



Probabilidad

1.- SUCESOS.

¿Qué resultados podemos obtener al lanzar dos dados y sumar sus puntos? Los posibles resultados son: 2, 3, 4, ..., 11, 12.

Cada uno de estos sucesos es un **suceso elemental**.

Antes de efectuar el lanzamiento no podemos predecir el resultado.

*Los experimentos que, repetidos en igualdad de condiciones pueden presentar resultados distintos son **experimentos o fenómenos aleatorios**. No permiten conocer de antemano el resultado.*

El conjunto formado por todos los resultados que pueden obtenerse cuando se realiza un experimento o fenómeno aleatorio es el **espacio muestral**. Se denota por E .

En el ejemplo anterior $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

Entre los subconjuntos de E tenemos:

–sacar múltiplo de 3: $A = \{3, 6, 9, 12\}$

–sacar número primo: $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

–sacar número impar: $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$

–sacar múltiplo de 11: $D = \{11\}$

–etc.

Cada subconjunto del espacio muestral E es un suceso, que puede ser elemental como D , o compuesto como A , B o C .

Al lanzar dos dados y sumar los puntos, los resultados se encuentran entre 2 y 12. Obtener un resultado entre 2 y 12 es un **suceso seguro** y ocurre siempre; es E .

No podemos obtener un resultado mayor que 12 o menor que 2. Es el suceso imposible y se representa por Φ .

El suceso contrario de $A = \text{sacar múltiplo de 3}$ es $\bar{A} = \text{no sacar múltiplo de 3}$.

El suceso $\bar{A}$, contrario o complementario de A ocurre cuando no ocurre A ; se verifica que:

$$\bar{A} = E - A \quad \text{ó} \quad A + \bar{A} = E.$$

Ej. Considera el lanzamiento de tres monedas, obtén el espacio muestral y los siguientes sucesos:

- a) A : obtener tres caras.
- b) B : obtener dos caras.
- c) C : obtener una cara.
- d) D : obtener cero caras.

Ej. Considera el experimento de lanzar 2 dados y multiplicar los puntos obtenidos. Halla el espacio muestral y los siguientes sucesos:

- a) A: salir múltiplo de 3.
- b) B: salir número compuesto.
- c) C: salir número par.
- d) D: salir número impar.

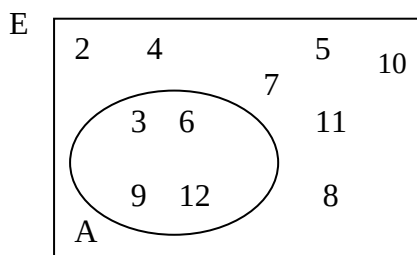
Escribe los sucesos contrarios a los anteriores.

2.- OPERACIONES CON SUCESOS. PROPIEDADES.

El espacio muestral E podemos representarlo por un rectángulo y los sucesos mediante líneas cerradas, en cuyo interior se señalan los sucesos elementales que lo componen. Así, en el experimento consistente en lanzar dos dados y sumar los puntos:

$$-E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$-A(\text{múltiplo de } 3) = \{3, 6, 9, 12\}$$



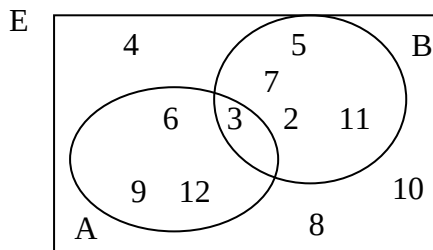
Entre los sucesos podemos establecer las siguientes operaciones y propiedades:

Unión de sucesos.-

Dados dos sucesos A y B del espacio muestral E, llamamos **suceso unión** de A y B al formado por todos los sucesos elementales de A y B. Se verifica cuando ocurre al menos uno de los dos sucesos, A o B.

Así, si $A(\text{múltiplo de } 3) = \{3, 6, 9, 12\}$ y $B(\text{número primo}) = \{2, 3, 5, 7, 11\} \rightarrow$

$$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12\}$$



Intersección de sucesos.-

Dados dos sucesos A y B del espacio muestral E, llamamos **suceso intersección** de A y B al suceso formado por todos los sucesos elementales comunes de A y B. Se verifica cuando ocurren simultáneamente A y B.

En nuestro caso: $A \cap B = \{3\}$

Diferencia de sucesos.-

Dados dos sucesos A y B del espacio muestral E, llamamos **suceso diferencia, A – B**, al formado por los sucesos elementales de A que no lo son de B. Se verifica cuando ocurre A, pero no B.

$A - B = \{6, 9, 12\}$

De igual forma: $B - A = \{2, 5, 7, 11\}$

Sucesos incompatibles.-

Son aquellos que no pueden verificarse simultáneamente. Su intersección es el conjunto vacío, Φ .

Los sucesos $A - B$, $A \cap B$ y $B - A$ son incompatibles y, verifican:

$$(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$$

Propiedades.-

Propiedades	Operaciones	
	Unión	Intersección
Conmutativa	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Asociativa	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Distributiva	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Complementaria	$A \cup \bar{A} = E$	$A \cap \bar{A} = \Phi$
Leyes de Morgan	$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$	$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Ej. Siendo $A = \{3, 6, 9, 12\}$ y $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$, comprueba que:

a) $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$

b) $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$

c) $A \cup (A \cap B) = A$

d) $A \cap (A \cup B) = A$

3.- PROBABILIDAD.

Lanzamos una moneda al aire 100 veces, anotamos las veces que sale cara (frecuencia absoluta) y su frecuencia relativa. Los resultados son:

Número de lanzamientos	10	20	50	80	100
Número de caras	3	8	22	44	52
Frecuencia relativa	0.3	0.4	0.44	0.55	0.52

Las frecuencias relativas de los sucesos de un experimento aleatorio verifican las siguientes propiedades:

- La frecuencia relativa $f_r(A)$ de un suceso A es un número comprendido entre 0 y 1.
- La frecuencia relativa con que aparece el suceso seguro es siempre 1.
- Para dos sucesos A y B incompatibles de un mismo experimento, se cumple:

$$f_r(A \cup B) = f_r(A) + f_r(B)$$

Cuando repetimos un experimento aleatorio muchas veces, la frecuencia relativa de un suceso A tiende a aproximarse a un valor fijo. Este valor se define como **probabilidad** del suceso A .

Definición axiomática de probabilidad.-

Otra forma de definir probabilidad está basada en unos principios tan claros y evidentes que son admitidos por todos sin necesidad de demostración, son **los axiomas de probabilidad**.

Sea E el espacio muestral de un experimento aleatorio. La **probabilidad** es una función que asigna a cada suceso A de E un número real $P(A)$, que cumple los siguientes axiomas:

1º) Para cada suceso A , $P(A)$ está comprendido entre 0 y 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2º) La probabilidad del suceso seguro E es la unidad:

$$P(E) = 1$$

3º) Si A y B son dos sucesos incompatibles, $A \cap B = \Phi$, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

De estos axiomas se deducen las siguientes consecuencias:

A) Probabilidad del **suceso contrario**.

Si $\bar{A}$ es el suceso contrario de A , entonces: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

B) Si A y B son dos sucesos cualesquiera:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

En el caso particular en el que A y B incompatible:

$$P(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) \rightarrow \text{axioma 3}$$

C) Si $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$, siendo $A_1, A_2, \dots, A_n$ sucesos incompatibles dos a dos, entonces:

$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$, que es una generalización del axioma 3.

D) Regla de Laplace:

Sea el espacio muestral $E = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ formado por n sucesos elementales equiprobables. Al ser los sucesos elementales incompatibles, por la consecuencia anterior:

$$P(E) = P(x_1 \cup x_2 \cup \dots \cup x_n) = P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_n) = 1$$

Como la probabilidad de todos los sucesos elementales es la misma (equiprobables):

$$P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_n) = n \cdot P(x_1) = 1 \Rightarrow P(x_1) = \frac{1}{n} = P(x_2) = \dots = P(x_n)$$

La probabilidad de un suceso A formado por n sucesos elementales equiprobables es igual al cociente entre el número de resultados o casos favorables (n° de sucesos elementales de A) y el número de resultados o casos posibles (n° de sucesos elementales de E)

$$P(A) = h \cdot \frac{1}{n} = \frac{h}{n} = \frac{n^\circ \text{ casos favorables}}{n^\circ \text{ casos posibles}}$$

En estos casos E debe tener un número finito de elementos.

Ej. En el lanzamiento de una moneda: $P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$

Ej. En el lanzamiento de un dado: $P(\text{cuatro}) = \frac{1}{6}$

Ej. En el lanzamiento de un dado: $P(\leq 2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Ej. En el lanzamiento de dos dados, la probabilidad de obtener suma 5: $P = \frac{4}{36}$

Ej. Sean A y B dos sucesos, tales que $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,4$ y $P(A \cap B) = 0,2$. Halla:

a) $P(A \cup B)$

b) $P(A - B)$

c) $P(B - A)$

d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

e) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

f) $P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B)$

Ej. En un dado truco, la probabilidad de que salga cara par es doble de que aparezca cara impar. Calcula:

a) Probabilidad de que salga cara 1.

b) Probabilidad de que salga cara 2.

c) Probabilidad de que salga cara par.

d) Probabilidad de que salga cara impar.

4.- PROBABILIDAD CONDICIONADA.

De una bolsa con 3 bolas rojas, 2 verdes y 1 negra extraemos una bola. Las probabilidades de ser bola roja, verde y negra son:

$$P(R) = \frac{3}{6}; \quad P(V) = \frac{2}{6}; \quad P(N) = \frac{1}{6}$$

Sin devolver la bola, extraemos una segunda:

- Si la 1ª fue roja, tendremos para la 2ª:

$$P(2^{\text{a}} \text{ roja} / 1^{\text{a}} \text{ roja}) = \frac{2}{5}; \quad P(2^{\text{a}} \text{ verde} / 1^{\text{a}} \text{ roja}) = \frac{2}{5}; \quad P(2^{\text{a}} \text{ negra} / 1^{\text{a}} \text{ roja}) = \frac{1}{5}$$

- Si la 1ª fue verde, para la 2ª:

$$P(2^{\text{a}} \text{ roja} / 1^{\text{a}} \text{ verde}) = \frac{3}{5}; \quad P(2^{\text{a}} \text{ verde} / 1^{\text{a}} \text{ verde}) = \frac{1}{5}; \quad P(2^{\text{a}} \text{ negra} / 1^{\text{a}} \text{ verde}) = \frac{1}{5}$$

- Si la 1ª fue negra, para la 2ª

$$P(2^{\text{a}} \text{ roja} / 1^{\text{a}} \text{ negra}) = \frac{3}{5}; \quad P(2^{\text{a}} \text{ verde} / 1^{\text{a}} \text{ negra}) = \frac{2}{5}; \quad P(2^{\text{a}} \text{ negra} / 1^{\text{a}} \text{ negra}) = 0$$

Los casos posibles son:

RR: 6 casos favorables. RV: 6 casos favorables. VR: 6 casos favorables.

RN: 3 casos favorables. NR: 3 casos favorables. VV: 2 casos favorables.

VN: 2 casos favorables. NV: 2 casos favorables.

Observamos que $P(R \cap V) = \frac{6}{30}$; $P(R) = \frac{3}{6}$; $P(V/R) = \frac{2}{5}$

$$\text{Se verifica que: } \frac{2}{5} = \frac{6/30}{3/6} \Rightarrow P(V/R) = \frac{P(R \cap V)}{P(R)}$$

La probabilidad del segundo suceso está condicionada por el primero; hablamos de **probabilidad condicionada**, se escribe $P(B/A)$: *probabilidad de que ocurra el suceso B, una vez que ha ocurrido el suceso A*. Su expresión es:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ siendo } P(A) > 0$$

5.- PROBABILIDAD COMPUESTA.

Experimentos compuestos.-

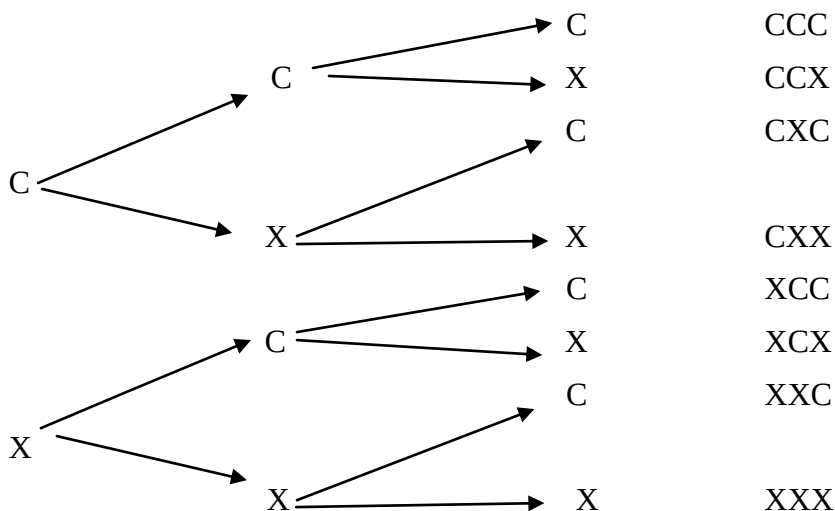
Al lanzar una moneda al aire, el espacio muestral es: $E = \{C, X\}$

Al lanzar una moneda dos veces: $E = \{CC, CX, XC, XX\}$

Al lanzarla tres veces: $E = \{CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX\}$

Lanzar una moneda al aire es un **experimento aleatorio simple**. Lanzar una moneda al aire más de una vez es un **experimento aleatorio compuesto**, por que cada suceso elemental lo forman resultados del experimento aleatorio simple.

El experimento compuesto de lanzar una moneda tres veces se puede representar mediante un **diagrama de árbol**.



1º Lanz. 2º Lanz. 3º Lanz. Resultados

Los experimentos aleatorios compuestos resultan de realizar varios experimentos aleatorios simples.

Probabilidad compuesta.-

De la bolsa del ejercicio anterior se extraen dos bolas, sin reemplazamiento. ¿Cuál es la probabilidad de que la 1ª sea negra y la 2ª verde?

$$P(N \cap V) = \frac{2}{30}$$

$$\text{También se cumple que: } P(N) \cdot P(V/N) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{30}$$

Así pues, de la probabilidad condicionada:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

Expresión que recibe el nombre de **probabilidad compuesta**.

La probabilidad de que se realicen dos sucesos A y B simultáneamente es igual a la probabilidad de que se realice el primero, P(A), por la probabilidad de que se realice el segundo habiéndose realizado el primero P(B/A). Se representa por P(A ∩ B) o por P(AB).

Si en lugar de extraer 2 bolas se extraen 3, la probabilidad de que la 1ª sea roja, la 2ª verde y la 3ª negra es:

$$P(R \cap V \cap N) = P(R) \cdot P(V/R) \cdot P(N/R \cap V) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

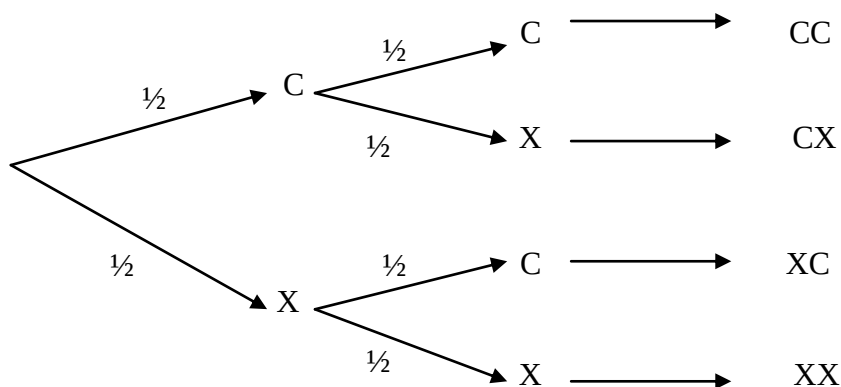
En general, para tres sucesos A, B y C:

$$P(ABC) = P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A \cap B)$$

Sucesos independientes.-

Una moneda se lanza al aire dos veces consecutivas. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera vez sea cara? ¿Y de que sea cruz?

Si se ha obtenido cara la primera vez, ¿cuál es la probabilidad de obtener cara la segunda?



$$P(C) = 1/2 ; P(X) = 1/2 ;$$

$$P(C/X) = 1/2 = P(C);$$

$$P(X/C) = 1/2 = P(X)$$

Hay experimentos compuestos, como el lanzamiento de una moneda más de una vez, en los que el resultado del primer lanzamiento no influye en el resultado del segundo, es decir, el segundo suceso no depende del primero. Son sucesos **independientes**.

Dos sucesos A y B son **independientes** cuando el resultado obtenido en el primer suceso A no influye en el segundo suceso B:

$$P(B/A) = P(B) \quad \text{o} \quad P(A/B) = P(A)$$

Aplicando la probabilidad compuesta se tiene:

$$\left. \begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B/A) = P(A) \cdot P(B) \\ P(B \cap A) &= P(B) \cdot P(A/B) = P(B) \cdot P(A) \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Si en lugar de lanzar dos veces la moneda, se lanza tres, el resultado obtenido en cada lanzamiento no influye en el siguiente y la probabilidad de obtener “cara-cara-cara” es:

$$P(CCC) = P(C) \cdot P(C) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8},$$

Que coincide con la probabilidad obtenida al aplicar Laplace, ya que en el espacio muestral E hay un caso favorable, CCC, y 8 posibles.

Si A, B y C son tres sucesos independientes: $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$

Ej. En la edición de un libro que consta de 1000 ejemplares, 50 han salido defectuosos y al autor le regalan 3 libros. Calcula la probabilidad de que los 3 libros:

- a) Estén en buen estado; b) Sean defectuosos.

Ej. De una bolsa que contiene 5 bolas blancas, 3 rojas y 2 negras, se sacan dos bolas. Calcula la probabilidad de que la primera sea blanca y la segunda roja si la extracción es:

- a) Con reemplazamiento; b) Sin reemplazamiento.

6.- PROBABILIDAD TOTAL.

Tenemos 3 bolsas A, B y C que contienen bolas rojas y negras en las siguientes cantidades:

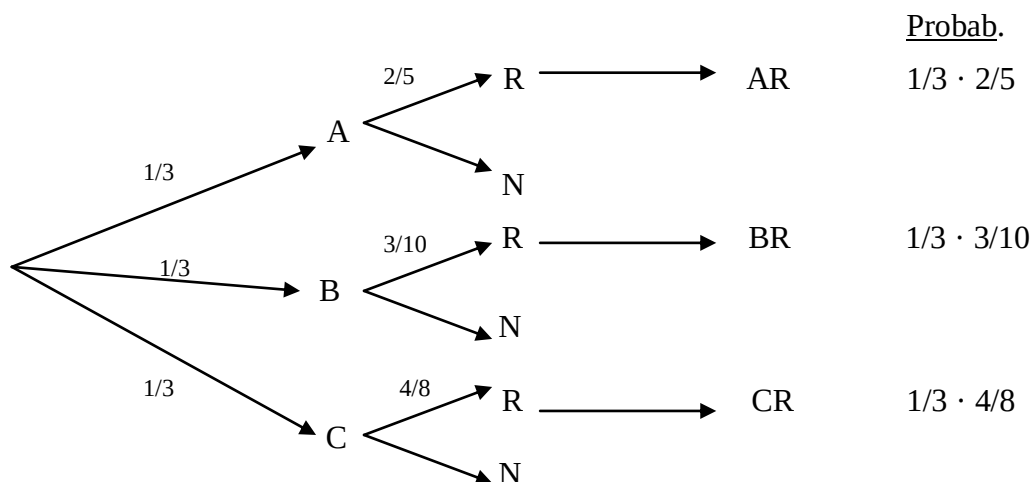
- A: 2 bolas rojas y 3 bolas negras.
- B: 3 bolas rojas y 7 bolas negras.
- C: 4 bolas rojas y 4 bolas negras.

Sacamos una bola al azar de una de las bolsas, ¿qué probabilidad tiene de que la bola extraída sea roja?

La probabilidad de elegir una cualquiera de las bolsas es la misma, se consideran equiprobables, luego:

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$$

- Una vez elegida la bolsa A: $P(R/A) = \frac{2}{5}$
- Una vez elegida la bolsa B: $P(R/B) = \frac{3}{10}$
- Una vez elegida la bolsa C: $P(R/C) = \frac{4}{8}$



Luego la probabilidad de obtener bola roja es:

$$P(R) = 1/3 \cdot 2/5 + 1/3 \cdot 3/10 + 1/3 \cdot 4/8 = 0,4$$

Acabamos de observar que:

$$P(R) = P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B) + P(C) \cdot P(R/C)$$

Dados n sucesos $A_1, A_2, \dots, A_n$ incompatibles, con $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = E$, y un suceso cualquiera B del espacio muestral E , conocidas las probabilidades $P(A_1), P(A_2), \dots, P(A_n)$ y $P(B/A_1), P(B/A_2), \dots, P(B/A_n)$, la probabilidad de B se obtiene así:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B/A_i)$$

Ej. El volumen diario de tres plantas diferentes de una fábrica es de 500 unidades en la primera, 1000 unidades en la segunda y 2000 en la tercera. Sabiendo que el porcentaje de unidades defectuosas producidas en cada planta es del 1%, 0.8% y 2%, respectivamente, calcula la probabilidad de que al seleccionar una unidad al azar sea defectuosa.

$$\begin{aligned} P(D) &= P(1^a) \cdot P(D/1^a) + P(2^a) \cdot P(D/2^a) + P(3^a) \cdot P(D/3^a) = \\ &= \frac{500}{3500} \cdot 0,01 + \frac{1000}{3500} \cdot 0,008 + \frac{2000}{3500} \cdot 0,02 = \frac{53}{3500} = 0,015 \end{aligned}$$

Ej. En un centro escolar los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera entre inglés y francés. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudian inglés y el resto francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos, y de los que estudian francés, son chicos el 40%. Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

$$P(\text{chica}) = P(I) \cdot P(\text{chica}/I) + P(F) \cdot P(\text{chica}/F) = 0,9 \cdot 0,7 + 0,1 \cdot 0,6 = 0,69$$

Ej. Se tienen tres recipientes A, B y C. El recipiente A contiene 3 galletas de vainilla y 2 de chocolate. El B contiene 3 de chocolate y 2 de vainilla y el C contiene 2 de chocolate y 1 de vainilla. Se elige un recipiente al azar y se coge una galleta, también al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de chocolate?

Ej. Tres cofres idénticos contienen: el primero 3 lingotes de oro y 2 de plata; el segundo, 2 de oro y 5 de plata, y el tercero, 6 de oro y 7 de plata. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer al azar un lingote de un cofre sea de plata?

7.- PROBABILIDAD “A POSTERIORI”. TEOREMA DE BAYES.

Tenemos tres bolsas A, B y C que contiene bolas rojas y negras en las siguientes cantidades:

- A: 2 bolas rojas y 3 bolas negras.

- B: 3 bolas rojas y 7 bolas negras.
- C: 4 bolas rojas y 4 bolas negras.

Extraemos una bola que resulta ser roja, ¿qué probabilidad hay de que proceda de la bolsa A?

Se trata de obtener una probabilidad condicionada sabiendo que la bola extraída es roja y se quiere conocer de dónde proviene. Se pide $P(A/R)$.

Por la probabilidad condicionada: $P(A/R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)}$

Pero también: $P(R/A) = \frac{P(A \cap R)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap R) = P(A) \cdot P(R/A) \Rightarrow$

$$\Rightarrow P(A/R) = \frac{P(A) \cdot P(R/A)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}}{0,4} = \frac{1}{3}$$

Esta probabilidad recibe el nombre de **probabilidad “a posteriori” o teorema de Bayes** y se establece con posterioridad a que se haya producido un fenómeno.

De igual forma se obtiene la probabilidad de que la bola roja provenga de la segunda bolsa:

$$P(B/R) = \frac{P(B) \cdot P(R/B)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}}{0,4} = \frac{1}{4}$$

La probabilidad de que proceda de la 3ª bolsa:

$$P(C/R) = \frac{P(C) \cdot P(R/C)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{8}}{0,4} = \frac{5}{12}$$

$$\text{Lógicamente } P(A/R) + P(B/R) + P(C/R) = 1 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = 1 \right)$$

En general:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{P(B)} = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B/A_i)}$$

que se conoce como **teorema de Bayes**.

Sean n sucesos incompatibles $A_1, A_2, \dots, A_n$, con $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = E$ y un suceso cualquiera B del espacio muestral E . Las probabilidades “a posteriori” $P(A_1/B), P(A_2/B), \dots, P(A_n/B)$ se determinan, conocidas las probabilidades $P(A_1), P(A_2), \dots, P(A_n)$ y $P(B/A_1), P(B/A_2), \dots, P(B/A_n)$, mediante la expresión:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B/A_i)}$$

Ej. En un cierto edificio se usan ascensores; el primero lo usan el 45% de los inquilinos y el resto usan el segundo. El porcentaje de fallos del primero es del 5%, mientras que el del segundo es del 8%. Si un cierto día un inquilino queda *atrapado* en un ascensor, halla la probabilidad de que haya sido en el primero.

$$P(\text{fallo}) = P(1^\circ) \cdot P(\text{fallo}/1^\circ) + P(2^\circ) \cdot P(\text{fallo}/2^\circ) = 0,45 \cdot 0,05 + 0,55 \cdot 0,08 = 0,0665$$

$$P(1^\circ/\text{fallo}) = \frac{P(1^\circ) \cdot P(\text{fallo}/1^\circ)}{P(\text{fallo})} = \frac{0,45 \cdot 0,05}{0,0665} = 0,338$$

Ej. El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 20% son economistas. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 50% de los economistas también, mientras que de los no ingenieros y no economistas, solamente el 20% ocupan un puesto directivo. ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado directivo elegido al azar sea ingeniero?

Ej. Se tienen tres recipientes A, B y C. El recipiente A contiene 3 galletas de vainilla y 2 de chocolate. El B contiene 3 de chocolate y 2 de vainilla y el C contiene 2 de chocolate y 1 de vainilla. Se elige un recipiente al azar y se coge una galleta, también al azar. Si la galleta elegida es de chocolate:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de A?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de B?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de C?