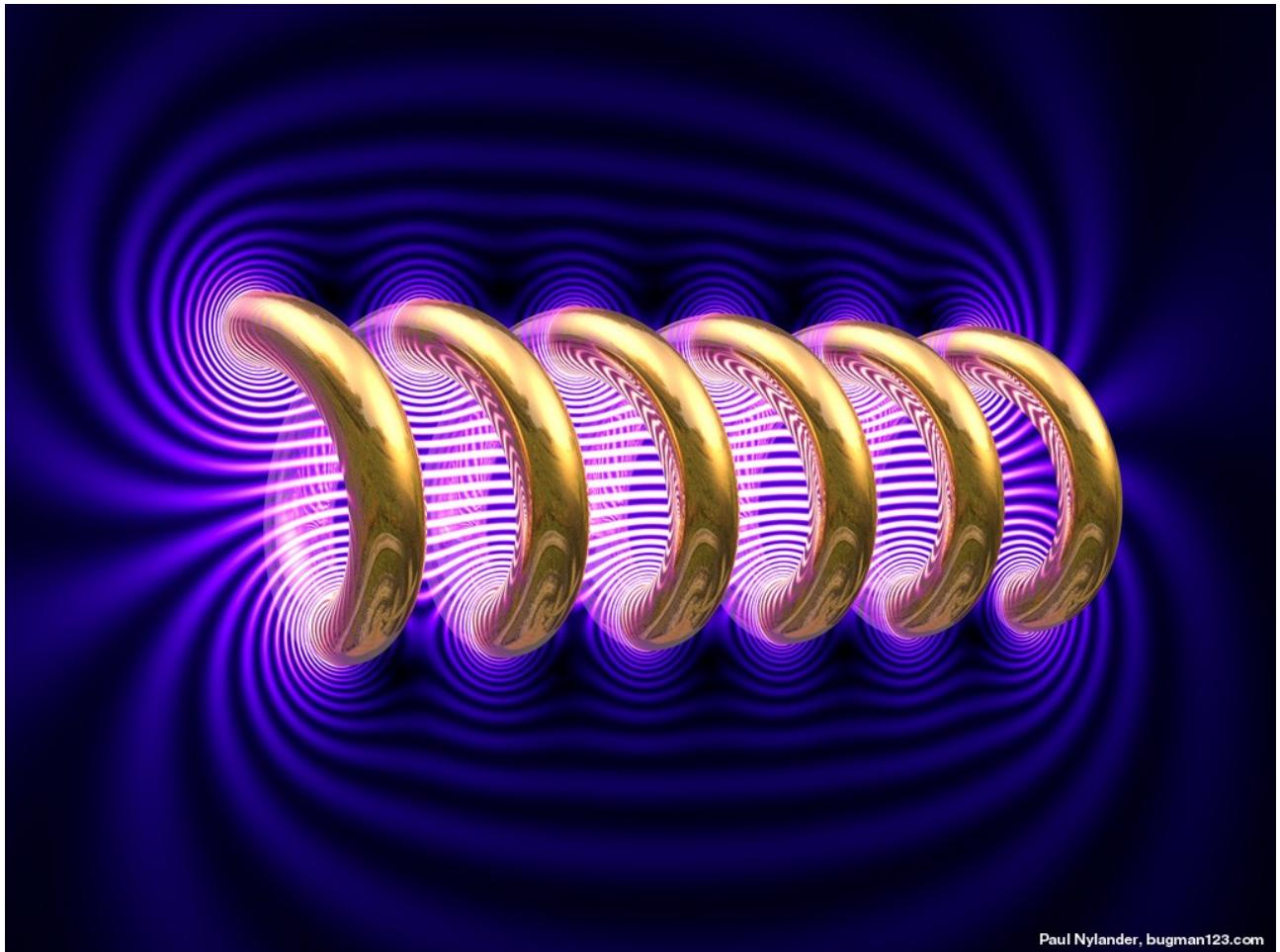


Tema 03: Campo magnético.



Paul Nylander, bugman123.com

0301. Campo magnético. Fuerza de Lorentz.

El magnetismo se conoce desde la antigüedad debido a la existencia de los imanes naturales, especialmente la magnetita. Según la tradición un pastor de la región de Magnesia (Asia Menor) acercó la punta de hierro de su bastón a una piedra de magnetita y comprobó que el hierro era atraído. Entre los siglos XI y XII se extendió el uso de la brújula en la navegación, ya que permitía la orientación precisa incluso en caso de muy mal tiempo. La explicación científica del funcionamiento de la brújula se consiguió en 1600 cuando Gilbert sugirió la hipótesis de que la Tierra es un gran imán con sus polos magnéticos cerca de sus polos geográficos. Los imanes se comportan de forma similar a las cargas eléctricas, existiendo una fuerza de atracción entre polos magnéticos de distinto nombre y de repulsión entre polos de igual nombre. La fuerza es proporcional al inverso del cuadrado de la distancia.

Sin embargo los polos magnéticos no pueden aislarse y ello introduce una diferencia fundamental entre ambos campos. Las líneas de campo magnéticas son parecidas a las del campo eléctrico y por convenio salen del polo norte y van al polo sur. Ello hizo que tuviera que abandonarse la pretensión de encontrar una ecuación similar a las de Newton y Coulomb para la fuerza magnética.

Pronto se descubrió que el magnetismo estaba íntimamente relacionado con los fenómenos eléctricos. El físico danés Oersted en 1819 colocó una brújula cerca de un hilo conductor. Al hacer circular una corriente eléctrica por el hilo, la brújula se orientó perpendicularmente al hilo. El efecto desaparecía al cortar la corriente. Ello parecía indicar que las cargas eléctricas en movimiento producen efectos similares a los imanes.

Ello parece indicar que las fuerzas magnéticas podrían ser producidas por la interacción de cargas eléctricas en movimiento. Para estudiar esta interacción aceptamos que toda carga en movimiento crea a su alrededor cierto campo magnético que se detecta al colocar otra carga en movimiento cerca de ella.

Supongamos que en cierta región del espacio existe un campo magnético B uniforme. Podemos colocar una carga en distintas posiciones y analizar la fuerza que actúa sobre ella. Se observa que:

- Si la carga está en reposo no actúa ninguna fuerza sobre ella.
- Si la carga se mueve con velocidad v aparece una fuerza sobre ella con las siguientes características:
 - Es proporcional a la carga y su sentido se invierte al cambiar el signo de la carga.
 - Es perpendicular a la velocidad.
 - Su módulo depende de la dirección de la velocidad, siendo nula en una dirección y máxima en su perpendicular.

Al ser la fuerza perpendicular a la velocidad continuamente, modifica únicamente la dirección de la velocidad manteniendo constante el módulo.

Todas estas observaciones pueden englobarse en la siguiente expresión matemática:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

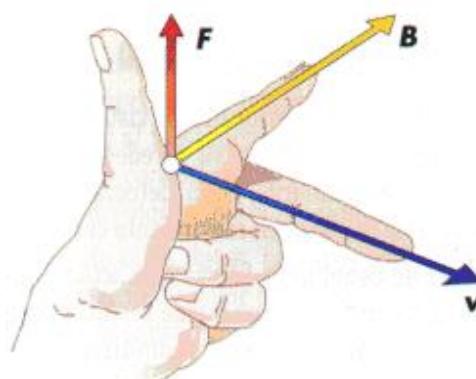
F es la fuerza de origen magnético que actúa sobre una carga, q es el valor de la carga, v la velocidad y B es el campo magnético o inducción magnética.

Esta expresión se conoce como **fuerza de Lorentz**. Se observa que cuando la velocidad es paralela al campo no aparece fuerza sobre ella. La fuerza es máxima cuando v y B son perpendiculares. El sentido del campo B se determina aplicando la **regla de la mano izquierda**:

(F = pulgar; v = corazón; B = índice).

La unidad de B en el S. I. Es el $N \cdot s / C \cdot m$ que recibe el nombre de **Tesla** (T). También se utiliza otra unidad llamada **Gauss**: $1 T = 10^4$ gauss.

El campo magnético se representa mediante líneas de campo que cumplen las siguientes



condiciones:

- Son tangentes al vector campo en cada punto.
- La densidad de líneas en una región es proporcional al módulo de B en esa región.
Estas líneas de campo se diferencian de las líneas de los campos eléctrico y gravitatorio en:
 - ❖ Son líneas cerradas que no tienen ni principio ni fin.
 - ❖ No indican la dirección de la fuerza que es perpendicular al campo magnético.

Movimiento de cargas en campos magnéticos

La fuerza de Lorentz es perpendicular a la velocidad y hace que la trayectoria de las partículas cargadas se curve; no cambia el módulo de la velocidad ni su energía cinética; es una fuerza centrípeta y produce un movimiento circular uniforme. El radio de curvatura de la trayectoria de una partícula que entra en un campo magnético perpendicularmente a él es:

$$mv^2/R = q v B \quad R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

El sentido de la trayectoria nos puede permitir conocer el signo de la carga.

Si la carga penetra en la dirección del campo magnético no se desvía.

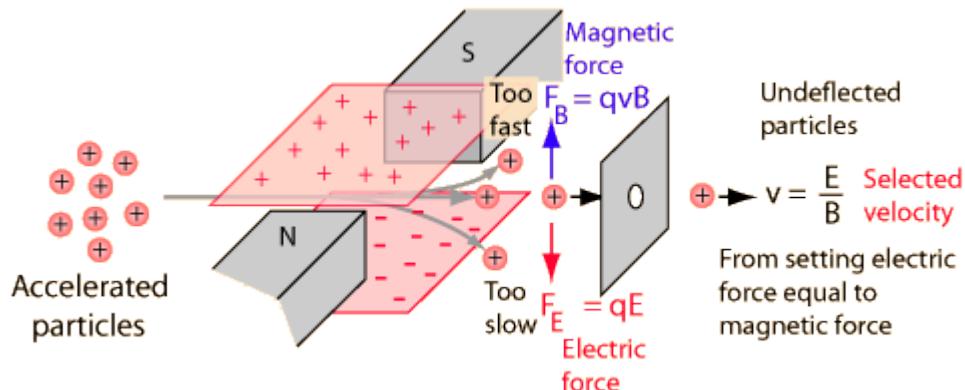
Si penetra formando un ángulo comprendido entre 0° y 90° , describe una trayectoria en forma de hélice (composición de un movimiento circular uniforme con un movimiento rectilíneo uniforme). La componente paralela al campo no cambia y la perpendicular produce un movimiento circular.

Si la partícula disminuye su velocidad (debido al rozamiento, por ejemplo), su trayectoria sería una espiral y acabaría deteniéndose.

Un ejemplo interesante es el movimiento de partículas (iones positivos) que inciden sobre la Tierra procedentes del espacio exterior (rayos cósmicos). Los que inciden en la dirección del eje magnético no sufren desviación y llagan a la Tierra, las que entran oblicuamente siguen una trayectoria helicoidal.

0302. Aplicaciones de la fuerza de Lorentz.

EL SELECTOR DE VELOCIDADES



La fuerza magnética sobre una partícula cargada que se mueve en el interior un campo magnético uniforme puede equilibrarse por una fuerza electrostática si se escogen adecuadamente los valores y direcciones de los campos magnético y eléctrico. Puesto que la fuerza eléctrica tiene la dirección del campo eléctrico (en el caso de partículas positivas) y la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético, los campos eléctrico y magnético deben ser perpendiculares entre sí, para que se contrarresten estas fuerzas.

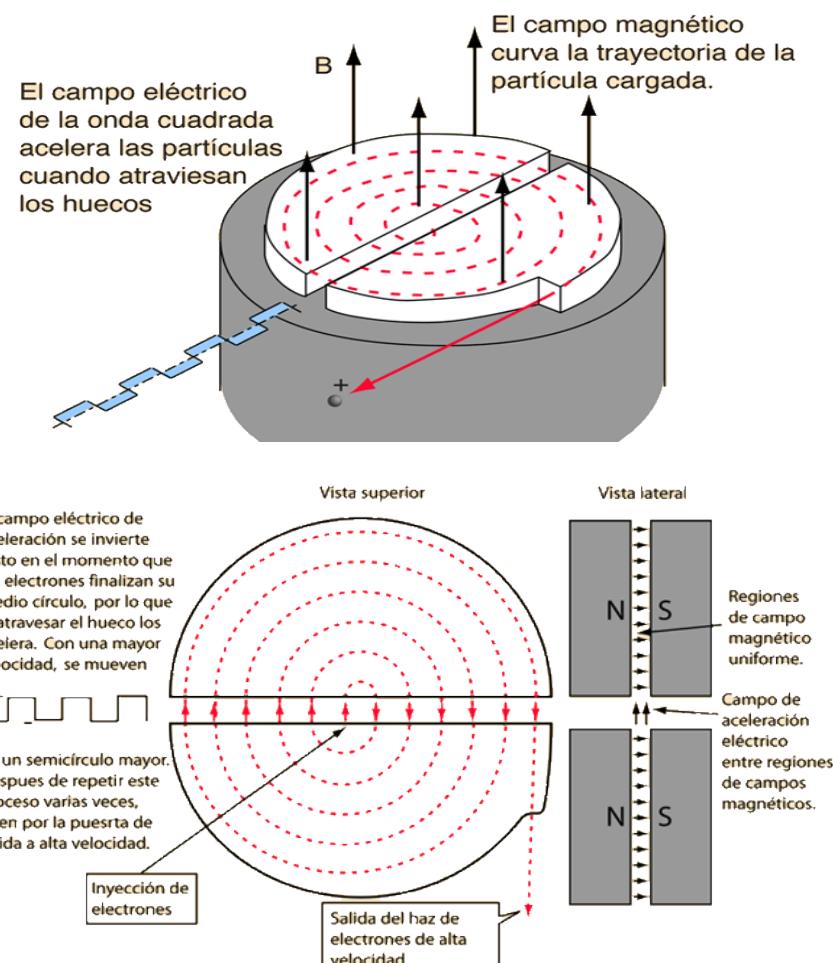
La figura muestra una región del espacio entre las placas de un condensador en el cual existe un campo eléctrico y un campo magnético perpendicular. Una disposición de campos perpendiculares como ésta se denomina campos cruzados. Consideraremos una partícula de carga q que entra en este espacio procedente de la izquierda. Si q es positiva, la fuerza eléctrica de magnitud qE está dirigida hacia abajo y la fuerza magnética de magnitud qvB está dirigida hacia arriba. Si la carga es negativa, estarán invertidas ambas fuerzas. Las dos fuerzas se equilibrarán si $qE=qvB$, o sea, $v = E / B$. Para determinadas magnitudes de los campos eléctrico y magnético, las fuerzas se equilibrarán sólo para partículas cuya velocidad sea la dada por la ecuación anterior. Cualquier partícula con esta velocidad, independientemente de su masa o carga, atravesará el espacio sin desviarse. Una partícula de

velocidad mayor se desviará en el sentido de la fuerza magnética y otra de velocidad menor se desviará en el sentido de la fuerza eléctrica. Un dispositivo de campos de esta forma se denomina por ello, selector de velocidades.

EL CICLOTRÓN

Los campos magnéticos también se utilizan para controlar las trayectorias de las partículas en los aceleradores de partículas. Un caso importante es el ciclotrón.

Un ciclotrón es un tipo de acelerador de partículas. El método directo de acelerar iones utilizando la diferencia de potencial presentaba grandes dificultades experimentales asociados a los campos eléctricos intensos. El ciclotrón evita estas dificultades por medio de la aceleración múltiple de los iones hasta alcanzar elevadas velocidades sin el empleo de altos voltajes. La mayoría de los actuales aceleradores de partículas de alta energía descenden del primer ciclotrón de protones de 1 MeV construido por Ernest O. Lawrence y M. S. Livingstone en Berkeley (California, EE. UU.).



El ciclotrón consta de dos placas semicirculares huecas, que se montan con sus bordes diamatrales adyacentes dentro de un campo magnético uniforme que es normal al plano de las placas y se hace el vacío. A dichas placas se les aplican oscilaciones de alta frecuencia que producen un campo eléctrico oscilante en la región diametral entre ambas. Como consecuencia, durante un semicírculo el campo eléctrico acelera los iones, formados en la región diametral, hacia el interior de uno de los electrodos, llamados des, donde se les obliga a recorrer una trayectoria circular mediante un campo magnético y finalmente aparecerán de nuevo en la región intermedia. El campo magnético se ajusta de modo que el tiempo que se necesita para recorrer la trayectoria semicircular dentro del electrodo sea igual al semiperíodo de las oscilaciones. En consecuencia, cuando los iones vuelven a la región intermedia, el campo eléctrico habrá invertido su dirección y los iones recibirán entonces un segundo aumento de la velocidad al pasar al interior de la otra 'de'.

Como los radios de las trayectorias son proporcionales a las velocidades de los iones, el tiempo que se necesita para el recorrido de una trayectoria semicircular es independiente de sus velocidades. Por

consiguiente, si los iones emplean exactamente medio ciclo en una primera semicircunferencia, se comportarán de modo análogo en todas las sucesivas y, por tanto, se moverán en espiral y en resonancia con el campo oscilante hasta que alcancen la periferia del aparato.

Su energía cinética final será tantas veces mayor que la que corresponde al voltaje aplicado a los electrodos multiplicado por el número de veces que el ion ha pasado por la región intermedia entre las 'des'.

Una partícula cargada describe una semicircunferencia en un campo magnético uniforme. La fuerza sobre la partícula viene dada por el producto vectorial $F_m = q \cdot (v \times B)$ (q : carga, v , B : vectores velocidad y campo magnético). Su módulo es $F_m = q \cdot v \cdot B$, su dirección radial hacia el centro de la circunferencia. Aplicando la segunda ley de Newton al movimiento circular uniforme, obtenemos el radio de la circunferencia.

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

El tiempo que tarda en dar media vuelta es por tanto, independiente del radio de la órbita.

$$T_{1/2} = \frac{\pi m}{q B}$$

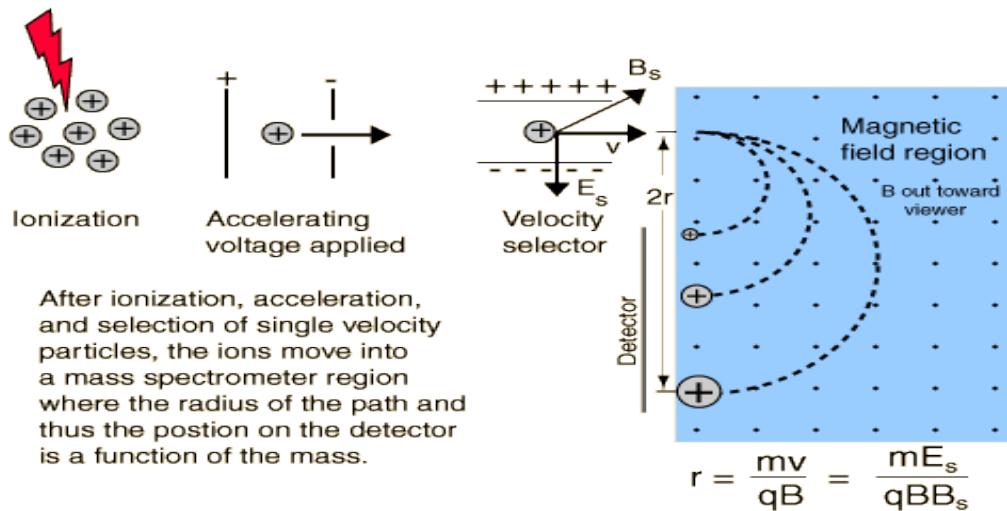
Aceleración del ion

El ion es acelerado por el campo eléctrico existente entre las des. Incrementa su energía cinética en una cantidad igual al producto de su carga por la diferencia de potencial existente entre las des.

Cuando el ion completa una semicircunferencia en el tiempo constante $T_{1/2}$, se invierte la polaridad por lo que el ion es nuevamente acelerado por el campo existente en la región intermedia. El ion de nuevo, incrementa su energía cinética en una cantidad igual al producto de su carga por la diferencia de potencial existente entre las des.

La energía final del ion es nqV , siendo n el número de veces que el ion pasa por la región entre las des.

EL ESPECTRÓMETRO DE MASAS



Otra aplicación es el espectrógrafo de masas que sirve para separar partículas con distinta relación carga/masa.

Un espectrómetro de masas es un dispositivo que se emplea para separar iones dentro de una muestra que poseen distinta relación carga/masa. La mezcla puede estar constituida por distintos isótopos de una misma sustancia o bien por distintos elementos químicos.

Existen distintos modelos de espectrómetros. En la figura anterior se ha representado un esquema de su principio de funcionamiento.

Todos los elementos del espectrómetro deben estar en el interior de una cámara de vacío. La muestra gaseosa se ioniza mediante un haz de electrones. Los iones positivos son acelerados por un campo

eléctrico. Entre las placas aceleradoras existe un campo eléctrico, por lo que los iones experimentarán una fuerza dada por:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

donde q es la carga de los iones positivos.

A continuación suele existir un selector de velocidades., que dirige el haz de iones hacia una zona del espacio donde existe un campo magnético B . La fuerza que el campo magnético hace sobre una carga es:

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

que es perpendicular al campo magnético y al vector velocidad de la carga (en este caso, de los iones positivos).

Como la fuerza (representada en verde en la figura) es perpendicular a la trayectoria de los iones, éstos tendrán aceleración normal, y se desviaran describiendo una trayectoria curva.

$$\text{Utilizando la segunda ley de Newton, } qvB = ma_n = m \frac{v^2}{r} \quad r = \frac{mv}{qB}$$

Para un valor fijo de la velocidad y del módulo del campo magnético, cuanto menor sea el cociente m/q menor será el radio de curvatura r de la trayectoria descrita por los iones, y por tanto su trayectoria se deflectará más.

Si la muestra está constituida por isótopos del mismo elemento, todos tendrán la misma carga, pero los que sean más pesados se deflectarán menos.

Por tanto, haces de iones de distinta relación carga/masa llegarán a puntos diferentes de un detector, y, en función de la intensidad de las señales que dejan, se determina la abundancia relativa de cada tipo.

El primer espectrómetro de masas fue desarrollado en la década de 1920 por el físico inglés Francis William Aston, y recibió en 1922 el Premio Nobel de Química por su desarrollo.

0303. Campos magnéticos creados por cargas y corrientes.

A) Campo magnético creado por un elemento de corriente. Ley de Biot y Savart

Se llama elemento de corriente a una pequeña porción de un conductor, de longitud dl y por el que circula una corriente I . Habitualmente se da un carácter vectorial a dl dotándole de la misma dirección y sentido que tenga la intensidad de la corriente que circula por el conductor.

El campo magnético $d\vec{B}$ creado por un elemento de corriente en un punto del espacio viene dado por la ley de Biot y Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

μ = constante de proporcionalidad que depende del medio considerado y que recibe el nombre de permeabilidad magnética. Su valor en el vacío es: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ U.I.

I es la intensidad de la corriente.

dl es un elemento de corriente.

u_r es un vector unitario en la dirección de la recta que une el elemento de corriente y el punto, y con sentido del elemento al punto.

r es la distancia desde el elemento de corriente hasta el punto.

El módulo de este campo vendrá dado por:

$$dB = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2}$$

Para calcular el campo creado por un conductor en un punto del espacio se integra esta expresión.

B) Campo magnético creado por una carga en movimiento

Una carga Q que se mueve con una velocidad v crea a su alrededor un campo magnético.

$$\text{Como: } I \cdot d\vec{l} = \frac{q}{dt} \cdot d\vec{l} = q \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = q \cdot \vec{v}$$

El campo magnético en un punto situado a una distancia r de la carga viene dado por la expresión:

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{q \cdot \vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

C) Campo magnético creado por una corriente circular (espira) en su centro.

El módulo del campo magnético se calcula fácilmente integrando la expresión de Biot y Savart, obteniéndose para el módulo del campo magnético:

$$B = \frac{\mu I}{2 \cdot R}$$

El sentido puede determinarse por la regla de la mano derecha.

D) Campo magnético creado por una corriente rectilínea indefinida.

El módulo del campo magnético en un punto cualquiera se obtiene fácilmente del teorema de Ampère y viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

E) Campo magnético creado por un solenoide o bobina.

Un **solenoide** es un conjunto de espiras. El campo resultante es mayor cuantas más espiras haya por unidad de longitud. En un punto del interior del solenoide lo suficientemente alejado de los extremos el campo magnético es:

$$B = \frac{\mu \cdot I \cdot N}{L}$$

El solenoide es un dispositivo usado para obtener en su interior campos magnéticos intensos y prácticamente uniformes. Los solenoides pueden ver amplificado su efecto por introducción de una barra de un material ferromagnético entre sus espiras. En este caso se llama **electroimán**.

0304. Acción de campos magnéticos sobre corrientes.

A) Acción sobre un elemento de corriente.

Una corriente eléctrica no es más que un conjunto de cargas en movimiento.

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = I \cdot t(\vec{v} \times \vec{B}) = I(\vec{L} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \times \vec{B})$$

siendo t un vector cuyo módulo es la longitud del conductor y cuyo sentido es el de la corriente.

B) Acción sobre una espira.

Sobre una espira situada en un campo magnético aparece un momento de un par de fuerzas que provoca el giro de la espira hasta que ésta queda perpendicular al campo. Dicho momento viene dado por:

$$\vec{M} = I \cdot \vec{S} \times \vec{B} \quad \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

Siendo m el momento magnético de la espira definido como: $\vec{m} = I \cdot \vec{S}$

Si en lugar de una espira tenemos una bobina o solenoide formado por N espiras, el momento magnético viene dado por: $\vec{m} = N \cdot I \cdot \vec{S}$

C) Fuerzas entre corrientes paralelas.

Ambas corrientes crean a su alrededor un campo magnético que produce una fuerza sobre cada una de ellas. Consideraremos dos corrientes rectilíneas e indefinidas, paralelas y del mismo sentido. El campo creado por cada una de las corrientes viene dado por:

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Sobre la otra corriente aparece una fuerza $\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$. El módulo de esta fuerza por unidad de longitud valdrá:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Estas fuerzas actúan sobre ambos conductores haciendo que dos conductores rectilíneos y paralelos por los que circulan corrientes del mismo sentido se atraigan; y en caso contrario se repelan.

Este fenómeno se utiliza para definir el **amperio** (A) como la intensidad de corriente que circulando por dos conductores rectilíneos, paralelos, separados una distancia de 1 metro hace que entre ellos haya una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de conductor.

0305. Comportamiento de la materia en campos magnéticos.

Toda la materia está formada por cargas móviles que son los electrones que al girar alrededor del núcleo producen minúsculos campos magnéticos cuya resultante puede producir un magnetismo exterior estable.

Los campos magnéticos que producen los electrones se llaman **dipolos magnéticos** y se deben tanto al movimiento orbital del electrón como a la rotación del mismo (spin).

En la mayoría de las sustancias estos dipolos magnéticos están orientados al azar y cancelan sus efectos. En las sustancias imantadas o colocadas en un campo magnético los dipolos se orientan en mayor o menor grado.

Según su comportamiento magnético podemos clasificar las sustancias en:

- Sustancias diamagnéticas** (Au, Ag, Pb, Cu, H₂O): su permeabilidad magnética es ligeramente inferior a la del vacío y por tanto el campo magnético en su interior es ligeramente menor que en el vacío. Este comportamiento se debe a la ligera orientación de los dipolos en sentido contrario al campo exterior.

- Sustancias paramagnéticas** (Pt, Al, O₂, Cr, Mn): la permeabilidad magnética y el campo son ligeramente mayores que los del vacío. La orientación de los dipolos es muy débil y favorable al campo.

- Sustancias ferromagnéticas** (Fe, Co, Ni): la permeabilidad magnética y el campo en su interior son mucho mayores que en el vacío. Estas sustancias constan de pequeñas regiones en las cuales todos los átomos tienen la misma orientación magnética llamadas **dominios magnéticos**. Si el material no está imantado los dominios se orientan al azar, pero bajo la acción de un campo magnético externo se orientan en la dirección del campo. Esta orientación puede llegar a ser permanente en algunos casos.

Un caso interesante de magnetismo natural es el que presenta la Tierra. El planeta Tierra presenta un campo magnético dipolar cuyo eje está algo desviado del eje de giro. Se cree que se origina por la rotación de una aleación líquida de hierro y níquel que constituye el núcleo externo de la Tierra.

La intensidad varía de unos puntos a otros. En los polos puede llegar a $7 \cdot 10^{-5}$ T y en el ecuador a $3 \cdot 10^{-5}$ T.

0306. Comparación con los campos eléctricos y gravitatorios.

CAMPO GRAVITATORIO	CAMPO ELÉCTRICO	CAMPO MAGNÉTICO
<ul style="list-style-type: none"> • Campo de fuerzas que actúa sobre los cuerpos por el hecho de tener masa • La fuerza ejercida es proporcional a la masa sobre la que actúa • La fuerza gravitatoria es siempre de atracción • El campo gravitatorio queda definido en cada punto por el vector intensidad de campo: $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$ • La intensidad del campo gravitatorio debido a una masa puntual es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia $\vec{g} = G \cdot \frac{m}{r^2} \vec{u}_r$ • La constante de gravedad universal G es igual en todos los medios materiales ($G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$) • Es un campo de fuerzas conservativo • El trabajo necesario para desplazar una masa entre dos puntos del campo no depende de la trayectoria seguida • Se puede definir un potencial gravitatorio V_g en cada punto del campo • El potencial gravitatorio V_g en un punto del campo es la energía potencial gravitatoria de la unidad de masa ($E_p = m \cdot V$) • El potencial gravitatorio en punto debido a una masa puntual es inversamente proporcional a la distancia $V_g = G \frac{m}{r}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Es un campo de fuerzas que actúa sobre los cuerpos por el hecho de tener carga eléctrica • La fuerza ejercida es proporcional a la carga eléctrica sobre la que actúa • La fuerza eléctrica puede ser de atracción o de repulsión • El campo eléctrico queda definido en cada punto por el vector intensidad de campo: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ • La intensidad del campo eléctrico debido a una carga puntual es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia $\vec{E} = K \frac{q}{r^2}$ • La constante electrostática de Coulomb K tiene un valor diferente para cada medio (para el vacío: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$) • Es un campo de fuerzas conservativo • El trabajo necesario para desplazar una carga entre dos puntos del campo no depende de la trayectoria seguida • Se puede definir un potencial eléctrico V_e para en cada punto del campo • El potencial eléctrico V_e en un punto es la energía potencial eléctrica de la unidad de carga eléctrica positiva: $E_p = q \cdot V_e$ • El potencial eléctrico en un punto debido a una carga puntual es inversamente proporcional a la distancia $V_e = K \frac{q}{r}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Campo de fuerzas que actúa sobre cargas eléctricas en movimiento • La fuerza ejercida es proporcional a la carga eléctrica sobre la que actúa • La fuerza magnética puede ser de atracción o de repulsión • El campo queda definido en cada punto por el vector inducción magnética \vec{B} $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ • El campo magnético debido a un elemento conductor por el que circula una corriente eléctrica I es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia $\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta \vec{L} \times \vec{u}_r}{r^2}$ ➤ La permeabilidad magnética μ tiene un valor diferente para cada medio (en el vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ m}\cdot\text{kg}/\text{C}^2$) ➤ Es un campo de fuerzas no conservativo. Esto impide que se defina una función potencial que dependa únicamente de la posición de los cuerpos en el campo magnético ➤ El trabajo necesario para desplazar una carga entre dos puntos del campo sí depende de la trayectoria seguida ➤ No se puede definir un potencial magnético para cada punto