $ **1038 hm^2** (ha)

7) r = 0'1 m → 0'1 . 1000 = 100 cm

$L_{circunferencia} = 2\,\pi\,r = 2 . 3'14 . 100 = $ **628 mm**

$A_{círculo} = \pi\,r^2 = 3'14 . 100^2 = $ **31400 mm^2**

8) ⊗ Ajustes: 300 mm → 300 : 10 = 30 cm

$A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360} \Rightarrow 10\,\pi = \dfrac{\pi \cdot 30^2 \cdot n^\circ}{360}$

Despejamos nº:

$10 . \pi . 360 = \pi . 900 . n^\circ$

$n^\circ = \dfrac{10 \cdot \pi \cdot 360}{\pi \cdot 900} = \dfrac{3600\,\pi}{900\,\pi} = $ **4º**

9) Datos → $\begin{cases} b = 200 \text{ dm} \rightarrow 200:10 = 20 \text{ m} \\ a = 2'5 \text{ dam} \rightarrow 2'5 . 10 = 25 \text{ m} \\ ¿\,c\,?\ ¿\,h\,? \end{cases}$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE PITÁGORAS :

$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = $ **15 mm**

⊗ Aplicamos el TEOREMA DEL CATETO :

$\left[\dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{b'}\right] \rightarrow b' = \dfrac{b^2}{a} = \dfrac{20^2}{25} = 16$ m

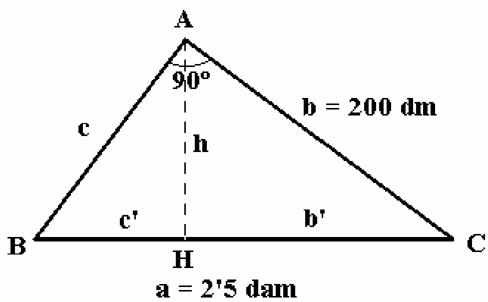
⊗ Aplicamos el SENTIDO COMÚN :

$a = b' + c' \quad \begin{cases} c' = a - b' \\ c' = 25 - 16 = 9 \text{ m} \end{cases}$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE LA ALTURA :

$\left[\dfrac{b'}{h} = \dfrac{h}{c'}\right] \rightarrow h = \sqrt{b' . c'}$

$h = \sqrt{16 . 9} = \sqrt{144} = $ **12 m**



SOLUCIONES del control nº 17.

10) Datos $\rightarrow \begin{cases} \ell = 0'52 \text{ hm} \rightarrow 0'52 . 100 = 52 \text{ m} \\ \overline{AC} = 4000 \text{ cm} \rightarrow 4000 : 100 = 40 \text{ m} \\ ¿\overline{OA}?\ ¿\overline{OB}?\ ¿\overline{BD}?\ ¿\text{Área (ca)}? \end{cases}$

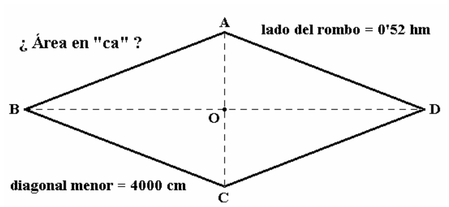
$$\overline{OA} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ m}$$

Aplicamos Pitágoras en el triángulo AOB :

$$\overline{OB} = \sqrt{\ell^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{52^2 - 20^2} = \sqrt{2304} = 48 \text{ m}$$

$$\overline{BD} = 2 . \overline{OB} = 2 . 48 = 96 \text{ m}$$

$$A_{\text{Rombo}} = \frac{\overline{BD} . \overline{AC}}{2} = \frac{96 . 40}{2} = 1.920 \text{ "ca"}$$



EXTRA "B".

Datos $\rightarrow \begin{cases} b = 2'4 \text{ dam} \rightarrow 2'4 . 100 = 240 \text{ mm} \\ b' = 192 \text{ mm} \\ ¿a?\ ¿c'?\ ¿h?\ ¿c?\ ¿p?\ ¿A? \end{cases}$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DEL CATETO :

$$\left[\frac{a}{b} = \frac{b}{b'}\right] \rightarrow a = \frac{b^2}{b'} = \frac{240^2}{192} = 300 \text{ mm}$$

⊗ Aplicamos el SENTIDO COMÚN :

$$a = b' + c' \quad \begin{cases} c' = a - b' \\ c' = 300 - 192 = 108 \text{ mm} \end{cases}$$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE LA ALTURA :

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}\right] \rightarrow h = \sqrt{b' . c'}$$

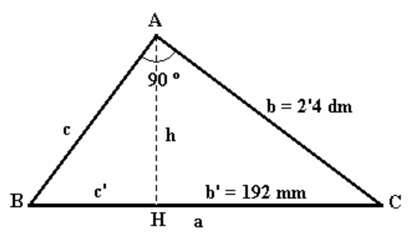
$$h = \sqrt{192 . 108} = \sqrt{20736} = 144 \text{ mm}$$

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE PITÁGORAS :

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{300^2 - 240^2} = 180 \text{ mm}$$

⊗ **Perímetro** $= 300 + 240 + 180 = 720 \text{ mm}$

⊗ **Área** $= \dfrac{b . c}{2} = \dfrac{240 . 180}{2} = 21.600 \text{ mm}^2$



Extra "A".

Estas dos palabras sirven como regla nemotécnica para aprenderse mejor las rectas y puntos notables de los triángulos rectángulos. Veamos:

AL OR METRI CI   B IN MENA BA

↓ ↓ ↓ ↓   ↓ ↓ ↓ ↓

ALtura

ORtocentro

MEdiaTRIz

CIrcuncentro

Bisectriz

INcentro

MEdiaNA

BAricentro

O sea, las **AL**turas se cortan en el **OR**tocentro, las **ME**dia**TRI**ces en el **CI**rcuncentro, las **B**isectrices en el **IN**centro y las **ME**dia**NA**s en el **BA**ricentro.

EXTRA "C".

⊗ Ajustes previos:

$\overline{BC}$ (base mayor) $\rightarrow 1000 \text{ cm} \rightarrow 1000 : 100 = 10 \text{ m}$

$\overline{CD}$ (lado) $\rightarrow 0'5 \text{ dam} \rightarrow 0'5 . 10 = 5 \text{ m}$

⊗ $\overline{BC} - \overline{AD} = 2\ \overline{HC}$

$10 - 4 = 6 \Rightarrow \overline{HC} = 3 \text{ m}$

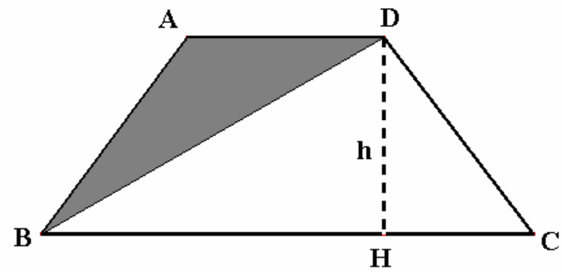
⊗ Aplicamos Pitágoras en DHC:

$$\overline{DH} = h \text{ (trapecio)} = \sqrt{\overline{DC}^2 - \overline{HC}^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

⊗ $A_{\text{Trapecio}} = \dfrac{(\overline{BC} + \overline{AD}) . h}{2} = \dfrac{(10 + 4) . 4}{2} = \dfrac{14 . 4}{2} = 28 \text{ m}^2$

⊗ $A_{\text{Triángulo BDC}} = \dfrac{\overline{BC} . h}{2} = \dfrac{10 . 4}{2} = 20 \text{ m}^2$

⊗ $A_{\text{Triángulo ABD}} = A_{\text{Taapecio}} - A_{\text{Triángulo BDC}} = 28 \text{ m}^2 - 20 \text{ m}^2 = 8 \text{ m}^2$



Control nº 18. Sobre los temas 1 al 10.

Las preguntas números 1, 2, 5, 10 y 12 son obligatorias. Después, de las restantes, tú eliges sólo cinco de ellas.

1) OPERACIONES CON ENTEROS.

Primer ejercicio → 0'25 puntos

Segundo ejercicio → 0'75 puntos

$7 - 5.2 + 9 : (17 - 20) =$

$3 - 4.5 + 2.(5 - 8) - [7 - (1 - 5) - 6.(5 + 2.7)] =$

2) OPERACIONES CON FRACCIONES.

Vale 1 punto. Simplifica al final.

$$\left(\frac{2}{10} - \frac{1}{4} \bullet \frac{6}{5}\right) : \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{4}\right) =$$

3) PROBLEMA SOBRE FRACCIONES.

Vale 1 punto.

El Ayuntamiento de Villafranca dispone de un terreno del que dedica $\frac{3}{8}$ partes a la construcción de viviendas, $\frac{2}{5}$ partes del resto a las calles y acerado y todavía le quedan 4.500 m^2 para hacer un parque. ¿Qué superficie total tiene el terreno en cuestión?

4) OPERACIONES CON POTENCIAS Y CON RADICALES.

Cada apartado vale 0'50 puntos.

a) Resuelve hasta el final estas potencias:

$$\left(\frac{-14}{21}\right) : \left(\frac{-14}{21}\right)^9 . \left(\frac{-14}{21}\right)^6 =$$

b) Extraer factores del radical:

$$\sqrt{180\ x^3 y^4} =$$

5) ECUACIONES.

Vale 1 punto

$$\frac{2}{3} - \frac{1 + 4x}{8} = -x - \frac{-5x + 4}{6}$$

6) SISTEMA DE ECUACIONES.

Vale 1 punto. Método libre.

$$\begin{bmatrix} 4x = -5y - 15 \\ 6 + 3x = -2y \end{bmatrix}$$

7) ECUACIONES DE 2º GRADO.

Vale 0'75 puntos si lo resuelves con la fórmula, y 1 punto si lo haces sin ella.

$$5x^2 = 2x$$

8) IDENTIDADES NOTABLES.

a) Desarrolla la expresión. Vale 0'75 puntos.

b) ¿Qué valor hay que dar a la "a" para que la expresión sea nula. Vale 0'25 puntos.

$$\left(\frac{2a}{3} - 5\right)^2 =$$

9) OPERACIONES CON POLINOMIOS.

Dados los polinomios siguientes:

$$a(x) = 2x^4 - 10 + x^6 - 3x^3$$

$$b(x) = -x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{4} - \frac{1}{5}$$

$$c(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}$$

Realiza $[a(x) - b(x)] \bullet c(x)$

10) PORCENTAJES (%).

Vale 1 punto.

La chica Tabácula se ha convencido de los beneficios que le va a reportar dejar de fumar, y decide comprarse una colección de buenos libros con el dinero que va ahorrando a lo largo del año. Pagó por la colección 575 € . Si le habían rebajado un 8 %, ¿cuánto costaban los libros sin el descuento hecho?

11) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

Cada apartado 0'50 puntos.

a) Complejo en incomplejo:

2'5 Tm 0'75 Qm 4 hg → a "kg".

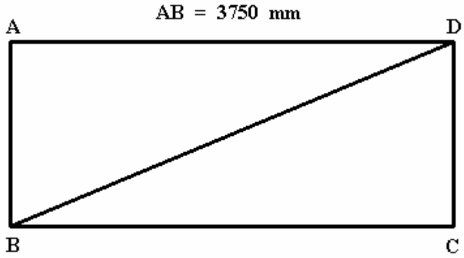
b) Incomplejo en complejo:

812'5 m^2 → ¿ ... ?

12) GEOMETRÍA. ÁREAS. Vale 1 punto.

¿Cuántos cm^2 tiene de área la parte rayada de la siguiente figura?

BD = 9'75 m
AB = 3750 mm



SOLUCIONES del control nº 18.

1) OPERACIONES CON ENTEROS.

$$7 - 5.2 + 9 : (17 - 20) = 7 - 10 + 9 : (-3) =$$
$$= 7 - 10 - 3 = 7 - 13 = -6$$
$$3 - 4.5 + 2.(5 - 8) - [7 - (1 - 5) - 6.(5 + 2.7)] =$$
$$= 3 - 20 + 2 . (-3) - [7 - (-4) - 6 . 19] =$$
$$= 3 - 20 - 6 - 7 - 4 + 114 = 80$$

2) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\left(\frac{2}{10} - \frac{1}{4} \bullet \frac{6}{5}\right) : \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{4}\right) =$$
$$= \left(\frac{2}{10} - \frac{6}{20}\right) : \left(\frac{2+6}{12}\right) = \frac{-2}{20} : \frac{8}{12} =$$
$$= \frac{-24}{160} = \frac{-2.2.2.3}{2.2.2.2.2.5} = \frac{-3}{20}$$

3) PROBLEMA SOBRE FRACCIONES.

$\rightarrow$ Viviendas : $\frac{3}{8} \Rightarrow$ Quedan $\frac{5}{8}$

$\rightarrow$ Calles y aceras : $\frac{2}{5}$ de $\frac{5}{8} = \frac{10}{40} = \frac{2}{8}$

$\rightarrow$ Resto : $1 - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$

Si 3/8 corresponden a 4.500 m^2, cada parte es de 1.500 m^2. Y como hay 8 partes:

Superficie = 8 . 1500 = 12.000 m^2

4) POTENCIAS Y RADICALES.

$$\text{a)}\ \left(\frac{-14}{21}\right) : \left(\frac{-14}{21}\right)^9 . \left(\frac{-14}{21}\right)^6 = \left(\frac{-14}{21}\right)^{1-9+6} =$$
$$= \left(\frac{-2.7}{3.7}\right)^{-2} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{-2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$
$$\text{b)}\ \sqrt{180\, x^3 y^4} = 6xy^2\sqrt{5x}$$

6) SISTEMA DE ECUACIONES.

$$\begin{bmatrix} 4x = -5y - 15 \\ 6 + 3x = -2y \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 4x + 5y = -15 \ /.\ 2 \\ 3x + 2y = -6 \ /.\ (-5) \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 8x + 10y = -30 \\ -15x - 10y = 30 \end{bmatrix}$$
$$-7x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{-7} = 0$$
$$6 + 3.0 = -2y$$
$$\frac{6}{-2} = y = -3$$

5) ECUACIONES.

$$\frac{2}{3} - \frac{1+4x}{8} = -x - \frac{-5x+4}{6} \ /.\ 24$$
$$\frac{24.2}{3} - \frac{24.(1+4x)}{8} = -24.x - \frac{24.(-5x+4)}{6}$$
$$16 - 3(1+4x) = -24x - 4(-5x+4)$$
$$16 - 3 - 12x = -24x + 20x - 16$$
$$-12x + 24x - 20x = -16 - 16 + 3$$
$$-8x = -29 \Rightarrow x = \frac{-29}{-8} = 3'625$$

7) ECUACIONES DE 2º GRADO.

$$5x^2 = 2x \Rightarrow 5x^2 - 2x = 0$$
$$(5x - 2).x = 0$$
$$\rightarrow 5x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{5}$$
$$\rightarrow x_2 = 0$$

8) IDENTIDADES NOTABLES.

$$\text{a)}\ \left(\frac{2a}{3} - 5\right)^2 = \frac{4a^2}{9} - \frac{20a}{3} + 25$$
$$\text{b)}\ \frac{2a}{3} - 5 = 0 \Rightarrow a = \frac{15}{2}$$

10) PORCENTAJES (%).

$$[\text{V.I.}] \bullet [\text{F.V.}] = [\text{V.F.}]$$
$$x \bullet 0'92 = 575$$
$$x = \frac{575}{0'92} = 625\ €$$

11) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a)
- 2'5 Tm $\rightarrow$ 2'5 . 1000 = 2500 kg
- 0'75 Qm $\rightarrow$ 0'75 . 100 = 75 kg
- 4 hg $\rightarrow$ 4 : 10 = 0'4 kg
- Total = 2575'4 kg

b) 812'5 m^2 $\rightarrow$ 8 dam^2 + 12 m^2 + 50 dm^2

12) GEOMETRÍA. ÁREAS.

Aplicamos el teorema de Pitágoras en BCD :

$$\text{BC (base)} = \sqrt{975^2 - 375^2} = 900 \text{ cm}$$
$$A_{\text{rayada}} = \frac{b.h}{2} = \frac{900.375}{2} = 168750 \text{ cm}^2$$

9) $[a(x) - b(x)] . c(x) =$

$$\left[\left(2x^4 - 10 + x^6 - 3x^3\right) - \left(-x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{4} - \frac{1}{5}\right)\right] \bullet \left(-\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}\right) =$$
$$= \left(x^6 + x^4 - \frac{11}{3}x^3 - \frac{x^2}{4} - \frac{16}{5}\right) \bullet \left(-\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}\right) =$$
$$= -\frac{2}{3}x^8 - \frac{2}{3}x^6 + \frac{22}{9}x^5 + \frac{2}{12}x^4 + \frac{32}{15}x^2 + \frac{1}{2}x^6 + \frac{1}{2}x^4 - \frac{11}{6}x^3 - \frac{1}{8}x^2 - \frac{8}{5} =$$
$$= -\frac{2}{3}x^8 - \frac{1}{6}x^6 + \frac{22}{9}x^5 + \frac{2}{3}x^4 + -\frac{11}{6}x^3 + \frac{241}{120}x^2 - \frac{8}{5}$$

Control nº 19. Sobre los temas 7 al 10. 1ª parte.

1) Sistema Métrico Decimal.

a) Complejo a incomplejo:

4 Tm + 5 mag + 2 hg → a "kg"

b) Incomplejo a complejo:

806'795 ha → ¿ ... ?

2) Relaciones entre unidades de Capacidad, Volumen y Masa.

¿Cuántos cm^3 de volumen ocupan 700'25 litros?

3) Geometría plana. I.

a) Dibuja un ángulo obtuso.

b) Dibuja dos ángulos complementarios.

c) ¿Cómo se llaman los ángulos de la figura "c"?

d) ¿Cómo se llaman los ángulos $\hat{E}$ y $\hat{D}$ de la figura "d"?

Figura "c"

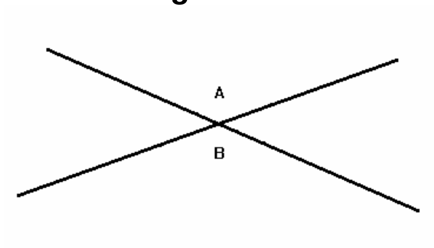
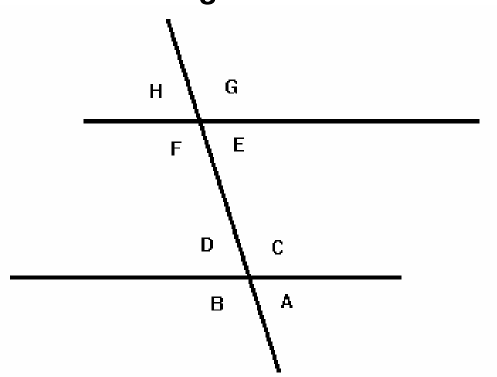


Figura "d"



4) Geometría plana. II.

¿Qué amplitud (en segundos) tiene el otro ángulo agudo de un triángulo rectángulo si uno de ellos mide 50° y 19''?

5) Geometría plana. III. Áreas. Fórmulas.

Escribe las fórmulas para calcular el área de las siguientes figuras planas:

a) De un rectángulo.

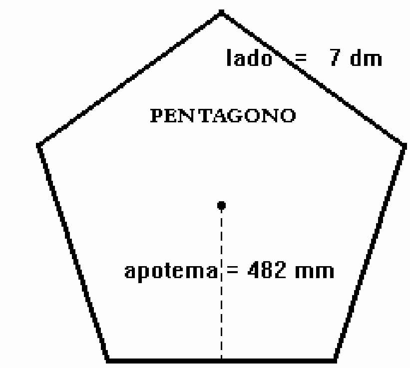
b) De un trapecio.

c) De un octógono irregular.

d) De un sector circular.

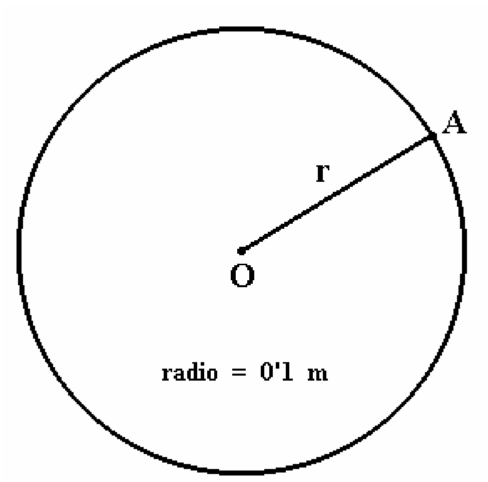
6) Geometría plana. IV. Áreas.

¿Cuántos cm^2 tiene el pentágono regular de la siguiente figura?



7) Geometría plana. V. Figuras circulares.

Calcula la longitud de la circunferencia y el área del círculo de la siguiente figura. Hazlo todo en centímetros.



Elquealgoquiere,algolecuesta. **P**orello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicanodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. **Y**luego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

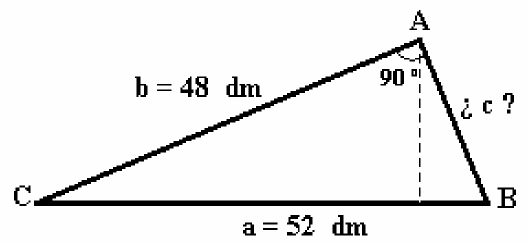
Control nº 19. Sobre los temas 7 al 10. 12 parte.

8) Geometría plana. VI. Teoremas.

a) ¿Cómo se llama cada lado del triángulo de la figura siguiente'

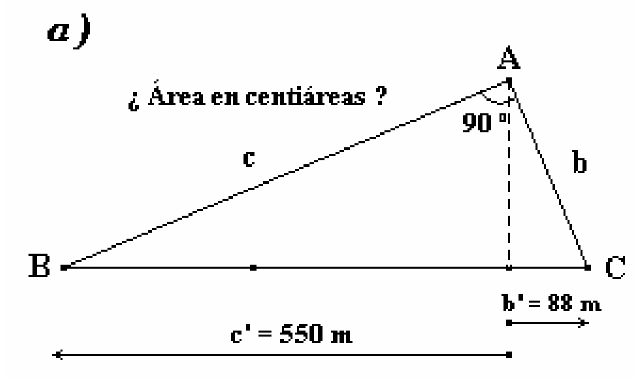
b) Calcula la medida del lado "c".

c) ¿Qué teorema has aplicado?



9) Geometría plana. VII. Áreas y Teoremas.

Calcula lo que piden en la figura.



10) Geometría plana. VIII. Áreas y teoremas.

En un triángulo obtusángulo e isósceles, la altura sobre uno de los lados iguales mide 2400 cm y el área de dicho triángulo es 0'0312 ha. Calcula cuántos metros mide el lado desigual.

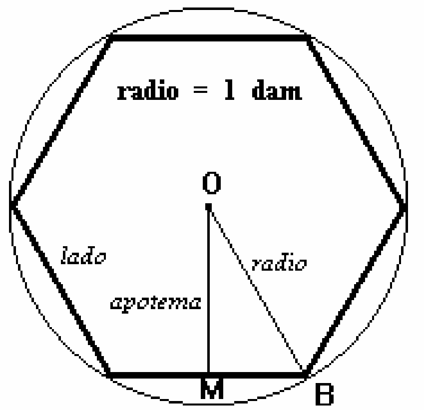
EXTRA "A". Vale 1 punto.

Explica qué quieren decir estas dos RARAS palabras:

AL OR METRI CI BIN MENA BA

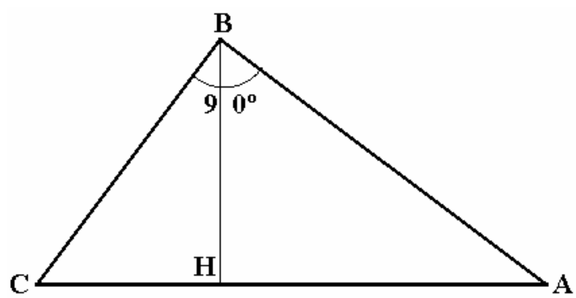
EXTRA "B". Vale 1'50 puntos.

¿Cuántas "ca" mide la superficie rayada de la figura?



EXTRA "C". Vale 2 puntos.

Aplicando los tres teoremas estudiados, a saber, el de PITÁGORAS, el del cateto y el de la altura, calcula lo que te piden en la figura siguiente.



AB = 40 cm; AH = 32 cm

¿AC? ¿CH? ¿BH? ¿BC? ¿perímetro? ¿área?

SOLUCIONES del control nº 19.

1) a) 4 Tm 5 mag 2 hg → a "kg".

$$\begin{cases} 4\ \text{Tm} \rightarrow 4 \cdot 10000 = 4000\ \text{kg} \\ 5\ \text{mag} \rightarrow 5 \cdot 100 = 50\ \text{kg} \\ 2\ \text{hg} \rightarrow 2 : 10 = 0'2\ \text{kg} \end{cases}$$

4050'2 kg

b) 806'795 ha (hm^2) →

$$8\ km^2 + 6\ hm^2 + 79\ dam^2 + 50\ m^2$$

2) ¿Cuántos cm^3 de volumen ocupan 700'25 ℓ?

$$\begin{cases} 700'25\ \ell \rightarrow 700'25 \cdot 1000 = 700.250\ m\ell \\ 700.250\ m\ell \rightarrow 700.250\ cm^3 \end{cases}$$

3) a) Debe tener más de 90º y menos de 180º.
b) Deben sumar entre los dos 90º.
c) Son ángulos opuestos por el vértice.
d) Se llaman alternos internos.

4) Los ángulos de los triángulos suman 180º, como en los triángulos rectángulos uno es de 90º, los otros dos suman 90º. Luego:

⊗ 90º ⇒ 89º 59' 60''
− 50º 19''
= 39º 59' 41''

$$\otimes \begin{cases} 39^{o} \rightarrow 39 \cdot 60 \cdot 60 = 140400'' \\ 59' \rightarrow 59 \cdot 60 = 3540'' \\ 35' \rightarrow 35 \cdot 60 = 2100'' \end{cases}$$

En total .... = **146040''**

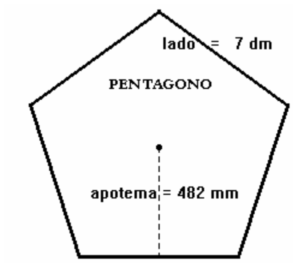
5) a) De un rectángulo → $A = b \cdot a$

b) De un trapecio → $A = \dfrac{(b + b') \cdot h}{2}$

c) De un octógono irregular → Se calcula por triangulación.

d) De un sector circular → $A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n^{o}}{360}$

6) ¿Cuántos cm^2 tiene el pentágono regular de la siguiente figura?



⊗ Ajustes previos:
7 dm → 7 . 10 = 70 cm
482 mm → 482 : 10 = 48'2 cm

$$\otimes\ A_{\text{Pentágono}} = \frac{5 \cdot \ell \cdot a_p}{2} = \frac{5 \cdot 70 \cdot 48'2}{2} = $$
$$= 8435\ cm^2$$

Solución → El área es de **8.435 cm^2**.

7) r = 0'1 m → 0'1 . 100 = 10 cm

$L_{\text{circunferencia}} = 2\ \pi\ r = 2 \cdot 3'14 \cdot 10 = 62'8\ cm$

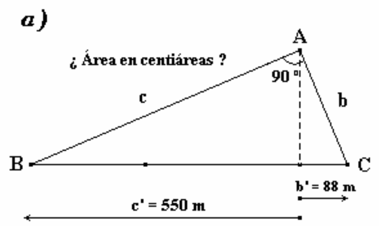
$A_{\text{círculo}} = \pi\ r^2 = 3'14 \cdot 10^2 = 314\ cm^2$

8) ⊗
"a" es la hipotenusa.
"b" es el cateto mayor.
"c" es el cateto menor.

⊗ $c = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{52^2 - 48^2} = \sqrt{400} = 20\ dm$

⊗ Se aplica el teorema de Pitágoras.

9) Áreas y teoremas.



En el triángulo ABC.

⊗ Aplicamos el TEOREMA DE LA ALTURA:

$$\left[\frac{b'}{h} = \frac{h}{c'}\right];\ h = \sqrt{b' \cdot c'} = \sqrt{550 \cdot 88} = 220\ m$$

⊗ a (hipotenusa) = c' + b' = 550 + 88 = 638 m

⊗ $\text{Área} = \dfrac{a \cdot h}{2} = \dfrac{638 \cdot 220}{2} = 70.180\ m^2$

SOLUCIONES del control nº 19.

10) Fijándonos en la figura de la columna derecha:

DATOS
- → Triángulo ABC obtusángulo e isósceles.
- → Altura: $h = \overline{AH} = 2400$ cm.
  - $2400 \text{ cm} \Rightarrow 2400 : 100 = \underline{24 \text{ m}}$
- → Área de ABC $= 0'0312$ ha.
  - $0'0312 \text{ ha} \Rightarrow 0'0312 \cdot 10000 = \underline{312 \text{ m}^2}$
- → ¿ Lado "b" en metros?

⊗ Con la fórmula del área, hallamos la medida de la base "a ($\overline{BC}$)" del triángulo ABC .

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$312 = \frac{a \cdot 24}{2} \Rightarrow \underline{a} = \frac{312 \cdot 2}{24} = \underline{26 \text{ m}}$$

⊗ Ahora, aplicando el teorema de Pitágoras en AHB, hallamos el segmento $\overline{HB}$, que es el cateto menor.

c^2 (hipotenusa) $= h^2$ (cateto mayor) $+ \overline{HB}^2$ (cateto menor)

$$\overline{HB} = \sqrt{c^2 - h^2} = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{676 - 576} =$$

$$\overline{HB} = \sqrt{100} = \underline{10 \text{ m}}$$

⊗ Hallamos el segmento $\overline{HC}$, que es un cateto de AHC.

$$\overline{HC} = \overline{HB} + a = 10 + 26 = \underline{36 \text{ m}}$$

⊗ Ahora, aplicando el teorema de Pitágoras en AHC, hallamos el lado "b ($\overline{AC}$)", que es la hipotenusa.

b^2 (hipotenusa) $= h^2$ (cateto mayor) $+ \overline{HC}^2$ (cateto menor)

$$b = \sqrt{h^2 + \overline{HC}^2} = \sqrt{24^2 + 36^2} = \sqrt{576 + 1296} =$$

$$b = \sqrt{1872} = \underline{43'27 \text{ m}}$$

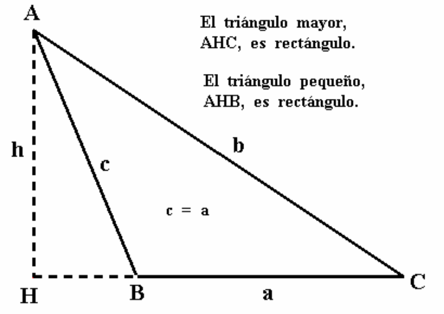
Extra "A".

Estas dos palabras sirven como regla nemotécnica para aprenderse mejor las rectas y puntos notables de los triángulos rectángulos. Veamos:

AL OR METRI CI   B IN MENA BA

↓ ↓ ↓ ↓   ↓ ↓ ↓ ↓

ALtura
ORtocentro
MEdia**TRI**z
CIrcuncentro
Bisectriz
INcentro
MEdia**NA**
BAricentro



Extra "B".

⊗ Recuerda que el lado de un hexágono regular es igual al radio de la circunferencia circunscrita.

lado = radio = 1 dam → 10 m

⊗ En el triangulo rectángulo OMB conocemos la hipotenusa OB y el cateto menor MB, que es la mitad de un lado, así que aplicamos Pitágoras para calcular la apotema :

$$\text{apotema} = \overline{OM} = \sqrt{10^2 - 5^2} =$$

$$a_p = \sqrt{75} = 8'6... \text{ m}$$

$$A_{\text{Hexágono}} = \frac{p \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot \ell \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8'6...}{2} =$$

$$= 258'... \text{ m}^2 \Rightarrow 258 \text{ "ca"}$$

$$A_{\text{Círculo}} = \pi r^2 = 3'14 \cdot 10^2 = 314 \text{ "ca"}$$

$$A_{\text{Rayada}} = A_{\text{Círculo}} - A_{\text{Hexágono}} =$$

$$= 314 - 258 = 56 \text{ "ca"}$$

Extra "C".

⊗ Por el teorema del cateto:

$$\left[\frac{AC}{40} = \frac{40}{32} \right] \rightarrow \overline{AC} = \frac{40 \cdot 40}{32} = 50 \text{ cm}$$

⊗ Por sentido común:

$$\overline{CH} = AC - AH = 50 - 32 = 18 \text{ cm}$$

⊗ Por el teorema de la altura:

$$\left[\frac{32}{BH} = \frac{BH}{18} \right] \rightarrow \overline{BH} = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

⊗ Por el teorema de Pitágoras:

$$\overline{BC} = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30 \text{ cm}$$

⊗ Perímetro $= 50 + 40 + 30 = 120$ cm

⊗ Área $= \dfrac{AC \cdot BH}{2} = \dfrac{50 \cdot 24}{2} = 600 \text{ cm}^2$

Elquealgoquiere,algolecuesta. **P**orello,el/laquedeseaunabuenapreparaciónyformaciónacadémicanodebeolvidar queeslabormuyesforzada,avecesmuycansada,llenadededicaciónytesón. **Y**luego,alargoplazo,arecogerlosfrutos.

Control nº 20. Sobre los temas 1 al 10.

Las preguntas números **1, 2, 3, 7 y 11 son obligatorias**. Después, de las restantes, tú eliges **sólo cinco** de ellas.

NO COPIES LOS ENUNCIADOS, NI NADA, SÓLO HACERLOS.

1.- Operaciones con enteros.

a) $-12 + 3 \cdot (6 - 2 \cdot 3) - (-4) \cdot 5 + 2 =$

b) $6 - 2 \cdot [(-3+7) - (-12) : (-2)] =$

2.- Operaciones con fracciones.

$$\frac{3}{6} + \frac{5}{2} \bullet \frac{3}{4} - 2 : \frac{1}{5} =$$

3.- Problema sobre fracciones.

Almudena, Ana y Rocío se reparten un premio que han ganado en el concurso de ingenio matemático. Como todas no habían resuelto el mismo número de preguntas, no recibieron lo mismo. El reparto fue así: Almudena → 4/10, Ana → 5/12 y Rocío → 220 euros en material escolar. ¿ A cuánto ascendió el premio recibido por las tres en total ?

4.- Potencias. Casos particulares.

a) $2^3 . (-12)^0 . 5^1 - 10^4 : (-5)^2 =$

b) $(-3)^3 . 1^9 + 7^{12} . 0^9 . (-5)^4 - 3^4 : 3^0 =$

5.- Potencias de fracciones.

a) $\left(\frac{-40}{24}\right)^3 . \left(\frac{-40}{24}\right)^2 =$

b) $\left(\frac{15}{-18}\right)^6 . \left(-\frac{15}{18}\right)^8 =$

6.- Problema.

Se quieren disponer en forma cuadrada un total de 502481 fichas pequeñas de colores. ¿Sobrarán ? ¿Cuántas deberán poner por cada fila y columna, o sea, por cada lado?

7.- Ecuación con denominadores.

$$4x - \frac{5 - x}{10} = \frac{2x}{4} + 3$$

8.- Regla de tres simple.

Seis grifos llenan un depósito en 4 horas. ¿Cuántos grifos necesitamos para llenarlo en 180 minutos?

9.- Porcentaje (%).

Una Enciclopedia de ayuda al estudio ha costado 648 €. Si han rebajado un 10 % del precio inicial, ¿cuántos € le rebajaron?

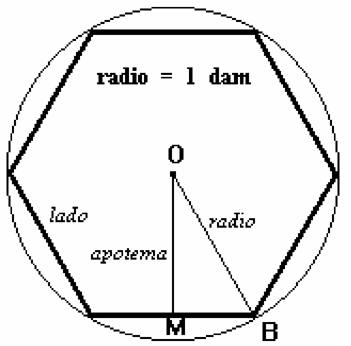
10.- Transformación de unidades.

g) **Incomplejo a complejo:**
18'358 "ha" → ¿ ... ?

b) **¿ Cuántos kilogramos pesa el agua contenida en un recipiente que contiene de capacidad 4 mal + 6'7 kl + 7 dal ?**

11.- Áreas y teorema de Pitágoras.

¿ Cuántas "ca" mide la superficie del hexágono regular de la figura ?



12.- Teoría.

a) **Escribe ejemplos de tres números negativos que sean mayores que el "0".**

b) **Escribe tres números cuyo máximo común divisor (m.c.d.) sea 0.**

c) **Explica con un ejemplo la propiedad conmutativa de la resta y de la división de fracciones.**

d) **¿Por qué al sumar potencias de la misma base se deben sumar los exponentes?**

SOLUCIONES del control nº 20.

1a)

$$-12 + 3\cdot(6 - 2\cdot 3) - (-4)\cdot 5 + 2 =$$
$$= -12 + 3\,.\,(6 - 6) + 20 + 2 =$$
$$= -12 + 3\,.\,0 + 22 = -12 + 22 = \mathbf{+10}$$

1b)

$$6 - 2\cdot\left[(-3+7) - (-12) : (-2)\right] =$$
$$= 6 - 2\,.\,(4 - 6) = 6 - 2.(-2) = 6 + 4 = \mathbf{10}$$

2)

$$\frac{3}{6} + \frac{5}{2}\bullet\frac{3}{4} - \frac{2}{1} : \frac{1}{5} =$$
$$= \frac{3}{6} + \frac{5\,.\,3}{2\,.\,4} - \frac{2\,.\,5}{1\,.\,1} = \frac{3}{6} + \frac{15}{8} - \frac{10}{1} \Rightarrow$$
$$\text{m.c.m.}(6,8,1) = 24 \Rightarrow \frac{3.4}{24} + \frac{15.3}{24} - \frac{10.24}{1} =$$
$$= \frac{12 + 45 - 240}{24} = \frac{-183}{24} = \frac{-3\,.\,61}{2.2.2.3} = \frac{-61}{8}$$

3)

$$\frac{4}{10}(\text{Almudena}) + \frac{5}{12}(\text{Ana}) \Rightarrow \text{m.c.m.}(10,12) = 60$$

$$\frac{4.6}{60} + \frac{5.5}{60} = \frac{24 + 25}{60} = \frac{49}{60} \rightarrow \begin{cases}\text{Parte de}\\ \text{Almudena}\\ \text{y Ana.}\end{cases}$$

Como Almudena y Ana se llevan 49 partes de 60, para Rocío quedan 11. Hecho matemáticamente es así :

$$1 - \frac{49}{60} = \frac{60}{60} - \frac{49}{60} = \frac{60 - 49}{60} = \frac{11}{60}$$

Así que si a Rocío le correspondieron 11 partes:

11 partes ⇒ 220 € ⇒ 220 : 11 = 20 € / cada parte

Si se han hecho 60 partes ⇒

60 partes . 20 € = **1200 € (Premio en total)**

4)

a) $2^3\,.\,(-12)^0\,.\,5^1 - 10^4 : (-5)^2 =$

$$= 8.1.5 - 10000:25 = 40 - 400 = \mathbf{-360}$$

b) $(-3)^3.1^9 + 7^{12}.0^9.(-5)^4 - 3^4 : 3^0 =$

$$= -27.1 + 0 - 81:1 = -27 - 81 = \mathbf{-108}$$

5)

a) $\left(\dfrac{-40}{24}\right)^3 . \left(\dfrac{-40}{24}\right)^2 =$

$$= \left(\frac{-2.2.2.5}{2.2.2.3}\right)^{3+2} . \left(\frac{-5}{3}\right)^5 = \frac{-3125}{243}$$

b) $\left(\dfrac{15}{-18}\right)^6 . \left(\dfrac{15}{-18}\right)^8 = \left(\dfrac{3.5}{-2.3.3}\right)^{6-8} =$

$$= \left(\frac{-5}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{-5}\right)^2 = \frac{36}{25}$$

6)

Para hacer una cuadriculación, es decir, hallar qué cantidad se debe poner por cada lado para que se forme un cuadrado, es necesario hacer una raíz cuadrada.

$$\sqrt{502481} \rightarrow \begin{cases}\textbf{708} \text{ fichas por cada fila}\\ \text{y por cada columna}\\ \text{y sobran } \textbf{1217}.\end{cases}$$

7)

$$4x - \frac{5 - x}{10} = \frac{2x}{4} + 3 \;/\bullet (20)$$
$$20.4x - \frac{20.(5 - x)}{10} = \frac{20.2x}{4} + 20.3$$
$$80x - 2.(5 - x) = 5.2x + 60$$
$$80x - 10 + 2x = 10x + 60$$
$$80x + 2x - 10x = 60 + 10$$
$$(80 + 2 - 10)\,x = 70$$
$$72\,x = 70 \Rightarrow x = \frac{70}{72} = 0'97\ldots$$

8)

Lógicamente con grifos iguales y echando agua al mismo ritmo.

⊗ Ajuste previo: 180 min. → 3 horas

$$\left\{\begin{array}{lcr}6 \text{ grifos} \ldots\ldots & \underline{\text{I}} & \ldots\ldots 4 \text{ horas}\\ x \text{ grifos} \ldots\ldots\ldots\ldots & & 3 \text{ horas}\end{array}\right\}$$

$$\left[\frac{6}{x} = \frac{3}{4}\right] \rightarrow 6.4 = x.3 \Rightarrow x = \frac{24}{3} = 8 \text{ grifos}$$

Solución:

<u>8 grifos lo llenan **en 3 horas**.</u>

9)

⊗ Factor de Variación = 100 % − 10 % =

$= 90\ \% \Rightarrow \dfrac{90}{100} = 0'90$

⊗ Valor Final o Nuevo = 648 €

Aplicamos la fórmula:

Valor Inicial • Factor Variación = Valor Nuevo

$$VI \ * \ FV = VF$$

$$x \ * \ 0'90 = 648$$

$x = \dfrac{648}{0'9} =$ **720 € costaba**

⊗ Ajuste final : 720 − 648 = 72 €

Solución → **Le rebajaron 72 €.**

10)

a) 18'358 ha → **18 ha + 35 a + 80 ca**

b)
4 mal → 4 . 10000 = 40000 litros
6'7 kl → 6'7 . 1000 = 6700 litros
7 dal → 7 . 10 = 70 litros
Total → 46770 litros
Y como 1 litro pesa 1 kg :

46.770 ℓ pesan 46.770 kg

11)

⊗ Recuerda que el lado de un hexágono regular es igual al radio de la circunferencia circunscrita.

lado = radio = 1 dam → 10 m

⊗ En el triangulo rectángulo OMB conocemos la hipotenusa OB y el cateto menor MB, que es la mitad de un lado, así que aplicamos Pitágoras para calcular la apotema :

$$\text{apotema} = \overline{OM} = \sqrt{10^2 - 5^2} =$$

$$a_p = \sqrt{75} = 8'6... \text{ m}$$

$$A_{\text{Hexágono}} = \frac{p \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot \ell \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 8'6...}{2} =$$

$$= 258'... \text{ m}^2 \Rightarrow 258 \text{ "ca"}$$

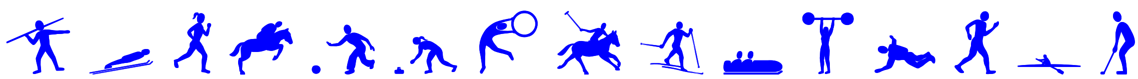
12)

a) Pues es IMPOSIBLE, porque el cero es mayor que todos los negativos.

b) Pues es IMPOSIBLE, porque como todos los números tienen como divisor a la unidad (1), cuando no tengan otros divisores comunes, siempre tendrán como m.c.d. a la unidad, o sea, al "1".

c) Pues es IMPOSIBLE, porque ni la resta ni la división tienen la prop. conmutativa.

d) Como el exponente indica las veces que hay que multiplicar la base, si se trata de multiplicaciones de potencias con la misma base, y una tiene de exponente 4 y la otra 5, pues hay que multiplicar la base 9 veces, o sea, la suma de sus exponentes.



Losbuenosresultados,entodaslasactividades,nosonfrutodelacasualidad,lasuerteoelesfuerzomomentáneo, sinodelinterésmantenidoconunesfuerzoconstanteydeunaperseveranciaquepersigalaexcelencia.

Control nº 21. Sobre los temas 1 al 10.

Las preguntas números 1, 2, 5, 10 y 12 son obligatorias. Después, de las restantes, tú eliges SÓLO CINCO de ellas.

1) OPERACIONES CON ENTEROS.
Primer ejercicio → 0'25 puntos
Segundo ejercicio → 0'75 puntos
a) $7 - 5.2 + 9 : (17 - 20) =$
b) $3 - 4.5 + 2.(5 - 8) - [7 - (1 - 5) - 6.(5 + 2.7)] =$

2) OPERACIONES CON FRACCIONES.
Vale 1 punto. Simplifica al final.
$$\left(\frac{2}{10} - \frac{1}{4} \bullet \frac{6}{5}\right) : \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{4}\right) =$$

3) PROBLEMA SOBRE FRACCIONES.
Vale 1 punto.
El Ayuntamiento de Villafranca dispone de un terreno del que dedica $\frac{3}{8}$ partes a la construcción de viviendas, $\frac{2}{5}$ partes del resto a las calles y acerado y todavía le quedan 4.500 m^2 para hacer un parque. ¿Qué superficie total tiene el terreno en cuestión?

4) OPERACIONES CON POTENCIAS Y CON RADICALES.
Cada apartado vale 0'50 puntos.
a) Resuelve hasta el final estas potencias:
$$\left(\frac{-14}{21}\right) : \left(\frac{-14}{21}\right)^9 . \left(\frac{-14}{21}\right)^6 =$$
b) Extraer factores del radical:
$$\sqrt{180\, x^3 y^4} =$$

5) ECUACIONES.
Vale 1 punto
$$\frac{2}{3} - \frac{1 + 4x}{8} = -x - \frac{-5x + 4}{6}$$

6) SISTEMA DE ECUACIONES.
Método libre.
$$\begin{bmatrix} 4x = -5y - 15 \\ 6 + 3x = -2y \end{bmatrix}$$

7) ECUACIONES DE 2º GRADO.
Vale 0'75 puntos si lo resuelves con la fórmula, y 1 punto si lo haces sin ella.
$$5x^2 = 2x$$

8) IDENTIDADES NOTABLES.
a) Desarrolla la expresión. Vale 0'75 puntos.
b) ¿Qué valor hay que dar a la "a" para que la expresión sea nula. Vale 0'25 puntos.
$$\left(\frac{2a}{3} - 5\right)^2 =$$

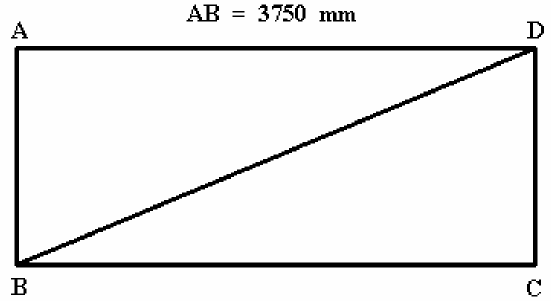
9) OPERACIONES CON POLINOMIOS.
Dados los polinomios siguientes:
$$a(x) = 2x^4 - 10 + x^6 - 3x^3$$
$$b(x) = -x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{4} - \frac{1}{5}$$
$$c(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}$$
Realiza $[a(x) - b(x)] \bullet c(x)$

10) PORCENTAJES (%).
La chica Tabácula se ha convencido de los beneficios que le va a reportar dejar de fumar, y decide comprarse una colección de buenos libros con el dinero que va ahorrando a lo largo del año. Pagó por la colección 575 € . Si le habían rebajado un 8 %, ¿cuánto costaban los libros sin el descuento hecho?

11) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.
Cada apartado 0'50 puntos.
a) Complejo en incomplejo:
2'5 Tm 0'75 Qm 4 hg → a "kg".
b) Incomplejo en complejo:
812'5 m^2 → ¿ ... ?

12) GEOMETRÍA. ÁREAS.
¿Cuántos cm^2 tiene de área la parte rayada de la siguiente figura?

BD = 9'75 m
AB = 3750 mm



SOLUCIONES del control nº 21.

1) OPERACIONES CON ENTEROS.

$$7 - 5.2 + 9 : (17 - 20) = 7 - 10 + 9 : (-3) =$$
$$= 7 - 10 - 3 = 7 - 13 = -6$$
$$3 - 4.5 + 2.(5 - 8) - [7 - (1 - 5) - 6.(5 + 2.7)] =$$
$$= 3 - 20 + 2.(-3) - [7 - (-4) - 6.19] =$$
$$= 3 - 20 - 6 - 7 - 4 + 114 = 80$$

2) OPERACIONES CON FRACCIONES.

$$\left(\frac{2}{10} - \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{5}\right) : \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{4}\right) =$$
$$= \left(\frac{2}{10} - \frac{6}{20}\right) : \left(\frac{2+6}{12}\right) = \frac{-2}{20} : \frac{8}{12} =$$
$$= \frac{-24}{160} = \frac{-2.2.2.3}{2.2.2.2.2.5} = \frac{-3}{20}$$

3) PROBLEMA SOBRE FRACCIONES.

$\rightarrow$ Viviendas : $\frac{3}{8} \Rightarrow$ Quedan $\frac{5}{8}$

$\rightarrow$ Calles y aceras : $\frac{2}{5}$ de $\frac{5}{8} = \frac{10}{40} = \frac{2}{8}$

$\rightarrow$ Resto : $1 - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$

Si 3/8 corresponden a 4.500 m^2, cada parte es de 1.500 m^2. Y como hay 8 partes:

Superficie = 8 . 1500 = 12.000 m^2

4) POTENCIAS Y RADICALES.

a) $$\left(\frac{-14}{21}\right) : \left(\frac{-14}{21}\right)^9 . \left(\frac{-14}{21}\right)^6 = \left(\frac{-14}{21}\right)^{1-9+6} =$$
$$= \left(\frac{-2.7}{3.7}\right)^{-2} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{-2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

b) $\sqrt{180\,x^3 y^4} = 6xy^2\sqrt{5x}$

5) ECUACIONES.

$$\frac{2}{3} - \frac{1+4x}{8} = -x - \frac{-5x+4}{6} \quad / .24$$
$$\frac{24.2}{3} - \frac{24.(1+4x)}{8} = -24.x - \frac{24.(-5x+4)}{6}$$
$$16 - 3(1+4x) = -24x - 4(-5x+4)$$
$$16 - 3 - 12x = -24x + 20x - 16$$
$$-12x + 24x - 20x = -16 - 16 + 3$$
$$-8x = -29 \Rightarrow x = \frac{-29}{-8} = 3'625$$

6) SISTEMA DE ECUACIONES.

$$\begin{bmatrix} 4x = -5y - 15 \\ 6 + 3x = -2y \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 4x + 5y = -15 & /.2 \\ 3x + 2y = -6 & /.(-5) \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 8x + 10y = -30 \\ -15x - 10y = 30 \end{bmatrix}$$
$$-7x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{-7} = 0$$
$$6 + 3.0 = -2y$$
$$\frac{6}{-2} = y = -3$$

7) ECUACIONES DE 2º GRADO.

$$5x^2 = 2x \Rightarrow 5x^2 - 2x = 0$$
$$(5x - 2).x = 0$$
$$\rightarrow 5x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{5}$$
$$\rightarrow x_2 = 0$$

8) IDENTIDADES NOTABLES.

a) $\left(\frac{2a}{3} - 5\right)^2 = \frac{4a^2}{9} - \frac{20a}{3} + 25$

b) $\frac{2a}{3} - 5 = 0 \Rightarrow a = \frac{15}{2}$

10) PORCENTAJES (%).

$$[V.I.] \cdot [F.V.] = [V.F.]$$
$$x \cdot 0'92 = 575$$
$$x = \frac{575}{0'92} = 625 \text{ €}$$

11) TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES.

a) $\begin{cases} 2'5 \text{ Tm} \rightarrow 2'5 . 1000 = 2500 \text{ kg} \\ 0'75 \text{ Qm} \rightarrow 0'75 . 100 = 75 \text{ kg} \\ 4 \text{ hg} \rightarrow 4 : 10 = 0'4 \text{ kg} \\ \text{Total} = 2575'4 \text{ kg} \end{cases}$

b) $812'5 \text{ m}^2 \rightarrow 8 \text{ dam}^2 + 12 \text{ m}^2 + 50 \text{ dm}^2$

12) GEOMETRÍA. ÁREAS.

Aplicamos el teorema de Pitágoras en BCD :

$$BC\,(\text{base}) = \sqrt{975^2 - 375^2} = 900 \text{ cm}$$
$$A_{\text{rayada}} = \frac{b.h}{2} = \frac{900.375}{2} = 168750 \text{ cm}^2$$

9) OPERACIONES CON POLINOMIOS. $[a(x) - b(x)] . c(x) =$

$$\left[\left(2x^4 - 10 + x^6 - 3x^3\right) - \left(-x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{4} - \frac{1}{5}\right)\right] \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}\right) =$$
$$= \left(x^6 + x^4 - \frac{11}{3}x^3 - \frac{x^2}{4} - \frac{16}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}\right) =$$
$$= -\frac{2}{3}x^8 - \frac{2}{3}x^6 + \frac{22}{9}x^5 + \frac{2}{12}x^4 + \frac{32}{15}x^2 + \frac{1}{2}x^6 + \frac{1}{2}x^4 - \frac{11}{6}x^3 - \frac{1}{8}x^2 - \frac{8}{5} =$$
$$= -\frac{2}{3}x^8 - \frac{1}{6}x^6 + \frac{22}{9}x^5 + \frac{2}{3}x^4 + -\frac{11}{6}x^3 + \frac{241}{120}x^2 - \frac{8}{5}$$