

ECUACIONES de PRIMER GRADO

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Se dice que una ecuación es de primer grado cuando la variable (x) no está elevada a ninguna potencia, es decir, su exponente es 1. A continuación explicamos paso por paso como resolver una ecuación de primer grado de forma sencilla.

Reglas generales para resolver una ecuación de primer grado:

- 1) **Quitar paréntesis** (si los hubiese)
- 2) **Quitar denominadores** (si los hubiese). Con el mcm
- 3) **Trasposición de términos:** colocar los términos con incógnita en un miembro y los que no tienen incógnita en el otro miembro
- 4) **Agrupar términos:** Sumamos en cada miembro los términos semejantes
- 5) **Despejar la incógnita**
- 6) **Simplificar el resultado** si fuese una fracción.

Ejemplos:

$$x - 1 = 8 \rightarrow x = 8 + 1 \rightarrow x = 9$$

$$2x - 2 + 6 - x = 8 \rightarrow 2x - x = 8 - 6 + 2 \rightarrow x = 4$$

$$2x - 1 = 7 \rightarrow 2x = 7 + 1 \rightarrow x = 8/2 \rightarrow x = 4$$

Reglas para resolver problemas de ecuaciones

1. *Lee el enunciado atentamente hasta comprenderlo*
2. *Anota los datos que nos dan*
3. *Anota lo que nos piden*
4. *Plantea el problema en forma de ecuación*
5. *Realiza las operaciones con claridad y limpieza*
6. *Anota la solución con sus unidades correspondientes*

1. **Resolver las siguientes ecuaciones:**

a. $2x - 6 = 8$

b. $12 + x = 0$

c. $8x + 36 = 2x$

d. $4 - 2x = 9 + 5x$

e. $5 + 2x = 15$

f. $5(5 - x) = 15$

g. $3(x - 6) = -5(2 - x)$

h. $1 - 2(x - 4) = 4x - 3(2 - 5x)$

i. $-4(x - 2) = 3(2 - x)$

j. $5x = -100$

2. **Resuelve la x:**

a. $x + 8 = 2 \cdot (x - 5)$

b. $x + 6 = 3x + 5 \cdot (x - 2) - 3$

c. $-2 \cdot (-3 - x) - 5 \cdot (x - 5) = 4x - 7x + 8$

d. $-2x + 8 \cdot (x - 1) - 4x = 3 \cdot (2x - 2)$

3. El padre de Ana tiene 5 años menos que su madre y la mitad de la edad de la madre es 23. ¿Qué edad tiene el padre de Ana?
4. Calcula un número que sumado a su anterior y a su siguiente suman 114.
5. En mi colegio entre alumnos y alumnas somos 624. Si el número de chicas supera en 36 al de chicos, ¿cuántos chicos y cuántas chicas hay?
6. Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?
7. Para una fiesta se han comprado 340 refrescos. De naranja hay el triple que de cola. De limón el doble que de cola menos 20 ¿Cuántos refrescos hay de cada clase?
8. Entre Ana y María tienen 270 €. Si Ana tiene el doble que María más 30 €, ¿cuánto tiene cada una?
9. Marta tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su madre. ¿Qué edad tiene la madre de Marta?
10. ¿Cuánto mide una cuerda si su tercera parte mide 200 metros?
11. Héctor guarda 25 euros en su hucha, que supone sumar una cuarta parte del dinero que ya había. ¿Cuánto dinero hay en la hucha?

12. Si Ana es 12 años menor que Eva y dentro de 7 años la edad de Eva es el doble que la edad de Ana, ¿qué edad tiene Eva?
13. Tres cestos contienen 575 manzanas. El primer cesto tiene 10 manzanas más que el segundo y 15 más que el tercero. ¿cuántas manzanas hay en cada cesto?
14. Un padre tiene 36 años y su hijo 10, ¿cuántos años tienen que pasar para que la edad del padre sea el doble de la del hijo?
15. La base de un rectángulo es doble que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30 cm?

- En general, las **ecuaciones de segundo grado** son aquellas donde la x aparece **elevada a 2** en alguno de sus términos.
- Las de segundo grado **completas** se representan de la siguiente forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde: a es el coeficiente que corresponde a la equis cuadrada
 b es el coeficiente que corresponde a la equis
 c : término independiente

- Para resolverlas aplicamos la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

- Las **incompletas** pueden ser de dos formas:

A. Sin el término independiente: $ax^2 + bx = 0$

Se resuelven sacando **factor común** la x .

B. Sin término de x : $ax^2 + c = 0$

Se resuelven **despejando** la x como raíz cuadrada.

1. Un cateto de un triángulo rectángulo es 5 unidades más largo que el otro cateto. La hipotenusa es una unidad más larga que dos veces el tamaño del cateto más pequeño. Encuentra las dimensiones del triángulo.
2. Calcula el tiempo que tarda una piedra en caer desde una altura de 100 metros.
3. Calcula la x :
 - a. $x^2 + x = 0$
 - b. $3x^2 + 6x = 0$
 - c. $x^2 - 25 = 0$
 - d. $2x^2 - 72x = 0$

2) Determina los lados de un rectángulo, sabiendo que su semiperímetro es 25m y su área es 150m^2 .

Sol: 15 cm y 10 cm

3) La edad de Liliana era hace 6 años la raíz cuadrada de la edad que tendrá dentro de 6 años. Determina la edad actual.

Sol: 10 años

4) El área de un rectángulo es 360 m^2 y el largo excede al ancho en dos unidades. Calcula el perímetro del rectángulo.

Sol: 76 m

5) Determinar las longitudes de los lados de un rectángulo si el lado mayor excede en 10 cm al menor y la diagonal mide 50 cm.

Sol: 30 cm y 40 cm

6) Un rectángulo mide 15 cm de largo y 8 cm de ancho. ¿En cuántos centímetros habría que disminuir, simultáneamente, el largo y el ancho para que la diagonal sea 4 cm menor?

Sol: 3 cm

7) Determina los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que las dimensiones de los tres corresponden a números naturales consecutivos.

Sol: 3, 4 y 5

8) La hipotenusa de un triángulo rectángulo es 25 metros y la suma de los catetos es 35 m ¿Cuánto miden los catetos?

Sol: 15 m y 20 m

9) La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 9 m más que uno de los catetos y 8 m más que el otro. Calcular los lados del triángulo.

Sol: 20 m, 21 m y 29 m

OPERACIONES COMBINADAS CON EQUIS

1) Realiza las siguientes operaciones:

a) $2x + x$

b) $x(x + 1)$

c) $x - (2x + 1)$

d) $x^2 + 2x - 1$

e) $x^2 - 1 = 0$

f) $2x + (x + 1) - (x - 1) = 4$

g) $3 - (2x + 1) - x + 2$

h) $3 - (2x + 1) - x + 2 = 0$

i) $4x - (2x + 1) = \frac{1}{2}$

j) $1 - (x - (2x + 1)) = 5$

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Vamos a ver como resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. A las incógnitas las vamos a llamar **x** e **y**. Para resolverlas vamos a utilizar varios métodos.

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Vamos a seguir los siguientes pasos:

- 1) *Despejamos una de las incógnitas. Lo mejor es despejar la que esté sola.*
- 2) *La sustituimos en la otra ecuación*
- 3) *Operamos y despejamos esta ecuación de primer grado*
- 4) *Sustituimos el valor hallado en la primera que hemos despejado*

Ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\}$$

- 1) *Despejamos la x:* $x = 6 - y$
- 2) *Sustituimos:* $(6 - y) - 2y = 0$
- 3) *Operamos:* $6 - 3y = 0 \rightarrow y = 2$
- 4) *Sustituimos en la x:* $x = 6 - 2 \rightarrow x = 4$

MÉTODO GRÁFICO

Ahora vamos a representar este sistema en los ejes coordenados. Para ello representamos cada una de las ecuaciones por separado. Cada ecuación es una función lineal y por tanto una recta y para representarla lo que se hace es despejar la y.

$$\left. \begin{array}{l} 1) \text{ Despejamos la y: } \\ y = 6 - x \\ y = x/2 \end{array} \right\}$$

- 2) *Ahora le damos valores a la x para obtener el valor correspondiente de la y.*

$$y = 6 - x \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & 0 & -1 & 5 \\ \hline y & 6 & 7 & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow$$

$$y = x/2 \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & 0 & 2 & -2 \\ \hline y & 0 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} \rightarrow$$

- 3) *Representamos:*



EJERCICIOS

1. Realiza los siguientes sistemas por el métodos de **sustitución**:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a. } x + 7y = 11 \\ 3x - 5y = 7 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b. } x + 7y = 23 \\ x - 5y = -13 \end{array} \right\}$$

2. Resuelve los sistemas por el **método gráfico**:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 11 \\ x - y = 3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ y = 3 - x \end{array} \right\}$$

3. La suma de dos números x e y es 11, y su diferencia es 3. Halla el valor de ambos números.
4. Dos pantalones y tres camisas valen 120 €. Tres pantalones y dos camisas valen 130 €. ¿Cuánto vale cada pantalón y cada camisa?
5. En un garaje, hay 25 vehículos entre coches y motos. El número total de ruedas sin contar las de repuesto es 80. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje?
6. En un corral hay 80 animales entre gallinas y conejos. El número de patas que hay en total es 220. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?
7. Resuelve:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + 2y = 10 \\ x - 3y = 6 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 9 \\ 2x + 5y = -13 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3 \\ 4x - y = 7 \end{array} \right\}$$

8. Se tienen 250 monedas de las cuales unas son de 2 céntimos de euro y otras de 5 céntimos de euro. Si en total suman 6,5 €, ¿cuántas monedas hay de cada tipo?

9. Resuelve por el método de reducción:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 2x + 3y = 31 \end{array} \right\}$$

10. Realiza los siguientes sistemas por reducción:

a.
$$\begin{array}{l} 2x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{array}$$

11. Jorge tiene en su cartera billetes de 10€ y 20€, en total tiene 20 billetes y 260€
¿Cuántos billetes tiene de cada tipo?