

Tema 01: Campo gravitatorio. HOJA DE EJERCICIOS 01

ACTIVIDADES

0101. Momento angular y leyes de Kepler.

A-1. Una partícula situada en el punto (0,0) de 0,5 kg de masa se mueve a lo largo del eje Y con una velocidad de 2 m/s. a) Calcula el momento angular de esta partícula respecto de los puntos (0,0), (4,0) y (3,5). b) Calcula el momento angular de la partícula anterior respecto de los citados puntos si su trayectoria es la bisectriz $y = x$.

A-2. Un planeta imaginario se mueve en una órbita elíptica de mucha excentricidad alrededor del Sol. Cuando está en el perihelio (posición más cercana del planeta respecto al Sol) su distancia al Sol es $4 \cdot 10^7$ km y cuando está en el afelio (posición más alejada) $15 \cdot 10^7$ km, si la velocidad en el perihelio es 1.000 km/s, calcula: a) La velocidad en el afelio. b) La velocidad areolar.

A-3 Comprueba la tercera ley de Kepler usando los datos de la siguiente tabla:

Planeta	Radio de la órbita	Periodo de revolución
Venus	$108,2 \cdot 10^9$ m	225 días
Saturno	$1427 \cdot 10^9$ m	29,5 años
Urano	$2869,6 \cdot 10^9$ m	84 años

A-4 La distancia media de Júpiter al Sol es de 5,20 Unidades Astronómicas (UA), en donde 1 UA = $1,50 \cdot 10^{11}$ m es la distancia media entre la Tierra y el Sol. ¿Cuál es el periodo de Júpiter?

A-4 En el exterior del Sistema Solar se detecta un nuevo planeta enano cuya distancia al Sol es el doble del radio de la órbita de Neptuno. Suponiendo que recorre una órbita circular, ¿cuánto tiempo tardará en dar la vuelta al Sol?

A-6 Teniendo en cuenta las leyes de Kepler, explica con ayuda de un dibujo en qué parte de su órbita alrededor del Sol (afelio o perihelio) se encuentra la Tierra en el invierno y en el verano si se cumple que en el hemisferio norte el periodo otoño-invierno dura seis días menos que el de primavera-verano.

0102. Teoría de la gravitación universal de Newton.

A-7. Tres masas puntuales, dos de 1 kg y una masa de 2 kg, se hallan situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 10 cm cada uno. La masa de 2 kg está libre en el vértice del ángulo recto. Las otras están fijas. ¿Con qué aceleración se moverá la masa de 2 kg debido a la fuerza gravitatoria ejercida por las otras dos? Sol: $4,72 \cdot 10^{-9}$ m/s².

A-8. Considerando circulares, en primera aproximación, las órbitas de los planetas y teniendo en cuenta que la fuerza centrípeta que actúa sobre los mismos sería debida, según Newton, a la atracción gravitacional por parte del Sol, deducir la relación entre el periodo de un planeta y su distancia al Sol. Compararla con el resultado experimental (3^a ley de Kepler).

A-9. Aplicando un método similar al de la actividad anterior, Newton dedujo el periodo de rotación de la Luna (L) alrededor de la Tierra (T). Los únicos datos de que disponía eran el radio de T (R_T) (unos 6370 km), la distancia T-L (60 R_T) y el valor de g (9,8 ms⁻²), que permiten obtener el valor del producto GM_T (cuyos valores respectivos eran desconocidos en la época de Newton). Realizar dicha deducción y comparar el resultado con el experimental.

0103. Concepto de campo. Campo gravitatorio. Intensidad de campo.

A-10. Calcula el campo gravitatorio que crean tres masas de 100 kg cada una situadas en los puntos (0,1), (3,0) y (0,0) en el punto (3,1). Las distancias se miden en metros. ¿Cuál será el valor de la fuerza resultante que actúa sobre una masa de 42 kg, colocada en dicho punto?

A-11. Dos masas puntuales, de 5 kg y 12 kg respectivamente, están separadas a 2 m de distancia. Se pide averiguar: A) El campo gravitatorio en un punto del segmento que las une, situado a 1,5 m de la masa de 5 kg. B) ¿En qué punto de dicho segmento se anula el campo gravitatorio que crean?

A-12. Suponga que un cuerpo se deja caer desde la misma altura sobre la superficie de la Tierra y de la Luna. Explique por qué los tiempos de caída serían distintos y calcule su relación. $M_T = 81 M_L$; $R_T = (11/3) R_L$.

0104. Fuerzas y campos conservativos. Energía potencial.

A-13. Mostrar que la expresión que nos da la variación de la energía potencial entre dos puntos $\Delta E_p = -GMm/r_2 + GMm/r_1$ es equivalente a $\Delta E_p = mg\Delta h$ para distancias pequeñas sobre la superficie

terrestre, siendo $\hat{u}h = r_2 - r_1$ y pudiendo considerarse $r_1 = R_T$ y $r_2 = R_T$. ¿Dónde estaría en este caso el origen de energías potenciales?

A-14. Calcula la velocidad con que llega al suelo una masa de 100 kg si se suelta desde una altura igual al radio de la Tierra. Considera despreciable el rozamiento del aire.

0105. Potencial gravitatorio. Representación de campos.

A-15. Calcula el campo gravitatorio y el potencial gravitatorio que crean dos masas de 700 kg situadas en los puntos (-3,2) y (0,4), en el punto (3,1). Las distancias se miden en metros. ¿Cuál será el valor de la fuerza resultante que actúa sobre una masa de 100 kg, colocada en dicho punto?

A-16. Calcula: a) el potencial gravitatorio creado por una masa puntual de 4000 kg a una distancia de 5 m y a una distancia de 20 m. b) El trabajo que realizan las fuerzas del campo para trasladar una masa de 0,8 kg desde el primer punto hasta el segundo.

0106. Teorema de Gauss. Campo gravitatorio terrestre.

A-17. Calcula el flujo del campo gravitatorio de una masa puntual de $4,5 \cdot 10^8$ kg a través de una superficie esférica de 150 km de radio centrada en la masa.

A-18. ¿A qué altura respecto a la superficie terrestre, el valor de g es la cuarta parte del que tiene en ella? Compara la energía potencial en el punto calculado con la energía potencial en la superficie.

A-19. Si la masa de un cuerpo es de 15 kg ¿qué señalarían una balanza y un dinamómetro en un punto situado 8000 m de altura sobre el nivel del mar? (Toma $g_0 = 9,806$ N/kg)

A-20. La masa de la Luna es aproximadamente $7,36 \cdot 10^{22}$ kg y su radio $1,74 \cdot 10^6$ m. Calcular: a) El valor de la distancia que recorrería una partícula en un segundo de caída libre hacia la Luna, si se abandona en un punto próximo a su superficie. b) En la superficie terrestre, al colocar un cuerpo en un platillo de una balanza y en el otro pesas por valor de 23,25 g, se consigue el equilibrio. ¿Qué pesas tendríamos que utilizar para equilibrar la balanza con el mismo cuerpo, en la Luna?

0107. Movimiento de planetas y satélites.

A-21. Fobos, satélite de Marte, posee un periodo de revolución de 27.540 s y una órbita de $9,4 \cdot 10^6$ m de radio medio. Calcula la masa de Marte.

A-22. Un satélite gira alrededor de la Tierra con una velocidad de $7,78 \cdot 10^3$ m/s. ¿A qué distancia se encuentra del centro de la Tierra? ¿Cuál es su periodo de revolución?

A-23. Un satélite que gira en el sentido de rotación de nuestro planeta y con la misma velocidad angular que él, parece fijo sobre un punto del ecuador y se llama satélite geoestacionario. ¿Por qué un satélite geoestacionario tiene que estar sobre el ecuador? Calcula la altura a la que debe situarse un satélite geoestacionario.

0108. Velocidad de escape. Tipos de trayectorias según la energía.

A-24. La Estación Espacial Internacional gira alrededor de la Tierra en una órbita que consideramos circular, a una altura de 380 km sobre la superficie terrestre. Calcular: A) La velocidad lineal de la Estación y su periodo. B) La energía mínima necesaria para colocar en esa órbita una masa de 1 kg partiendo de un punto de la superficie terrestre. (Sin tener en cuenta la velocidad de rotación de la Tierra) C) La velocidad de escape desde esa órbita.

A-25. ¿Qué es la velocidad de escape? ¿Cómo se calcula la velocidad de escape? Demuestra la fórmula correspondiente. Calcula la velocidad de escape para un punto situado a 50 km sobre la superficie de la Tierra.

A-26. Un objeto de 5 kg de masa posee una energía potencial gravitatoria de $-3 \cdot 10^6$ J cuando se encuentra a cierta distancia de la Tierra. A) Si describe una órbita circular, calcula: su energía mecánica, su velocidad y la distancia ala que se encuentra de la superficie terrestre. B) Si a esa distancia se mueve a una velocidad de 18 km/h, ¿Cuál sería su energía mecánica? ¿Qué tipo de trayectoria describiría?

EJERCICIOS DEL TEMA

VERDADERO o FALSO

A) "Los cuerpos en el campo gravitatorio terrestre se mueven siempre en el sentido de los potenciales decrecientes."

B) "Dos satélites idénticos están en órbita alrededor de la Tierra, siendo el de mayor velocidad el que tiene mayor radio."

C) "El planeta más cercano al Sol tiene el periodo de revolución más corto alrededor del Sol"

D) "La velocidad orbital de un satélite es mayor cuanto mayor es su periodo de revolución"

E) "La velocidad de escape de un cuerpo que despega de la superficie de un planeta, depende

directamente de la masa de dicho cuerpo."

F) "La intensidad del campo gravitatorio aumenta con la altura."

G) "La fuerza responsable de que caiga una manzana tiene el mismo origen que la fuerza que hace moverse a la Luna en círculo alrededor de la Tierra."

H) "La velocidad orbital de un satélite es mayor cuanto mayor es su periodo de revolución"

I) "El periodo de revolución de un satélite es tanto menor cuanto mayor es la altura de su órbita"

J) "La intensidad del campo gravitatorio en la superficie terrestre aumenta del ecuador a los polos."

K) "Al pasar cerca de un gran edificio puede sentirse su atracción gravitatoria."

CUESTIONES

1. Suponer conocida la distancia de la Tierra a la Luna (d) y el periodo de revolución de ésta (T). Con esos datos, estimar la masa de la Tierra. ¿Se necesita algún otro dato?

2. Calcular la masa de un planeta que tiene un satélite.

3. Un objeto (por ejemplo un cometa recientemente descubierto) entra en el sistema solar y en su recorrido pasa alrededor del Sol. ¿Cómo podemos averiguar si dicho objeto regresará muchos años después o si nunca volverá?

4. Dos satélites artificiales de masa m_0 y $2m_0$ describen órbitas circulares del mismo radio $r = 2R_T$, siendo R_T el radio de la Tierra. Calcular la diferencia de energías mecánicas de ambos satélites.

5. Calcula la velocidad con que llega a la superficie de la Tierra un cuerpo que se suelta a una distancia muy grande (puede considerarse infinita) del centro de la Tierra. El resultado da de forma aproximada la velocidad con la cuál un meteorito choca con la superficie de la Tierra.

6. Un planeta tiene un radio que es tres veces mayor que el de otro. Si la densidad de ambos es la misma, ¿en cuál de los dos es mayor el peso de un mismo cuerpo? ¿Cómo afecta esto a la masa de un cuerpo?

7. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) Si se redujese el radio de la órbita de la Luna en torno a la Tierra, ¿aumentaría su velocidad orbital? b) ¿Dónde es mayor la velocidad de escape, en la Tierra o en la Luna?

8. Suponga que la masa de la Tierra se duplicara. a) Calcule razonadamente el nuevo periodo orbital de la Luna suponiendo que su radio orbital permaneciera constante. b) Si, además de duplicarse la masa terrestre, se duplicara su radio, ¿cuál sería el valor de g en la superficie terrestre? DATO: Radio orbital de la Luna : $3,8 \cdot 10^8$ m.

PROBLEMAS

1. Calcula el momento angular de la Tierra respecto al Sol, y el de un electrón alrededor del núcleo en un átomo de hidrógeno. En ambos casos suponer por simplicidad que la órbita es circular. (Radio de la órbita del electrón: $5,29 \cdot 10^{-11}$ m; velocidad angular $4,13 \cdot 10^{16}$ s⁻¹.)

2. Un satélite de la Tierra de masa m describe una órbita elíptica. Las distancias máxima y mínima a la superficie de la Tierra son 2.600 y 350 km respectivamente. Si la velocidad máxima del satélite es de 26.000 km/h, hallar la velocidad de dicho satélite en los dos puntos de máximo y mínimo acercamiento.

3. La distancia máxima de la Tierra al Sol es $1,521 \cdot 10^{11}$ m y su máxima aproximación es $1,471 \cdot 10^{11}$ m. La velocidad orbital de la Tierra en el perihelio es $3,027 \cdot 10^4$ m/s. Calcula: A) La velocidad orbital en el afelio. B) La velocidad areolar de la Tierra.

4. Deducir la distancia que separa el Sol de Júpiter, sabiendo: a) el tiempo que tarda Júpiter en dar una vuelta alrededor del Sol es 12 veces mayor que el que tarda la Tierra; b) la distancia de la Tierra al Sol es $1,5 \cdot 10^{11}$ m.

5. La Luna dista de la Tierra 384.000 km y su periodo de revolución alrededor de ésta es 27,32 días. ¿Cuál sería su periodo de revolución si se encontrase a 100.000 km de la Tierra?

6. La distancia entre los centros de la Tierra y la Luna es de unos $3,84 \cdot 10^5$ km. La masa de la Luna es 0,012 veces la de la Tierra. Calcular en qué punto, entre la Tierra y la Luna, un objeto se encontraría en equilibrio debido a la atracción de ambos astros. ¿Es estable o inestable el equilibrio? 1. Un meteorito se encuentra inicialmente en reposo a una distancia igual a seis veces el radio de la Tierra sobre la superficie. ¿Con qué velocidad llegaría a la superficie terrestre, si prescindimos del rozamiento con la atmósfera?

7. Un satélite de masa 450 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular situada a $6,83 \cdot 10^6$ m por encima de su superficie. Hallar a) la energía potencial, b) la energía cinética y c) la energía total del satélite.

- 8.** Encontrar el valor del campo gravitatorio en la superficie de Júpiter, cuya masa es 300 veces la de la Tierra, y su radio 11 veces mayor que el terrestre.
- 9.** Si por alguna causa interna, la Tierra redujese su radio a la mitad manteniendo su masa, a) ¿Cuál sería la intensidad de la gravedad en su nueva superficie? b) ¿Se modificaría sustancialmente la órbita alrededor del Sol? c) ¿Cuál sería la nueva duración, en horas, del día? Justifíquese la respuesta.
- 10.** Calcular la aceleración de la gravedad en la superficie del Sol, de la Luna y de Marte. Radio del Sol = $6,96 \cdot 10^8$ m, radio de la Luna = $1,74 \cdot 10^6$ m, radio de Marte = $3,32 \cdot 10^6$ m, masa del Sol = $1,98 \cdot 10^{30}$ kg, masa de la Luna = $7,34 \cdot 10^{22}$ kg y masa de Marte = $6,40 \cdot 10^{23}$ kg.
- 11.** Encontrar hasta que altura sobre la superficie terrestre tendremos que elevarnos para que el valor del campo gravitatorio se reduzca en un 20 %.
- 12.** El valor promedio del radio terrestre es 6.370 km. Calcular la intensidad del campo gravitatorio: a) en un punto situado a una altura igual a la mitad del radio terrestre; b) a una altura doble de la anterior.
- 13.** El vehículo espacial Apolo 8 estuvo en órbita circular alrededor de la Luna 113 km por encima de su superficie. Calcula: a) El periodo del movimiento. b) Las velocidades lineal y angular del vehículo. c) La velocidad de escape de la atracción lunar desde esa posición. DATOS: masa de la Luna = $7,36 \cdot 10^{22}$ kg y radio de la Luna = 1740 km.
- 14.** Calcula el campo gravitatorio y el potencial gravitatorio creado por dos masas puntuales de 10^9 kg cada una, separadas 2 km en el punto medio del segmento que las une.
- 10.** Un satélite de 300 kg de masa se mueve en una órbita circular a $5 \cdot 10^7$ m por encima de la superficie terrestre. Calcula la fuerza de gravedad que actúa sobre el satélite, las velocidades lineal y angular con que se mueve y el periodo con que orbita.
- 11.** Suponer que se realiza un aterrizaje en un planeta de otro sistema solar que tiene la misma densidad que la Tierra, pero su radio es 10 veces el de la Tierra. ¿Cuál sería su peso en ese planeta en comparación con el que tiene en la Tierra?
- 12.** Dos masas de 5 y 10 kilogramos están situadas en los puntos (0,3) y (4,0) m, respectivamente. A) Calcule el campo gravitatorio en el punto (4,3) y represéntelo gráficamente. B) Determine el trabajo necesario para trasladar una masa de 2 kg desde el punto (4,3) hasta el punto (0,0) m.
- 13.** El 19 de octubre de 2006 se lanzó un nuevo satélite de la familia Meteosat, el MetOp-A. Este satélite tiene una masa de 4085 kg y describe una órbita polar (órbita que pasa por los polos y es perpendicular al plano del ecuador) a una altura de 800 km sobre la superficie de la Tierra. Calcule: A) A qué velocidad orbita. B) Cuántas veces pasa por el Polo Norte diariamente. C) Cuánto vale su energía mecánica.
- 14.** Un satélite de 300 kg de masa se mueve en una órbita circular a $5 \cdot 10^7$ m por encima de la superficie terrestre. Calcula la fuerza de gravedad que actúa sobre el satélite, las velocidades lineal y angular con que se mueve y el periodo con que orbita.
- 15.** Dos masas iguales de 1.000 kg cada una están separadas 3 m. Calcular: a) La fuerza con que se atraen. b) El valor del campo a 1 m de una de ellas en la recta que las une. c) El potencial en ese punto. d) La energía potencial del sistema.
- 16.** Cuatro masas puntuales de 100 g están situadas en los vértices de un cuadrado de 40 cm de lado. Si giran en torno a un eje perpendicular al cuadrado y que pasa por su centro, a razón de 600 rpm, calcula su energía cinética.
- 17.** La velocidad de escape. ¿Qué es la velocidad de escape? ¿Cómo se calcula la velocidad de escape? Demuestra la fórmula correspondiente. Calcula la velocidad de escape para un punto situado a 50 km sobre la superficie de la Tierra.
- 18.** Calcula la intensidad del campo gravitatorio que crean dos masas de 1000 y 2000 kg situadas en los puntos (0,4) y (2,3) respectivamente, en el origen de coordenadas. Las coordenadas se miden en metros.
- 19.** Calcula el campo gravitatorio y el potencial gravitatorio creado por dos masas puntuales de 10^9 kg cada una, separadas 2 km en el punto medio del segmento que las une.
- 20.** Dos masas de 4 y 10 kg se encuentran separadas 1 m de distancia. Calcula la posición del punto del segmento que las une en el que se anula el campo creado por ambas. Calcula el potencial gravitatorio en dicho punto.
- 21.** Calcula cómo varía la intensidad del campo gravitatorio (g) al elevarnos 10000 m sobre la superficie terrestre. ¿Hasta qué altura sobre la superficie terrestre deberíamos ascender para que la aceleración de la gravedad se reduzca en un 10 %?