TEMA 6 PRODUCTO VECTORIAL Y MIXTO.

1. PRODUCTO VECTORIAL.

Definición:

A) El producto vectorial de dos vectores **u** y **v** es otro vector **u x v** que tiene:

MÓDULO: |**u x v** |= |u|·|v|·sen a (a es el ángulo que forman u y v)
DIRECCIÓN: Perpendicular al plano que contiene a **u** y **v**.
SENTIDO: El de avance de un sacacorchos de **u** a **v**.

B) En coordenadas **u x v** = $\begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$

donde i,j,k son los vectores de la base canónica.

Interpretación geométrica:

El **módulo** del producto vectorial de dos vectores es igual al área del paralelogramo que definen ambos vectores.

Propiedades:

1. **u x u** = 0
2. **u x v = - v x u**
3. **u x (v+w) = u x v + u x w**
4. (**k****u**) x **v** = k(**u x v**)
5. **u x v** = 0 si y solo si **u** y **v** son paralelos.

Aplicaciones:

- Cálculo de áreas.
- Calculo de bases ortogonales.
- Distancia de un punto a una recta: d(P,r) = $\dfrac{|v\ x\ AP|}{|v|}$

2. PRODUCTO MIXTO.

Definición:

A) El producto mixto de dos vectores **u**,**v** y **w** , **[u,v,w]**, es el número que sale de:

$$[\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w}] = \mathbf{u}\cdot(\mathbf{v} \times \mathbf{w})$$

B) En coordenadas **[u,v,w]** = $\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$

Interpretación geométrica:

El valor absoluto del producto mixto de tres vectores es igual al volumen del paralelepípedo que definen los vectores.

Propiedades:

1. **[u,v,w]=-[u,w,v]=-[v,u,w]=-[w,v,u]**
2. **[u,v,w]=[w,u,v]=[v,w,u]**
3. Propiedad distributiva respecto la suma
4. **[ku,v,w]=[u,kv,w]=[u,v,kw]=k[u,v,w]**
5. **[u,v,w]** = 0 si y solo **u**,**v** y **w** son linealmente dependientes.

Aplicaciones:

- Cálculo de volúmenes.
- Calculo de bases ortogonales.
- Distancia entre dos rectas que se cruzan: d(r,r´) = $\dfrac{\left|[\vec{AB}, v_r, v_s]\right|}{|v_r \, x \, v_s|}$