

# **Tema 7: Introducción a la teoría de la relatividad.**

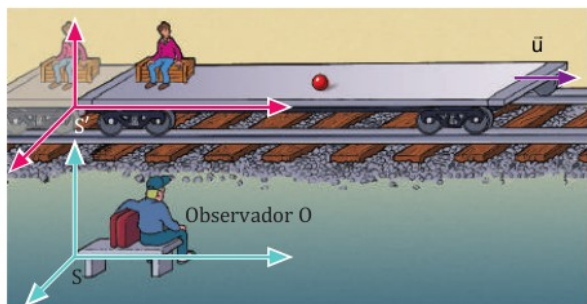


## 0701. Sistemas de referencia. La relatividad en física clásica.

El movimiento es relativo. Para decir si un objeto está en reposo o en movimiento debemos establecer un sistema de referencia. Pero no todos los sistemas de referencia son iguales. Podemos distinguir dos tipos de sistemas de referencia:

### Sistema de referencia inercial

Un observador O sentado en el andén de una estación observa una pelota en reposo sobre el suelo de un vagón de mercancías. Sentado en el vagón, un observador O' ve la misma pelota. Cuando el tren se pone en movimiento...

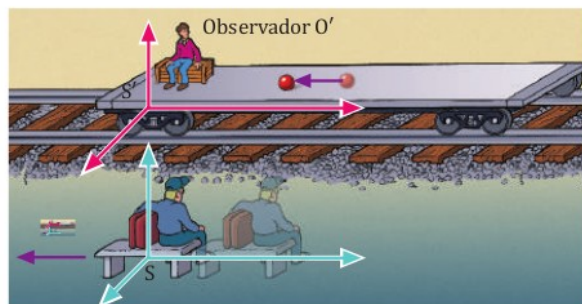


El observador O ve que la pelota permanece en reposo hasta que el tren ejerce una fuerza sobre ella y la arrastra.

La estación es un **sistema inercial** y el observador O recibe el nombre de **observador inercial**.

- En los sistemas inerciales **se cumple** la primera ley de Newton o **principio de inercia**.
- Las únicas fuerzas que causan variaciones en los movimientos son **fuerzas reales**, es decir, fuerzas que cumplen la tercera ley de Newton (tienen reacción).
- Todos los **sistemas inerciales** están **en reposo** o en **MRU** respecto a otros sistemas inerciales.

### Sistema de referencia no inercial



El observador O' ve que la pelota se pone en movimiento y retrocede sin que actúe ninguna fuerza sobre ella.

El tren es un **sistema no inercial** y el observador O' es un **observador no inercial**.

- En los sistemas no inerciales **no se cumple** la primera ley de Newton o **principio de inercia**.
- Aparecen **fuerzas ficticias**, caracterizadas por no tener reacción, es decir, **por no cumplir** la tercera ley de Newton o **ley de acción y reacción**.
- Todos los **sistemas no inerciales** están **acelerados** respecto a cualquier sistema inercial.

La primera mención de lo que hoy conocemos como Principio de Relatividad se debe a Galileo, quien en

su obra *Diálogo sobre los dos sistemas del mundo* (1632), señala la imposibilidad de distinguir entre

sistemas en reposo o con movimiento rectilíneo y uniforme:

*"Encerraos con un amigo en la cabina principal bajo la cubierta de un barco grande, y llevad con vosotros moscas, mariposas, y otros pequeños animales voladores ... colgad una botella que se vacíe gota a gota en un amplio recipiente colocado por debajo de la misma ... haced que el barco vaya con la velocidad que queráis, siempre que el movimiento sea uniforme y no haya fluctuaciones en un sentido u otro. ... Las gotas caerán ... en el recipiente inferior sin desviarse a la popa, aunque el barco haya avanzado mientras las gotas están en el aire... las mariposas y las moscas seguirán su vuelo por igual hacia cada lado, y no sucederá que se concentren en la popa..."*

Galileo Galilei

"Cualquier experimento mecánico realizado en un sistema en reposo se desarrollará exactamente igual en un sistema que se mueva a velocidad constante con relación al primero."

Ello implica que no puede distinguirse desde dentro entre reposo y movimiento rectilíneo uniforme; y que todos los sistemas inerciales son equivalentes.

**Transformaciones de Galileo:** llamamos así a las ecuaciones que sirven para obtener las coordenadas y el tiempo en un sistema inercial conocidas las mismas informaciones en otro sistema inercial. Si consideramos un sistema de referencia inercial S' que se aleja de otro S a lo largo del eje X y con una velocidad  $v_s$ , las transformaciones de Galileo son:

$$\begin{aligned}x' &= x - v_s \cdot t \\ y' &= y\end{aligned}$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

que pueden resumirse en la ecuación vectorial  $\mathbf{r}'(t') = \mathbf{r}(t) - \mathbf{v}_s \cdot t$

Derivando esta ecuación pueden obtenerse las transformaciones de velocidad, aceleración y fuerza:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_s$$

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}$$

$$\mathbf{F}' = \mathbf{F}$$

## 0702. Limitaciones de la física clásica.

### A) La historia de éter.

Las ecuaciones de Maxwell confirmaron de forma definitiva el carácter ondulatorio de la luz y permitieron calcular de forma teórica su velocidad en el vacío ( $c$ ).

La visión mecanicista imperante hizo que los científicos atribuyeran a la luz propiedades basadas en la comparación con las ondas mecánicas conocidas entonces. Por ello se pensó que la luz debería necesitar un medio mecánico para propagarse, que recibió el nombre de éter. El éter era una sustancia misteriosa sin masa pero con unas propiedades elásticas propias de un sólido para transmitir las vibraciones transversales. Se consideraba el sistema del éter como un sistema de referencia privilegiado, en el cuál la velocidad de la luz era  $c$  y se cumplían las ecuaciones de Maxwell tal como estaban escritas. Era un sistema en reposo absoluto, por lo que cualquier velocidad medida respecto a él sería una velocidad absoluta.

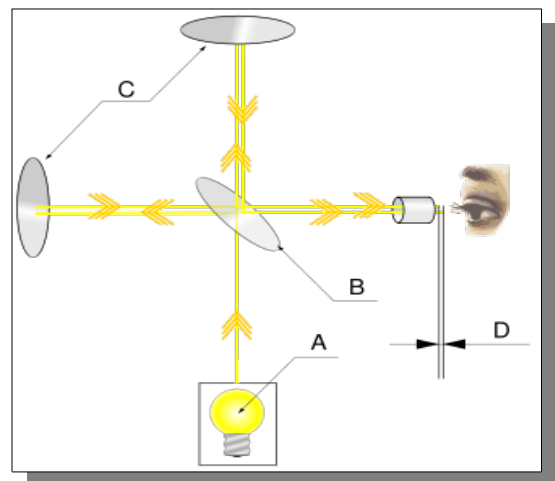
### B) El experimento de Michelson- Morley.

Cuando Clerk Maxwell escribió a D.P. Todd de la U.S. Nautical Almanac Office en Washington en 1879, le preguntó por la posibilidad de medir la velocidad del sistema solar a través del éter, mediante la observación de los eclipses de las lunas de Júpiter. Roemer había utilizado las mediciones de los tiempos de eclipse, para obtener el valor de la velocidad de la luz. Maxwell llegó a la conclusión de que los efectos que buscaba eran demasiado pequeños para poder medirse, pero esa afirmación despertó la atención de un joven instructor naval llamado A. A. Michelson que acababa de ser trasladado a esa oficina. En 1878, Michelson había hecho una excelente medida de la velocidad de la luz a la edad de 25 años, y pensó que se podría medir la detección del movimiento a través del éter.

Michelson procedió a inventar un nuevo instrumento con una precisión muy superior a la que se había llegado hasta esa fecha, ese instrumento es ahora universalmente conocido como el interferómetro de Michelson. Al tratar de medir la velocidad de la Tierra a través del supuesto "éter", se podría depender de un componente de la velocidad que se conoce, la velocidad de la Tierra alrededor del Sol, a unos 30 km/s.

Utilizando una longitud de onda de aproximadamente 600 nm, debería haber un cambio de aproximadamente 0,04 franjas según girase el espectrómetro 360°. Aunque pequeño, esto entraba bien dentro de la capacidad de Michelson. Michelson, y todos los demás, quedaron sorprendidos de que no hubiera cambio. Descripción concisa de Michelson sobre experimento: "La interpretación de estos resultados es que no hay desplazamiento de las bandas de interferencia .... El resultado de la hipótesis de un éter estacionario, se demuestra de este modo que es incorrecto." (A. A. Michelson, Am. J. Sci, 122, 120 (1881))

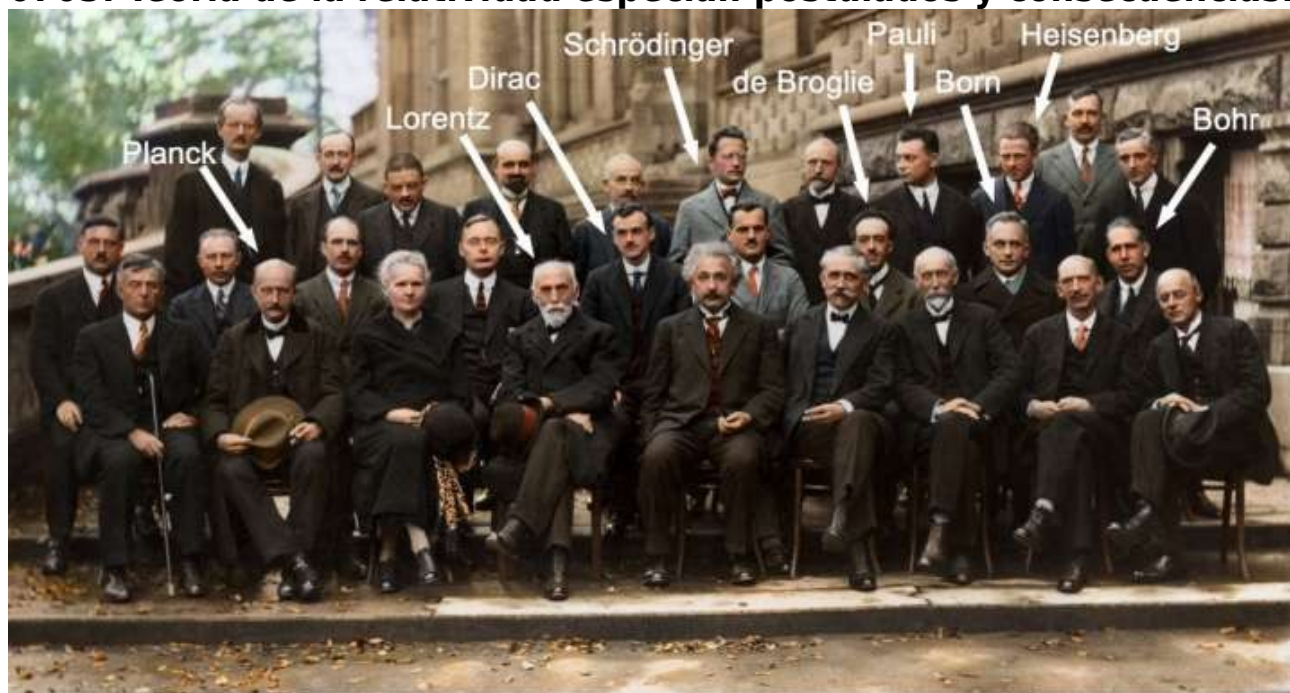
Los partidarios de un "éter" como medio de propagación de la luz no estaban dispuestos a renunciar a la idea, y propusieron que la Tierra arrastraba el éter junto con ella en su órbita, lo cual explicaba el resultado negativo del experimento del interferómetro. Lord Rayleigh escribió a Michelson, instándolo a repetir el experimento con una mayor precisión para poner a prueba estas hipótesis. Michelson, con la colaboración de E. W. Morley, construyeron un nuevo interferómetro con múltiples espejos, y un trayecto de luz unas 10 veces más largo. Este





dispositivo debería haber dado un desplazamiento de franjas de alrededor de 0,4, pero observaron menos de 0,005 franjas (A. A. Michelson y E. W. Morley, Am. J. Sci., 134, 333 (1887)). A pesar de repetirlo en los siguientes 40 años con una precisión cada vez mayor y el mismo resultado negativo, este experimento de 1887 es señalado como una de las bases experimentales de la relatividad, y Michelson ganó el Premio Nobel en 1907.  
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Relativ/mmhist.html#c1>

### 0703. Teoría de la relatividad especial: postulados y consecuencias.



SOLVAY CONFERENCE 1927

coloured by postincolour.com

Albert Einstein (1879-1955) (quien según sus propias palabras desconocía el experimento de Michelson y Morley) plantea una solución orientada a salvar el principio de relatividad. El principio de relatividad debería de ser válido tanto para la mecánica como para el electromagnetismo y la óptica. En el fondo estaba una clara apuesta por la universalidad de las leyes de la física. Su planteamiento implicaba dos suposiciones básicas:

1. Prescindir del éter lumínico y con él de un sistema de referencia privilegiado respecto del cual podamos determinar si un cuerpo está en movimiento o reposo absoluto, lo que equivale a mantener la vigencia del principio de relatividad.

2. Mantener la afirmación de Maxwell según la cual las ondas electromagnéticas (por consiguiente la luz) se propagan con una velocidad de 300 000 km/s, pero como ahora no existe el éter como medio de propagación, postula que esa velocidad es siempre la misma con independencia del movimiento de la fuente respecto del observador. Esta afirmación equivale a elevar la velocidad de la luz a rango de ley física.

Einstein publicó (1905) un total de cuatro artículos en la revista Annalen der Physik, de singular importancia. Uno de ellos, Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, contenía los postulados y el desarrollo básico de la que desde entonces se conocería como Teoría de la Relatividad Especial (TER).

La teoría se sustentaba en dos postulados que recogen el razonamiento expuesto más arriba. La TER daba solución a los problemas planteados pero, a cambio, los conceptos de espacio y tiempo hasta entonces vigentes, y fuertemente arraigados en la forma de pensar, deberían ser revisados.

La Teoría de la Relatividad ha significado desde entonces una forma nueva de entender la realidad que, a veces, parece entrar en conflicto con el sentido común.

**Primer postulado:** Las leyes de la electrodinámica y de la óptica son válidas en todos los sistemas de referencia para los que son ciertas las leyes de la mecánica. La velocidad de la luz tiene siempre el mismo valor, independiente del movimiento del observador o de la fuente.

Equivale a afirmar la total validez del Principio de Relatividad. No existe un sistema de referencia privilegiado (éter) que podamos considerar en reposo absoluto.

**Segundo postulado:** La luz se propaga en el vacío con una velocidad,  $c$ , independiente del estado de movimiento de la fuente emisora.

La consideración de la velocidad de la luz como un invariante (segundo postulado) nos llevará a concluir que el espacio y el tiempo no son absolutos (la medida efectuada para cada una de estas magnitudes no es independiente del estado de movimiento del observador que realiza la medida). Además, espacio y tiempo no son independientes, ambos están ligados formando lo que se llama un continuo espacio-tiempo.

Según Newton tanto espacio como tiempos son conceptos absolutos. Es decir, el valor de un intervalo de tiempo o uno espacial son independientes del estado de movimiento de los observadores. Un observador en reposo y otro en movimiento respecto del primero obtendrán la misma medida. Además son conceptos independientes, no ligados entre sí.

La física newtoniana se acomoda mucho mejor a nuestro sentido común. Este, no obstante, sólo es la forma de razonar dependiente de nuestras experiencias. Nuestro sentido común nos indica la manera que esperamos que sucedan las cosas como resultado de las experiencias que tenemos, pero nuestras experiencias no han sido adquiridas a velocidades próximas a las de la luz.

Estas ideas van en contra de nuestras ideas intuitivas sobre el concepto de velocidad relativa pues la velocidad de la luz es siempre la misma independientemente de la velocidad con que se mueva el observador. Las modificaciones que la teoría de Einstein introduce en las leyes físicas conocidas hasta entonces son numerosas aunque insignificantes en la vida práctica. Sólo son relevantes cuando la velocidades de los objetos son relativamente cercanas a la de la luz. Ello ocurre en el estudio de las partículas elementales.

### Las transformaciones de Lorentz

Para tener en cuenta que la velocidad de la luz debe ser la misma para todos los observadores, las transformaciones de Galileo han de ser reemplazadas. Einstein observó que las transformaciones válidas eran las transformaciones de Lorentz propuestas en 1892.

Para simplificar se definen dos constantes:

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Las transformaciones de Lorentz son:

$$x' = \gamma(x - v \cdot t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

### Repercusiones de la Teoría Especial de la Relatividad

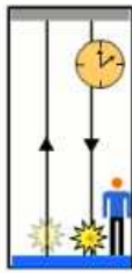
#### 1. Dilatación del tiempo

Una de las conclusiones más sorprendentes de la TER es que el tiempo deja de ser un absoluto que transcurre igual para todos los observadores (tal y como consideraba la mecánica de Newton), para convertirse en algo relativo que depende del movimiento de quien lo mide.

En la figura se muestran dos observadores, uno (hombre) situado en el interior de un laboratorio que consideramos que se mueve, según el eje  $x$ , con una velocidad  $v$  respecto de otro (mujer) que suponemos en reposo y en el exterior del laboratorio.

En el interior del laboratorio se realiza un sencillo experimento: un pulso de luz parte de un emisor situado en el suelo del laboratorio, se refleja en un espejo situado en el techo y vuelve al suelo, donde es detectado.

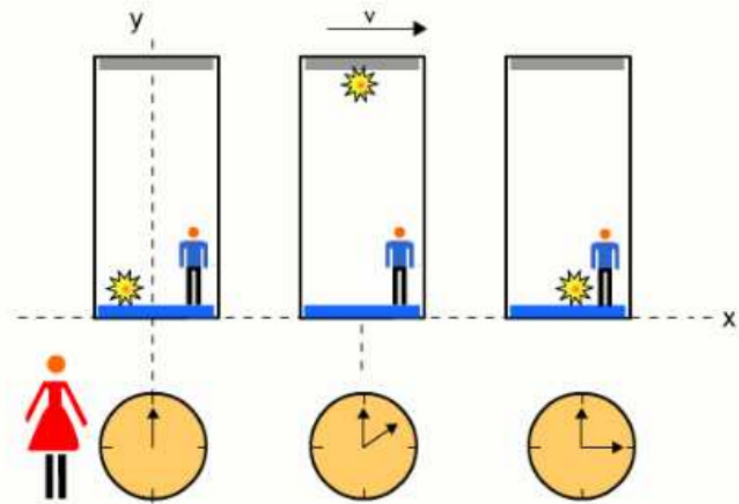
Definimos tiempo propio ( $t_0$ ) y tiempo impropio ( $t$ ) de la manera siguiente:



### Tiempo propio ( $t_0$ )

El inicio (partida del pulso de luz desde el suelo) y final del suceso (llegada al receptor del suelo) **ocurren en el mismo lugar**.

Para determinar el inicio del suceso y su final **se usa un mismo reloj**.



### Tiempo impropio ( $t$ )

El inicio (partida del pulso de luz desde el suelo) y final del suceso (llegada al receptor del suelo) **ocurren en distinto lugar**.

Para determinar el inicio del suceso y su final **se usan relojes distintos que han de estar sincronizados**.

**Según las conclusiones de la teoría el tiempo propio y el impropio no son iguales** y están relacionados por la siguiente expresión:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t_0 = \gamma \Delta t_0$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0$$

$$\gamma > 1$$

**Cualquier intervalo de tiempo impropio ( $\Delta t$ ) es siempre mayor que el de tiempo propio ( $\Delta t_0$ )**

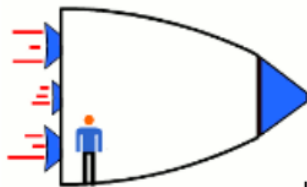
Obtenemos que el mismo suceso requiere un tiempo mayor para el observador considerado en reposo. **El reloj del observador situado en el interior del laboratorio atrasa respecto del reloj del observador considerado en reposo.**

**El tiempo transcurre más lentamente para el observador en movimiento. El tiempo se dilata cuando nos movemos a velocidades próximas a las de la luz.**

## 2. Contracción de las longitudes

Como para ambos observadores la velocidad de la luz debe de ser exactamente la misma, y teniendo en cuenta que el tiempo medido por ambos observadores no es el mismo, hemos de concluir que el espacio medido tampoco ha de ser igual.

Pensemos en dos observadores, uno en reposo y otro en movimiento, que quieren determinar la distancia entre la Tierra (inicio del viaje) y Marte (final del viaje). De forma análoga a lo que hemos visto para el tiempo se definen la **longitud propia** y la **longitud impropia**



### Longitud impropia (L)

Los puntos que determinan los extremos de la longitud a medir **no están en reposo**.



### Longitud propia (L<sub>0</sub>)

Los puntos que determinan los extremos de la longitud a medir **están en reposo**.

**Cualquier longitud propia (L<sub>0</sub>) es siempre mayor que la longitud impropia (L)**

$$\Delta L_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta L = \gamma \Delta L$$

$$\Delta L_0 = \gamma \Delta L$$

$$\gamma > 1$$

Las distancias (medidas en la misma dirección del movimiento) se contraen para un observador en movimiento respecto de uno que consideramos en reposo.

El significado profundo de la dilatación del tiempo y la contracción de longitudes radica en que si aceptamos los postulados de la TER, el tiempo y el espacio dejan de ser magnitudes independientes para estar íntimamente relacionadas.

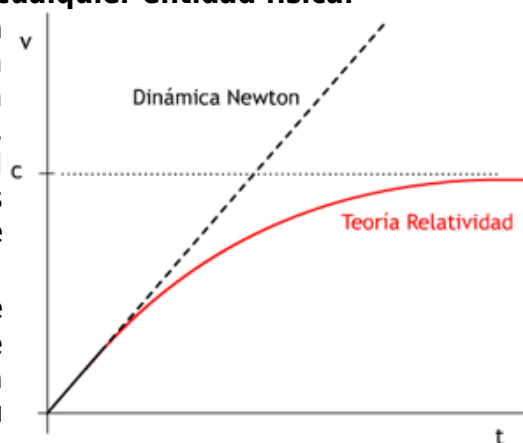
Los sucesos ya no tienen lugar en un espacio y en un tiempo independientes entre sí (tal y como se suponía en la mecánica newtoniana) para tener lugar en un continuo espacio-tiempo en el cual ambas magnitudes están conectadas.

## 3. La velocidad de la luz es un límite superior para cualquier entidad física.

Si algo pudiera tener una velocidad igual o superior a la de la luz, ésta nunca podría propagarse respecto de ella con velocidad  $c$ , lo que viola uno de los postulados. Esta consideración es de una importancia en la TER, pudiendo, incluso, tomarse como punto de partida de la misma. El propio Einstein declaró que "la Teoría de la Relatividad es un nuevo tipo de mecánica caracterizada por el hecho de que ninguna velocidad puede superar a la de la luz".

La existencia de un límite superior de velocidades entra en contradicción con la segunda ley de Newton ( $F = m a$ ), ya que según la dinámica newtoniana si aplicamos una fuerza a un objeto éste aumentaría su velocidad sin límite alguno.

La dinámica newtoniana y la TER coinciden para velocidades muy inferiores a la velocidad de la luz. En la gráfica se muestra la diferencia entre la dinámica de Newton y la TER. Ambas coinciden

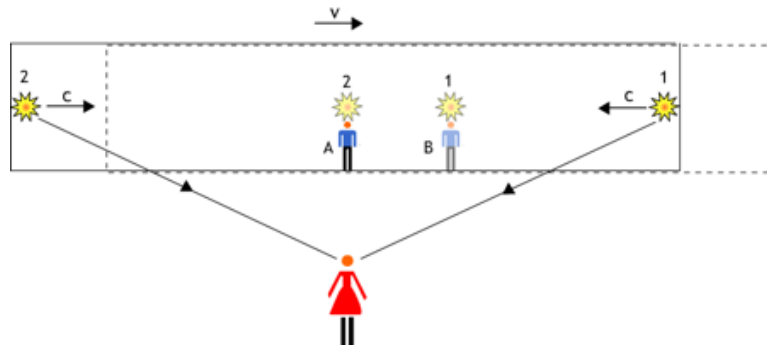


cuando  $v \ll c$ , pero en la TER la velocidad de la luz es un límite máximo infranqueable. Los postulados de la TER obligan, por tanto, a rehacer completamente la dinámica de Newton.

#### 4. La simultaneidad de dos sucesos depende del sistema de referencia

Supongamos (ver figura) que se generan sendos destellos luminosos (1 y 2) en la parte delantera y trasera del vagón en el momento en que ambos puntos están equidistantes del observador situado fuera. Ambos destellos recorren el mismo espacio y, por consiguiente, alcanzarán al observador externo al mismo tiempo. Éste concluirá, por tanto, que ambos destellos han sido simultáneos. El observador situado en el interior tiene una velocidad  $v$  hacia la derecha respecto del observador exterior y se dirige al encuentro del destello originado en la parte delantera (1) a una velocidad  $v$ . Al cabo de un tiempo  $t$  el vagón, y con él su ocupante, se desplaza un espacio  $v t$ , pasando de estar en la posición A a estar en la B. Este observador será alcanzado antes por el destello delantero y después por el que procede de la parte trasera. Para él los destellos no son simultáneos.

La simultaneidad es un concepto relativo y no absoluto.



### 0704. Momento lineal y energía relativistas.

Otra consecuencia de los postulados de la relatividad especial es el aumento de la inercia: la inercia de un cuerpo depende de la velocidad que tenga y es mayor cuanto mayor sea ésta. Ello hace que deba redefinirse el concepto de momento lineal:

$$\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m \vec{v}$$

Todavía se usa el concepto de masa en reposo y masa relativista, aunque actualmente se considera que la masa es invariante y coincide con la masa en reposo.

La fuerza relativista vendrá dada por la expresión:  $F = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Aplicando el teorema del trabajo y la energía cinética (fuerzas vivas) con la nueva definición de momento lineal se obtiene para la energía cinética:

$$E_c = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

El término  $mc^2$  no depende de la velocidad y recibe el nombre de **energía en reposo**.  $E_0 = mc^2$

Podemos interpretar esta ecuación diciendo que la masa es una forma de energía. La fórmula  $E_0 = mc^2$  relaciona la energía en reposo con la masa, ambas magnitudes son constantes. Por simplicidad se suele emplear la energía en reposo de las partículas medida en MeV (megaelectrón-voltio). Para el protón  $E_0 = mc^2 = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg } (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 939 \text{ MeV}$ .

El término  $\gamma mc^2$  es la suma de las energías cinética y en reposo y, en ausencia de energías potenciales, se llama energía total:

$$E = E_0 + E_c \rightarrow E = \gamma mc^2$$

La relación entre la energía y el momento lineal viene dada por:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

Cuando la partícula está en reposo.  $E = mc^2$ .

Cuando la "partícula" no tiene masa (fotones):  $E = pc$ .



## 0705. Introducción a la relatividad general.

Existe otra teoría de la relatividad: la teoría de la Relatividad General, también de Einstein. Esta teoría es mucho más compleja y trata sobre la gravitación, modificando la teoría de Newton. Lo que hace es ampliar la teoría especial o restringida de la Relatividad. Para ello estudia los sistemas de referencia acelerados y encuentra que no puede distinguirse entre un sistema de referencia acelerado y un campo gravitatorio. Con ello unifica los dos conceptos de masa que se definían independientemente: la masa inerte y la masa gravitatoria.

Esta teoría considera la gravedad como una distorsión (curvatura) del espacio-tiempo cuadrimensional (un ente matemático formado por las tres dimensiones espaciales y el tiempo). Aunque la teoría es muy compleja, a partir de ella se obtiene una serie de predicciones que posteriormente fueron comprobadas experimentalmente y confirmaron la teoría:

- La luz se curva en presencia de campos gravitatorios: ya vimos que la masa podía considerarse una manifestación muy concentrada de la energía; los campos gravitatorios afectan a la energía y por tanto a la luz.
- Precesión de la órbita de Mercurio: se sabía que la órbita de Mercurio gira lentamente alrededor del Sol, no había ninguna explicación a este hecho; Einstein lo explicó con su teoría.
- Corrimiento al rojo gravitacional: debido a que la luz es atraída por los campos gravitatorios, un fotón pierde parte de su energía al escapar de un campo gravitatorio ello implica una disminución de su frecuencia.

