TEMAS 1 Y 2

OPERACIONES

Calcula:

a) $\frac{2}{5}+\frac{9}{8}-\frac{13}{6}=$

b) $\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=$

c) $\frac{2}{3}-5\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{2}-\frac{4}{15}\right)=$

d) $\left(\frac{2}{3}-5\right)\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{2}-\frac{4}{15}\right)=$

e) $\left(\frac{2}{3}-5\right):\frac{1}{5}+\frac{3}{2}-\frac{4}{15}=$

f) $\left(\frac{2}{3}-5\right).\frac{1}{5}+\frac{3}{2}-\frac{4}{15}=$

g) $\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(1-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{5}-1\right)=$

h) $\left(\frac{4}{5}-1\right)\cdot\frac{2}{3}+\frac{3}{2}-\frac{5}{6}=$

i) $1-\frac{2}{5}-\left(2-\frac{1}{4}\right)\frac{1}{3}-1=$

j) $\frac{1}{5}.\frac{(-2)}{3}-\left(3-\frac{3}{4}\right)\frac{1}{5}=$

k) $\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{4}+\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{5}:\frac{3}{2}\right)=$

l) $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}:\frac{3}{2}+\left(\frac{4}{5}+2\right)\cdot5-2=$

m) $\frac{3}{7}.(-2)+1-\frac{1}{4}\left(2-\frac{1}{3}\right)=$

n) $\frac{5}{4}-\frac{3}{5}:\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{10}+2\right)\cdot3:\frac{1}{2}=$

ñ) $\dfrac{\frac{3}{5}+1}{\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{5}\right)\cdot2}=$

o) $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}{3-\frac{1}{5}.\frac{2}{7}}=$

p) $\dfrac{3-\frac{1}{2}.\frac{4}{5}}{\left(\frac{2}{3}-1\right).7}=$

q) $\dfrac{3\frac{1}{2}+\frac{2}{5}}{3-\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{2}}=$

2.- En un jardín hemos plantado 100 plantas. De ellas, $\frac{3}{5}$ son geranios y $\frac{1}{5}$ son rosales. ¿Cuántos geranios y rosales hemos plantado?

3.- Calcula el precio de un caballo sabiendo que las $\frac{2}{3}$ del precio son 990 euros.

4.- Luisa ha realizado las $\frac{3}{4}$ partes de los ejercicios de matemáticas que tenía para hoy. Si tenía 16 ejercicios por hacer, ¿cuántos ejercicios ha hecho? .¿Cuántos le faltan? .

5.- Se tiene un rectángulo y un cuadrado. La altura del rectángulo mide 24 cm y su base los $\frac{5}{4}$ de la altura. El perímetro del cuadrado es $\frac{1}{2}$ del perímetro del rectángulo. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

6.- En un cine han vendido los $\frac{2}{3}$ de las entradas y en otro con el mismo aforo, los $\frac{5}{6}$ ¿Qué cine tuvo mayor asistencia de público?

7.- EI Mérida y el Badajoz tienen el mismo número de socios. A un partido asisten los $\frac{3}{4}$ de los socios del Mérida y los $\frac{2}{5}$ del Badajoz. ¿Qué equipo contó con mayor número de seguidores?

8.- Evaristo ha estudiado matemáticas $\frac{1}{4}$ de hora y después ha estudiado inglés $\frac{1}{3}$ de hora. Ana ha estudiado lengua $\frac{1}{4}$ de hora y después ha estudiado inglés $\frac{3}{8}$ de hora. ¿Quién de los dos ha estudiado más tiempo?

9.- La profesora de matemáticas tiene tres clases semanales de $\frac{3}{4}$ de hora. Si en cada una dedica $\frac{1}{5}$ parte al cálculo mental, ¿qué fracción de hora dedica cada día?, ¿qué fracción de hora dedica a la semana? .

10.- Un ciclista ha recorrido las dos quintas partes de una carrera y le faltan 36 Km. para llegar a la meta. Calcula cuántos kilómetros tiene el recorrido.

11.- En una excursión, un grupo de amigos recorre el primer día $\frac{2}{5}$ del trayecto y el segundo, los $\frac{2}{3}$ del resto, dejando para el tercer y último día los 15 Km. restantes. ¿Cuál es la longitud total del trayecto? .

12.- Un comerciante vendió $\frac{3}{5}$ de su mercancía y al día siguiente vendió $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba y todavía le sobraron 27 Kg. ¿Cuántos Kg. pesaba en total 1a mercancía?

13.- Un jugador de baloncesto consigue 8 canastas de cada 15 lanzamientos, otro consigue 6 de cada 11 lanzamientos. ¿Quién de los dos puede considerarse mejor lanzador?

14.- Una persona tarda dos horas en hacer los $\frac{3}{4}$ de un trayecto. ¿Cuánto tardará en recorrer los $\frac{7}{8}$? ¿Y todo el trayecto?

15.- Javier se ha gastado 2´40 euros en la compra de unas revistas sobre embarcaciones. Esta cantidad representa $\frac{3}{8}$ del total del dinero que llevaba en su bolsillo. ¿Qué cantidad de dinero llevaba Javier? .

16.- En una tienda de compraventa de coches hay 12 coches más nuevos que usados y estos últimos son los $\frac{2}{5}$ del total. ¿Cuántos coches hay en total? ¿Cuántos son nuevos y cuántos usados?

17.- Ana ha comprado $\frac{3}{10}$ de una pieza de 20 metros de tela, Raúl ha comprado $\frac{7}{20}$ de la pieza y María ha comprado $\frac{1}{4}$. Calcula los metros de tela que se han vendido en total.

18.- Un grupo de amigos se va al cine; en el transporte público se gastan la cuarta parte del dinero; en el cine $\frac{2}{5}$. ¿Qué fracción de dinero les queda? Si les sobró 7 euros. ¿Cuánto dinero tenían al principio? ¿Y si en el cine se gastan $\frac{2}{5}$ de lo que les quedaba del transporte?

19.- Juan se ha comido $\frac{2}{7}$ de una tarta, Carmen $\frac{1}{4}$ y Luis $\frac{3}{5}$ del resto. ¿Quién de los tres ha comido más? ¿Qué fracción de la tarta sobra?

20.- En una tormenta de granizo han sido dañadas 7 de cada 15 manzanas en la huerta de Juan, mientras que en la de Antonio han sido dañadas 4 de cada 9. ¿En qué huerta ha habido más daños?. Razona la respuesta.

21.- Una carrera ciclista comprende tres partes: $\frac{1}{6}$ en campo, $\frac{3}{8}$ en carretera y el resto en la pista de un polideportivo ¿Qué parte de la carrera se realiza en la pista?

22.- Un pájaro dedica un tercio de su tiempo a volar y un cuarto a cantar. El resto del tiempo lo dedica a descansar. ¿Qué fracción de su tiempo dedica a descansar? ¿A qué actividad dedica más tiempo?

23.- Sabiendo que los $\frac{6}{7}$ de mis ahorros equivalen a 18 €, ¿a cuánto ascienden mis ahorros?

PORCENTAJES

1.- ¿Por qué número deberías multiplicar una cantidad para disminuirla en un 35%? ¿Y en un 45 por mil?.

2.- ¿Por qué número deberías multiplicar una cantidad para aumentarla en un 25%? ¿Y en un 35 por mil?.

3.- El encargado de unos grandes almacenes les explica a los dependientes que para determinar el precio de un producto rebajado deben multiplicarlo por 0,85. Determina el porcentaje en que se cifra dicha rebaja y explica por qué es correcta la operación.

4.- Si el precio de una mercancía se sube el 50% y después se baja el 50%, ¿cómo queda respecto al precio inicial? Compruébalo con un precio de 100 €.

5.- Al comprar un frigorífico conseguí que me rebajaran un 18% con lo que pagué 574 € por él. ¿Cuánto valía antes de la rebaja?

6.- En las últimas semanas de las rebajas de enero, los precios se rebajan primero un 30% y posteriormente un 40%. ¿Cuál es el precio final de una camisa que antes de las rebajas costaba 35 €?

7.- Una cazadora cuesta 70 € y me hacen un 40% de descuento. ¿Cuánto pago?

8.- El precio de un monopatín está rebajado en un 10%, si costaba 55 €, ¿cuál es ahora su precio?

9.- El 60% de los trabajadores de una empresa acuden al trabajo en autobús, ¿cuántos trabajadores tiene la empresa si utilizan el autobús 72 personas?

10.- En el registro municipal hay 12.400 electores inscritos. En las elecciones municipales han votado el 85% de los electores. La señora García ha obtenido el 55% de los votos. ¿Cuántas personas la han votado?

POTENCIAS

1.- Calcula las siguientes expresiones:

a) $2^3 \cdot 2^{-1} \cdot 2 \cdot 2^0 =$

b) $2 \cdot 3^2 - \dfrac{5^2}{5} + 5^3 =$

c) $(-3)^3 \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^{-2} \cdot (-3)^4 =$

d) $3^{-1} \cdot 3 - 3^0 + 1 - 25^1 =$

e) $2^2 - \dfrac{4^2}{8} + 3^0 =$

f) $\dfrac{3^2}{2} - 1 - \dfrac{3^2}{2^{-1}} =$

2.- Efectúa las siguientes operaciones utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\left[\left(-\dfrac{2}{3}\right) \cdot (-2) \cdot \left(-\dfrac{3}{4}\right)\right]^3 =$

b) $\left[(-5) \cdot \left(-\dfrac{15}{2}\right)\right]^3 =$

c) $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^5 : \left(-\dfrac{1}{2}\right)^5 =$

d) $(-3)^2 : \left[\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3\right]^2 =$

e) $\left(\dfrac{1}{2^3}\right)^2 + \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 =$

f) $\left[\left(\dfrac{2}{5}\right)^2 + 5^{-1}\right]^2 =$

g) $\dfrac{4 \cdot 2 \cdot 8}{6} =$

h) $\dfrac{243}{9 \cdot 3} =$

i) $\dfrac{7^2}{49 \cdot 7} =$

j) $\dfrac{4 \cdot 2 \cdot 2^3}{16 \cdot 2^2} =$

k) $\dfrac{125 \cdot 5}{5^2 \cdot 25} =$

l) $\dfrac{a^2 \cdot a^3 \cdot a^6}{a^4} =$

m) $\dfrac{a}{b} \cdot \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{a^3}{b^3}\right)^{-1} =$

n) $\left[a^2 \cdot \left(b^{-1}\right) \cdot c^4\right] : \left[a^3 \cdot b^2 \cdot c\right] =$

o) $\dfrac{10^{12} \cdot 10^4 \cdot 10^{-2}}{1.000 \cdot 10^7} =$

p) $\dfrac{3^5 \cdot 5 \cdot 3^{-1} \cdot 25}{4 \cdot 225 \cdot 2^{-2}} =$

q) $\dfrac{2^5 \cdot 16 \cdot 6 \cdot 3}{8 \cdot 3^2 \cdot 2^4} =$

r) $\dfrac{a^6 \cdot a^{-2} \cdot b^{-2} \cdot a \cdot b^5}{a^3 \cdot b^{-3}} =$

3.- Simplifica al máximo (operando con potencias):

a) $\dfrac{125 \cdot 45 \cdot 3^{-2}}{15 \cdot 27} =$ b) $\dfrac{a^3 \cdot b^{-4} \cdot c^4}{a^4 \cdot b \cdot c} =$ c) $\dfrac{2^{-3} \cdot 2^5}{2 \cdot 2^{-1}} =$

d) $\dfrac{24 \cdot 2^{-3} \cdot 18}{3^3 \cdot 3^{-4} \cdot 2} =$ e) $\dfrac{x^3 \cdot y \cdot x^{-2}}{y^{-3} \cdot x} =$ f) $\dfrac{a^4 \cdot a^{-2} \cdot b^{-1}}{b^3 \cdot a^{-3}} =$

4.- Expresa en notación científica:

a) Trece mil millones de años   b)Doscientos mil millones de estrellas

c) 0,00000016   d)3750000000

e) 0,00000003   f)1 billón

g) -145.000.000.000   h) -0´000 000 000 14

i) 1.400 millones   j) 0,0000000073

k) 37,4 billones   l) 0,00000000036

5.- Escribe en notación ordinaria los siguientes números:

a) $1´36 \cdot 10^{8}$ b) $3´5 \cdot 10^{-7}$

c) $1´4 \cdot 10^{-10}$ d) $0´25 \cdot 10^{12}$

e) $5´1 \cdot 10^{-9}$ f) $3´8 \cdot 10^{16}$

RADICALES

1.- Expresa en forma de raíz:

a) $7^{\frac{2}{3}}$ b) $5^{\frac{1}{6}}$ c) $\left(3^2\right)^{\frac{1}{5}}$ d) $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^2$ e) $10^{\frac{1}{4}}$

f) $7^{-\frac{1}{2}}$ g) $5^{-\frac{2}{3}}$ h) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ i) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{-2}{7}}$ j) $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{-2}{5}}$

2.- Expresa en forma de potencia:

a) $\sqrt[3]{5^2}$ b) $\sqrt{10^3}$ c) $\sqrt[7]{2^4}$ d) $\sqrt[3]{27}$ e) $\sqrt[3]{5^2}$

f) $\sqrt[4]{3^3}$ g) $\sqrt[5]{2}$ h) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ i) $\sqrt[5]{7^2}$ j) $\sqrt[3]{3}$

3.- Introduce en la raíz los factores:

a) $2\sqrt{5}$ b) $4\sqrt{2}$ c) $3^2\sqrt[5]{3}$ d) $3^2\sqrt[4]{2}$ e) $5^2\sqrt{3}$

f) $3\sqrt[3]{3}$ g) $5\sqrt{3}$ h) $2^4\sqrt[5]{2^4}$ i) $2\sqrt[3]{2^2\cdot 3}$ j) $5\sqrt[3]{5\cdot 3^2}$

4.- Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{54}$ b) $\sqrt{\dfrac{50}{48}}$ c) $\sqrt{4000}$ d) $\sqrt[4]{32^3}$ e) $\sqrt{0{,}125}$

f) $\sqrt[3]{0{,}0016}$ g) $\sqrt{\dfrac{8}{75}}$ h) $\sqrt[5]{\dfrac{3x^{10}}{y^8}}$ i) $\sqrt[3]{a^5b^3c^4}$ j) $\sqrt{\dfrac{16x^4y^3z}{n^6}}$

6.- Reduce a un radical y simplifica los resultados:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{4}}}$ b) $\sqrt{2\sqrt[3]{2}}$ c) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$ d) $\sqrt[3]{a\sqrt{\dfrac{1}{a}}}$

d) $\sqrt{x\sqrt[3]{x}}$ e) $\sqrt{a^2\sqrt{a}}$ f) $\sqrt{3\sqrt{\dfrac{1}{3}\sqrt{3^3}}}$ g) $\sqrt{\dfrac{2}{\sqrt{2}}}$

7.- Efectúa las siguientes sumas y restas:

a) $2\sqrt{3}-\sqrt{27}+\sqrt{12}=$

b) $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}=$

c) $7\sqrt{5}-3\sqrt{5}-\sqrt{5}=$

d) $10\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{2}=$

e) $\sqrt{8}+\sqrt{50}-3\sqrt{2}=$

f) $\sqrt{32}-\sqrt{8}=$

g) $\sqrt{32}+\sqrt{50}-\sqrt{2}=$

h) $\sqrt{75}-\sqrt{3}+\sqrt{12}=$

i) $5\sqrt{5}-\sqrt{80}+\sqrt{20}=$

j) $7\sqrt{54}-3\sqrt{18}+\sqrt{24}-\sqrt{6}=$

k) $\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{54}=$

l) $\sqrt{98}+\sqrt{18}+\sqrt{8}=$

m) $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{2}-\sqrt{8}=$

n) $2\sqrt{45}-\sqrt{81}+7\sqrt{180}+\sqrt{25}=$

ñ $\sqrt{180}-2\sqrt{5}+\sqrt{20}=$

o) $\sqrt{75}-\sqrt{27}+\sqrt{3}=$

8.- Calcula, simplificando al máximo los resultados:

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}=$

b) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=$

c) $\sqrt{8}:\sqrt{2}=$

d) $\sqrt[4]{24}\cdot\sqrt[4]{20}=$

e) $\sqrt[3]{81}:\sqrt[3]{3}=$

f) $\sqrt[3]{48}:\sqrt[3]{2}=$

g) $\sqrt[4]{1024}:\sqrt[4]{8}=$

h) $\sqrt[3]{18}\cdot\sqrt[3]{6}=$

i) $\sqrt{50}\cdot\sqrt{6}=$

j) $\sqrt{3\cdot 5^3}:\sqrt{27}=$

k) $\sqrt{18}:\sqrt{2}=$

l) $\sqrt{5^7}:\sqrt{5\cdot 3^4}=$

TEMA 4: ÁLGEBRA. POLINOMIOS

1.- Halla el valor numérico del polinomio $q(x) = 3x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 2x + 4$ para x = 1, x = 2, x = - 1, x = - 2, x = 0.

2.- Dados los polinomios : $a(x) = -3x^4 - 5x^2 + 1$ $b(x) = x^3 - 6x + 3$
$c(x) = 3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 6$ $d(x) = -x^3 + 6x + 4$
calcula:

a) a(x) + d(x) – b(x) – c(x) = b) a(x) + b(x) – c(x) – d(x) =

c) c(x) - d(x) – a(x) + b(x) = d) [d(x) - b(x)] + [a(x) – c(x)] =

3.- Dados los polinomios $a(t) = 2t^2 - 3t + 4$, $b(t) = 5t^3 - 2t^2 + 4t - 6$, $c(t) = 4t^3 - 3t^2 - 5t + 8$ y $d(t) = 3t^3 - 5t + 4$, calcula:

a) a(t) + d(t) – c(t) – b(t) =

b) a(t) - b(t) + c(t) – d(t) =

c) b(t) - a(t) + d(t) - c(t) =

d) [d(t) - b(t)] + [a(t) – c(t)] =

4.- Halla el producto p(x).q(x) para cada uno de los siguientes casos:

a) $\begin{cases} p(x) = 4x^4 - 3x^3 + 2x + 1 \\ q(x) = 2x^2 + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} p(x) = -2x^4 + 3x^2 + 4x - 3 \\ q(x) = -x^2 - 3x + 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 7 \\ q(x) = x^3 + 2x^2 + 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} p(x) = 6x^3 + 4x^2 - 3x + 4 \\ q(x) = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases}$

5.- Dados los polinomios $p(x) = 2x^2 - 3x + 1$, $q(x) = 2x + 1$ y $r(x) = x^3 - 2x$, calcula:

$a)\, p(x) \cdot q(x) - r(x) =$ $b)\, p(x) \cdot r(x) - q(x) =$ $c)\left[p(x)\right]^2 \cdot q(x) =$

6.- Desarrolla los siguientes productos notables:

a) $(x-2y)^2 =$ b) $(2x^3+y)^2 =$ c) $(x^2-3y)\cdot(x^2+3y)=$

d) $(4-x)^2 =$ e) $(3x^4-x)^2 =$ f) $(3x^3+x)\cdot(3x^3-x)=$

g) $\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 =$ h) $(a^3+b^2)^2 =$ i) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\cdot\left(\frac{1}{2}x-1\right)=$

j) $(-3a^2+x)^2 =$ k) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 =$ l) $(-3a^2+x)\cdot(-3a^2-x)=$

7.- Calcula los siguientes cocientes:

$a)(36x^6-24x^5+12x^4-66x^3+54x^2):(6x^3)=$
$b)(10x^5+2x^4-8x^3+2x^2-12x-6):(2x)=$
$c)(2x^6+10x^4-4x^3+2x^2-6):(2x^5)=$
$d)(3x^4+10x^3-8x^2+6x):(x^2)=$
$e)(6x^3+8x^2-10x-3):(2x-4)=$
$f)(x^5-4x^4+2x-4):(x^2-3x+1)=$
$g)(x^6-3x^3):(x^4-3x^2+2x+1)=$

8.- Realiza las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini

$a)(x^2-3x^4+3-x):(x-3)$
$b)(8x^3-3x+x^4+20+12x^2):(x+3)$
$c)(x^5-2x^3+3x^2-7):(x+1)$
$d)(6x^4+20x^3-41x^2+50x+20):(x+5)$
$e)(3x^4+2x-5x^3+2-x^2):(x-2)$
$f)\ (\mathrm{x}^5-1):(x+1)$

9.- Factoriza los siguientes polinomios:

$a)P(x)=2x^4-5x^3+5x-2$ $b)P(x)=x^2-2x-3$
$c)P(x)=2x^3-5x^2+x+2$ $e)P(x)=5x^2-17x-12$
$e)P(x)=3x^3+x^2-12x-4$ $f)P(x)=4x^2-x-5$

10.- Simplifica:

a) $\dfrac{x^2-9}{x^2-4x+3}=$

b) $\dfrac{x^3+3x^2 13x+15}{x^2-4x+3}$

c) $\dfrac{mx-my}{ax-ay}$

d) $\dfrac{21axy^3-49x^2y}{63\left(xy^2\right)^3}$

e) $\dfrac{2x^2-2x}{2x^2-x-1}$

f) $\dfrac{4a^2x}{16axy}$

g) $\dfrac{3ax-3ay}{6ax-6ay}$

h) $\dfrac{2xy+4y^2}{6xy}$

i) $\dfrac{xy}{x^2+xy}$

j) $\dfrac{3ab-9b^2}{3ab}$

TEMA 5: ECUACIONES

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2\cdot(x+3)-4\cdot(x-3)=16$

b) $3\cdot(x-3)-4\cdot(2-3x)=2\cdot(1-2x)$

c) $x-3-2\cdot(6-2x)=2\cdot(2x-5)$

d) $3x+1=2\cdot(x-3)$

e) $5x-4x+3\cdot(x+2)=-3x+6x$

f) $2x-7\cdot(x+3)=5x-4\cdot(x+3)$

g) $8\cdot(2x+1)-3\cdot(5x+1)=7$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores:

a) $\dfrac{3x-5}{4}+\dfrac{8x+19}{8}=\dfrac{7x-129}{16}$

b) $\dfrac{2x-1}{6}-\dfrac{3x-2}{12}=\dfrac{2-x}{6}-\dfrac{x-6}{24}$

c) $\dfrac{2x+5}{6}-\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{2x-1}{3}+\dfrac{13-8x}{4}$

d) $\dfrac{x-2}{3}+4=x$

e) $\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{x-1}{4}=2$

f) $\dfrac{x-1}{2}-1=\dfrac{x-2}{3}$

g) $x-\dfrac{x}{2}+\dfrac{x+5}{10}=\dfrac{x+2}{2}$

h) $\dfrac{2x-1}{3} = \dfrac{3x+1}{2}$

i) $\dfrac{x-1}{4} - \dfrac{1-x}{3} = \dfrac{2+x}{2}$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones multiplicando en cruz:

a) $\dfrac{15}{x} = 3$ b) $\dfrac{14}{x-1} = 2$ c) $\dfrac{x-3}{8} = 1$

d) $\dfrac{4x-3}{7x} = 1$ e) $\dfrac{3}{2x+3} = \dfrac{1}{x}$ f) $\dfrac{3}{x-7} = \dfrac{2}{x}$

g) $\dfrac{x-4}{5} = 3$ h) $\dfrac{6}{x-2} = 3$ i) $\dfrac{x}{5} = 3$

4.- Escribe, con una o más incógnitas, la ecuación o ecuaciones correspondientes a los enunciados siguientes **(Identifica la/s incógnita/s)**:

a) Un número que aumentado en 30 unidades es el triple de su valor primitivo.
b) Tres números consecutivos cuya suma es 201.
c) Un número más su cuarta parte es 60.
d) Tres números pares consecutivos cuya suma es 182.
e) La suma de los cuadrados de dos números es 100.
f) El producto de dos números es 36.
g) La edad de Pedro excede en tres años a la de Juan.
h) Andrés tiene el triple de caramelos que Ana.

5.- Escribe los siguientes enunciados representando la incógnita por la letra x. **(Identifica previamente cuál es la incógnita en cada caso).**

a) Si a cierto número se le agregan 11 unidades, el resultado es 29.
b) Si del doble de cierto número se resta 3 el resultado es el propio número.
c) La suma de dos números enteros consecutivos es 49.
d) La suma de un número, más su doble y su triple es 36.
e) Un número es igual a su mitad más 1.

6.- Un padre tiene 40 años y sus hijos 10, 7 y 3, respectivamente. ¿ Cuántos años deben transcurrir para que la edad del padre sea igual a la suma de las edades de los hijos?

7.- Un padre tiene 39 años y su hijo 15. ¿ Cuántos años hace que la edad del padre era el triple que la del hijo?

8.- Una madre tiene 60 años y su hijo la mitad. ¿ Cuántos años hace que la madre tenía 3 veces la edad del hijo?

9.- Isabel se ha comprado una bicicleta con los dos tercios de sus ahorros. Con los tres octavos del resto se compra un reproductor de cassettes y aún le quedan 10.000 pesetas para sus gastos del verano. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado?

10.- Dos tinajas contienen la misma cantidad de vino. Si se pasan 37 litros de una tinaja a la otra, ésta contiene ahora triple cantidad que la primera. ¿Cuántos litros de vino había en cada tinaja al principio?

ECUACIONES DE 2º GRADO

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $4x^2 - 4x + 1 = 0$	b) $4x + 1 = -4x^2$	c) $8x^2 - 10x + 3 = 0$
d) $2x^2 - x - 3 = 0$	e) $x^2 - x - 6 = 0$	f) $2x^2 - 11x + 15 = 0$
g) $5x^2 + 10x - 15 = 0$	h) $3x^2 - 0{,}75 = 0$	i) $x^2 - 3{,}2x = 0$
j) $(x-2)(x+3) = 0$	k) $(x-4{,}2)(x-0{,}5)=0$	l) $x^2 - 2x + 2 = 0$
m) $x^2 - 6x + 10 = 0$	n) $x^2 - 6x - 7 = 0$	ñ) $x^2 - 6x + 7 = 0$
o) $6x^2 + 7x - 5 = 0$	p) $2x^2 + x - 3 = 0$	q) $-x^2 + x + 12 = 0$
r) $15x^2 - 13x + 2 = 0$	s) $2x^2 - 15x + 7 = 0$	t) $0{,}2x^2 - 1{,}6x - 4 = 0$
u) $x^2 + 18x + 65 = 0$	v) $x^2 - (2/3)x - 5/3 = 0$	w) $10x^2 - 3x + 0{,}2 = 0$

2.- Halla dos números consecutivos cuyo producto sea 380.

3.- ¿Qué número aumentado 6 veces tiene como raíz cuadrada 135?

4.- Esther quiere hacer el marco de un espejo con un listón de madera de 2 m sin que le sobre ni le falte nada. Sabiendo que el espejo es rectangular y que tiene una superficie de 24 dm^2, ¿ qué longitud deben tener los lados?

5.- Las personas que asistieron a una reunión se estrecharon la mano. Una de ellas observó que los apretones de mano fueron 66. ¿Cuántas personas fueron a la reunión?

6.- Una habitación cuadrada tiene una superficie 44 m^2 mayor que otra, también cuadrada; la segunda tiene 2 m menos de lado que la primera. Halla la longitud del lado de cada habitación

TEMA 6: SISTEMAS DE ECUACIONES

1.- Resuelve los sistemas siguientes:

a) $\begin{cases} 5x - y = 23 \\ -9x - 5y = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = -18 \\ 10x + 2y = -12 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y - 3x = -8 \\ 3y - 5x = y - 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -x + y = 2 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{5} = 0 \end{cases}$

g) $\begin{cases} \dfrac{x+3}{y} = 5 \\ 2(x - 3y) + x = 9 \end{cases}$ h) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = \dfrac{4}{3} \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{5} = 0 \end{cases}$

2.- Se desea mezclar vino de 5,50 euros el litro con otro de 4 euros el litro, de modo que la mezcla resulte de 4,50 euros el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 300 litros de mezcla?

3.- Por la mezcla de 8 Kilogramos de café natural con 2 Kilogramos de torrefacto se ha pagado 32 euros. Calcula el precio del Kilogramo de café natural y del Kilogramo de torrefacto, sabiendo que si se mezclase 1 Kilogramo de cada clase costaría la mezcla 7 euros.

4.- Una empresa aceitera ha envasado 3000 litros de aceite en 1200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

5.- En un triángulo rectángulo, uno de los ángulos es 18º mayor que el otro. Calcula la medida de los ángulos del triángulo.

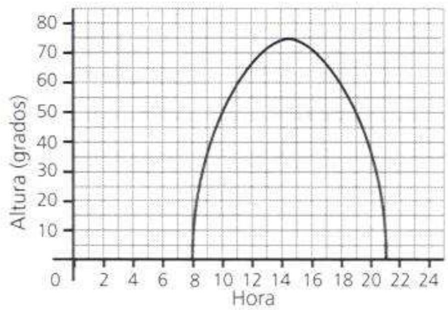
6.- He pagado 90,50 euros por unos zapatos y unos pantalones que costaban, ambos, 110 euros. En los zapatos me han rebajado un 20% y en los pantalones un 15%. ¿ Cuál era el precio original de cada cosa?

7.- Se sabe que un padre le saca 27 años a su hijo y que dentro de 12 años le doblará en edad. ¿ Cuántos años tiene actualmente cada uno?

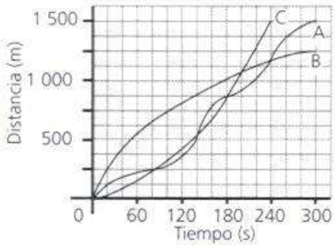
TEMA 7 Y 8 . FUNCIONES. FUNCIÓN LINEAL

1.- La gráfica siguiente muestra la altura del Sol sobre el horizonte, expresada en grados, a lo largo del día 24 de Marzo en Mérida:

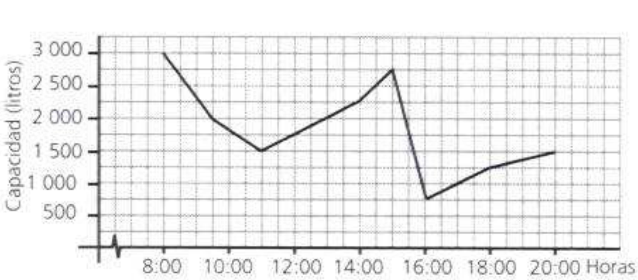
a) ¿A qué hora sale el Sol y a qué hora se pone?
b) ¿Desde qué hora y hasta qué hora aumenta la altura del Sol sobre el horizonte? ¿En qué periodo desciende?
c) ¿A qué hora el Sol tendrá la altura máxima?
d) ¿Cuántas horas de luz hubo ese día?



2.- Tres atletas participan en una prueba de 1500 m. La gráfica siguiente representa el rendimiento de cada uno de los atletas a lo largo de la carrera. Describe la evolución de cada uno de estos participantes.



3.- La gráfica representa el movimiento del nivel de agua del depósito de una fábrica en un día cualquiera.



a) Determina la cantidad de agua que hay en el depósito en el nivel máximo y en el mínimo.
b) ¿Cuál fue el consumo de agua en ese día?
c) ¿A qué hora empieza a recuperarse el nivel de agua en el depósito?

4.- Construye la gráfica de una función que muestra cómo varía la profundidad del agua en un puerto (eje y) dependiendo de la hora del día (eje x). A las cero horas del día el puerto tiene una profundidad de 4 metros, va creciendo hasta alcanzar la máxima profundidad de 11 metros a las 6 de la mañana, posteriormente la profundidad va disminuyendo hasta alcanzar una profundidad mínima de 2 metros a las 13 horas. A partir de esa hora la profundidad empieza a aumentar hasta alcanzar a las 20 horas los 10 metros, momento en el que nuevamente, disminuye hasta alcanzar una profundidad a las 24 horas igual a la que había cuando comenzó el día.

5.- Representa cada uno de los siguientes pares de rectas en un mismo sistema de ejes coordenados:

a) $y = x - 4$ e $y = -2x$
b) $y = x + 2$ e $y = -x + 4$
c) $y = 5x$ e $y = 5x - 4$

6.- Representa en los mismos ejes las rectas y = 3 , y = 1 , y = 0 *e* y = - 2. ¿Sacas alguna conclusión de la representación?

7.- Halla analítica y gráficamente el punto de corte de los siguientes pares de rectas:

a) y = 2x + 3 e y = 2x + 1 b) y = - x + 2 e y = 3x – 2

8.- Dadas las siguientes rectas decir cuáles son paralelas entre sí.

a) $y = 2x - 5$ b) $y = 3$ c) $y = -2x - 3$ d) $x = 1$
e) $y = -\frac{1}{3}x + 4$ f) $y = -2x - 1$ g) $y = 2x + 4$ h) $y = 6$

9.- Halla el vértice de las siguientes parábolas:

a) $y = -x^2 + 4x + 3$ b) $y = 3x^2 - 6x + 2$

c) $y = 2x^2 + 6x - 5$ d) $y = -3x^2 - 6x + 7$

e) $y = x^2 - 3x + 5$ f) $y = -2x^2 + x$

g) $y = 3x^2 - 7$ h) $y = 3x^2 + 3x - 4$

i) $y = -x^2 + 3x + 1$ j) $y = 4x^2 - 16x + 7$

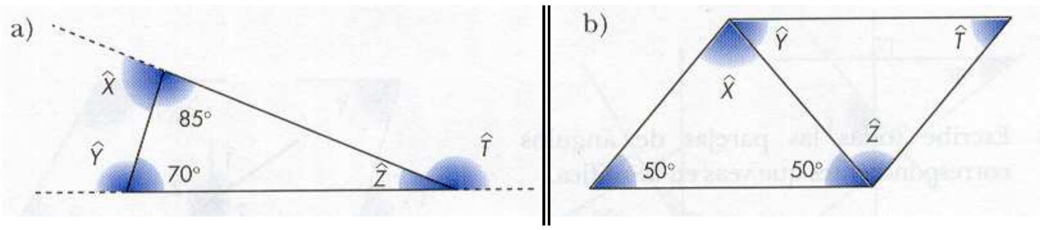
10.- Representa gráficamente las siguientes parábolas:

a) $y = x^2 - 5x + 6$ b) $y = x^2 - 9$ c) $y = 6x^2 - 5x + 1$

d) $y = 2x^2 - x - 3$ e) $y = 2x^2 + 8$ f) $y = x^2 - x - 6$

TEMA 9 Y 11: GEOMETRÍA

1.- Calcula la medida de los ángulos desconocidos en cada figura:



2.- Construye un triángulo sabiendo que uno de sus lados mide 7 cm y los ángulos adyacentes 30º y 45º.

3. Calcula cuánto mide el cateto desconocido de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 13 cm si el otro cateto mide 5 cm .

4.- Dibuja un paralelogramo cuyos lados midan a = 4 cm y b = 3 cm y que tenga un ángulo de 60º.

5.- Calcula el ángulo central y el interior de los polígonos regulares de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 y 12 lados.

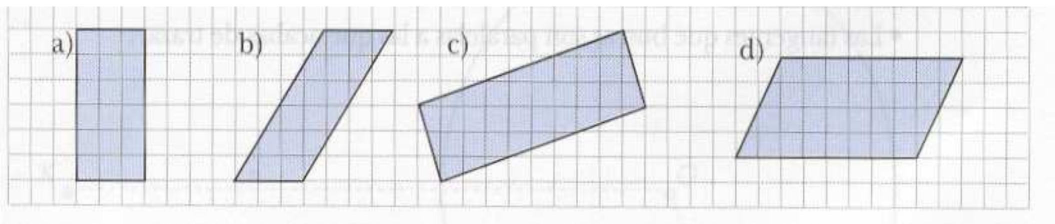
6.- Calcula la altura de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 9 cm y el lado desigual 6 cm.

7.- Una torre de 30 m proyecta una sombra de 22´5 m. ¿Cuál es, en ese instante, la distancia entre la parte superior de la torre y el extremo de la sombra?.

8.- Dibuja un rombo cuyas diagonales midan 6cm y 4cm.

9.- Dibuja un cuadrado cuya diagonal tenga una medida de 6 cm.

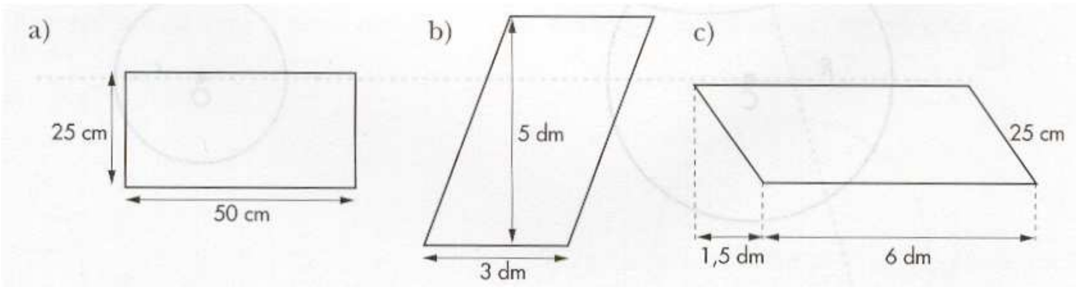
10.-Tomando la cuadrícula como unidad, calcula el número de unidades cuadradas que contiene cada paralelogramo:



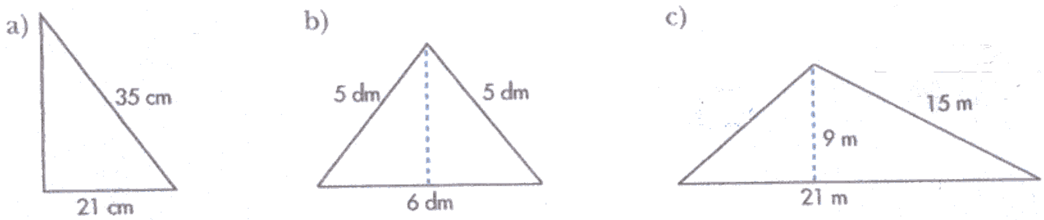
11.- Calcula el presupuesto para cubrir de moqueta el suelo de una habitación de 4´2 m de larga por 3´6 m de ancha, sabiendo que la moqueta sale a 40 euros/m² .

12.- Calcula el área y el perímetro de un hexágono regular de 10 cm de lado.

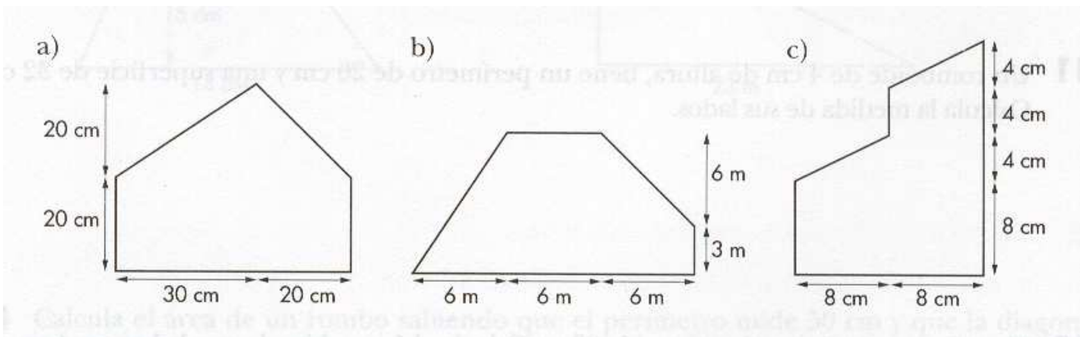
13.- Calcula la superficie de cada figura en decímetros cuadrados y en centímetros cuadrados:



14.- Calcula el perímetro y la superficie de cada triángulo:



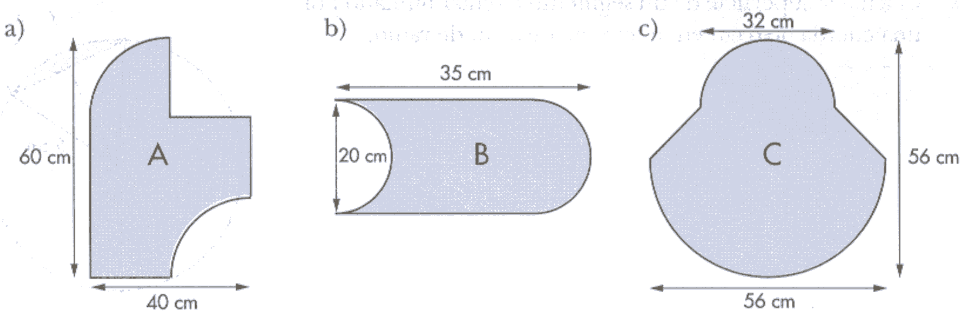
15.- Calcula el área de las siguientes figuras descomponiéndolas en triángulos y cuadriláteros:



16.- Calcula el radio de la circunferencia inscrita y circunscrita un hexágono regular de 10 cm de lado.

17.- Calcula el perímetro y la superficie de un círculo de 40 cm de diámetro.

18.- Halla el perímetro y la superficie de las siguientes figuras:



EJERCICIOS DE SUCESIONES 3º ESO

1. En las sucesiones de término general $a_n=5n-3$ y $b_n=2n$, halla los términos primero, segundo y décimo.

Solución:

$a_1 = 5\cdot 1 - 3 = 2 \qquad a_2 = 5\cdot 2 - 3 = 7 \qquad a_{10} = 5\cdot 10 - 3 = 47$

$b_1 = 2\cdot 1 = 2 \qquad b_2 = 2\cdot 2 = 4 \qquad b_{10} = 2\cdot 10 = 20$

2. Halla los cinco primeros términos de la sucesión $\mathbf{a_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2}$

Solución:

$a_1 = \left(\frac{1-1}{1}\right)^2 = 0 \qquad a_2 = \left(\frac{2-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \qquad a_3 = \left(\frac{3-1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \qquad a_4 = \left(\frac{4-1}{41}\right)^2 = \frac{9}{16} \qquad a_5 = \left(\frac{5-1}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

3. Completa los términos intermedios que faltan en las siguientes sucesiones:
   a) 8,___, 4, 2, ___, -2, ...
   b) 1, 4, ___, 16, ___, 36, 49, ...

Solución:
a) 8, 6, 4, 2, 0, -2, ...
b) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...

4. Comprueba si 5, 7 y 9 son términos de la sucesión que tiene de término general $a_n=2n+3$.

Solución:
Para que sean términos de esa sucesión, debe existir números naturales que sustituidos por n en la fórmula del término general den como resultado, 5, 7 y 9.

$5 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 2 \Rightarrow n = 1$

$7 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$

$9 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = 3$

Por tanto, sí son términos de la sucesión. En concreto, los tres primeros.

5. Halla el término general de la sucesión: $\mathbf{\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \frac{32}{243}, \ldots}$

Solución:

$a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

6. Halla el término general de las siguientes sucesiones: a) $-2, -4, -6, -8, \ldots$

b) $\mathbf{1, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}, \frac{1}{64}, \frac{1}{125}, \ldots}$

Solución:
a) $a_n = -2n$
b) $b_n = n^3$

7. Halla el término general de las siguientes sucesiones: a) 2,5,10,17, ...; b) 2, 4, 6, 8, ...

Solución:

a) $a_n = n^2 + 1$

b) $b_n = 2n$

8. Halla el término general de las siguientes sucesiones: a) 5, 7, 9, 11, 13, 15,...

b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8},$

Solución:

a) $a_n = 2n + 3$

b) $b_n = \frac{1}{n+2}$

9. Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = (-1)^n \cdot (2n + 5)$

b) $b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$

Solución:

a) $a_1 = -7$; $a_2 = 9$; $a_3 = -11$; $a_4 = 13$; $a_5 = -15$

b) $b_1 = 4$; $b_2 = 5{,}06\ldots$; $b_3 = 5{,}61\ldots$; $b_4 = 5{,}96\ldots$; $b_5 = 6{,}19\ldots$

10. Halla el término general de las siguientes sucesiones: a) 1,4,9,16, ...; b) 3,6,9,12, ...

Solución:

c) $a_n = n^2$

d) $b_n = 3n$

11. Escribe los ocho primeros términos de la sucesión (a_n) dada por: $a_1=1$, $a_2=1$, $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$

Solución:

$a_1 = 1$

$a_2 = 1$

$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$

$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$

$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$

$a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8$

$a_7 = a_6 + a_5 = 8 + 5 = 13$

$a_8 = a_7 + a_6 = 13 + 8 = 21$

12. Escribe los ocho primeros términos de la sucesión (a_n) dada por: $a_1=2$, $a_2=3$, $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$

Solución:

$a_1 = 2$

$a_2 = 3$

$a_3 = a_2 + a_1 = 3+2 = 5$

$a_4 = a_3 + a_2 = 5+3 = 8$

$a_5 = a_4 + a_3 = 8+5 = 13$

$a_6 = a_5 + a_4 = 13+8 = 21$

$a_7 = a_6 + a_5 = 21+13 = 34$

$a_8 = a_7 + a_6 = 34+21 = 55$

13. Dado el término general de la progresión aritmética $a_n=6-5n$. Halla la suma de los veintiocho primeros términos.

Solución:

$a_1 = 6 - 5 = 1$

$a_{28} = 6 - 5 \cdot 28 = -134$

$$S_{28} = \frac{28 \cdot (a_1 + a_{28})}{2} = \frac{28 \cdot (1-134)}{2} = -1862$$

14. Halla la diferencia y el término general de la progresión aritmética: -8, -4, 0, 4, …

Solución:

$d = 4$

$a_n = a_1 + (n-1)d = -8 + (n-1)4 = -8 + 4n - 4 = 4n - 12 \Rightarrow a_n = 4n - 12$

15. Halla la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética: 8, 15/2, 7,…

Solución:

$d = -\frac{1}{2}$

$$a_{12} = a_1 + 11d = 8 + 11\left(-\frac{1}{2}\right) = 8 - \frac{11}{2} = \frac{5}{2}$$

$$S_{12} = \frac{12 \cdot (a_1 + a_{12})}{2} = \frac{12 \cdot \left(8 + \frac{5}{2}\right)}{2} = \frac{12 \cdot \frac{21}{2}}{2} = 63$$

16. Halla el término general de una progresión aritmética cuya diferencia es 8 y el segundo es 5.

Solución:

$a_2 = a_1 + d \Rightarrow 5 = a_1 + 8 \Rightarrow a_1 = -3$

$a_n = a_1 + (n-1)d = -3 + (n-1)8 = -3 + 8n - 8 \Rightarrow a_n = 8n - 11$

17. Halla la suma de los 23 primeros términos de la progresión aritmética: 6,19/3,20/3,…

Solución:

$d = \frac{1}{3}$

$a_{23} = a_1 + 22d = 6 + 22\frac{1}{3} = 6 + \frac{22}{3} = \frac{40}{3}$

$S_{23} = \frac{23 \cdot (a_1 + a_{23})}{2} = \frac{23 \cdot \left(6 + \frac{40}{3}\right)}{2} = \frac{23 \cdot \frac{58}{3}}{2} = \frac{1334}{6} = \frac{667}{3}$

18. Los lados de un cuadrilátero están en progresión aritmética de diferencia 6. Si el perímetro es 52 cm, calcula la longitud de sus lados.

Solución:

$52 = \frac{4 \cdot (a_1 + a_4)}{2} \Rightarrow 26 = a_1 + a_4 \Rightarrow a_1 + a_1 + 3d = 26 \Rightarrow 2a_1 + 18 = 26 \Rightarrow a_1 = 4$

Los lados miden: 4, 10, 16 y 22 cm.

19. Halla el primer término y el término general de una progresión aritmética, sabiendo que el sexto término es -12 y la diferencia -4.

Solución:

$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow -12 = a_1 - 20 \Rightarrow a_1 = 8$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 8 + (n - 1)(-4) = 8 - 4n + 4 \Rightarrow a_n = 12 - 4n$

20. Halla el primer término y la diferencia de una progresión aritmética, sabiendo que el cuarto término es 39 y el noveno 84.

Solución:

$a_9 = a_4 + (9-4)d \Rightarrow 84 = 39 + 5d \Rightarrow d = 9$

$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 39 = a_1 + 27 \Rightarrow a_1 = 12$

21. Halla el primer término y el término general de una progresión aritmética, sabiendo que el décimo término es 15/2 y la diferencia 1/2.

Solución:

$a_{10} = a_1 + 9d = \frac{15}{2} = a_1 + \frac{9}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{15}{2} - \frac{9}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow a_1 = 3$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)\frac{1}{2} = 3 + \frac{n}{2} - \frac{1}{2} = \frac{n}{2} + \frac{5}{2} = \frac{n+5}{2} \Rightarrow a_n = \frac{n+5}{2}$

22. En una progresión aritmética conocemos el tercer término que vale 20 y el término

trigésimo que vale 101. Halla la diferencia y el término 60.

Solución:

$a_{30} = a_3 + (30-3)d \Rightarrow \quad 101 = 20 + 27d \Rightarrow \quad 27d = 81 \Rightarrow \quad d = 3$

$a_{60} = a_{30} + (60-30)d = 101 + 30 \cdot 3 = 101 + 90 \Rightarrow a_{60} = 191$

23. ¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética: 7, 10, 13, ..., para obtener como resultado 282?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética de diferencia 3:

$a_n = a_1 + (n-1)d = 7 + (n - 1)3 = 3n + 4$

$282 = \frac{n \cdot (7+3n+4)}{2} \Rightarrow 564 = 3n^2 + 11n \Rightarrow 3n^2 + 11n - 564 = 0 \Rightarrow n = -15{,}66\ldots \text{(no válida) y } n = 12$

Por tanto, hay que sumar 12 términos

24. En una progresión aritmética la suma de los diez primeros términos vale 530 y el primer término 8. ¿Cuánto vale el término décimo?

Solución:

$S_{10} = \frac{10 \cdot (a_1 + a_{10})}{2} \Rightarrow 530 = \frac{10 \cdot (8 + a_{10})}{2} \Rightarrow 530 = 5(8 + a_{10}) \Rightarrow 530 = 40 + 5a_{10} \Rightarrow a_{10} = 98$

25. ¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética: 3, 9, 15, ..., para obtener como resultado 192?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética de diferencia 6

$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n - 1)\,6 = 6n - 3$

$192 = \frac{n \cdot (3 + 6n - 3)}{2} \Rightarrow 384 = 6n^2 \Rightarrow n^2 = 64 \Rightarrow n = -8 \text{ (no válida) y } n = 8$

Por tanto, hay que sumar 8 términos

26. Halla el término general de la progresión geométrica: 4, 2, 1, …

Solución:

$r = \frac{1}{2}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^2 \cdot 2^{-n+1} = 2^{3-n} \Rightarrow a_n = 2^{3-n}$

27. Hallar el término general de la progresión geométrica: 5, 1, 1/5, …

Solución:

$r = \frac{1}{5}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = 5 \cdot 5^{-n+1} = 5^{2-n} \Rightarrow a_n = 5^{2-n}$

28. Hallar la razón y el término general de la progresión geométrica: 2, 3, 9/2, …

Solución:

$r = \frac{3}{2}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} = \frac{3^{n-1}}{2^{n-2}} \Rightarrow a_n = \frac{3^{n-1}}{2^{n-2}}$

29. Dado el término general de la progresión geométrica: $\mathbf{a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n}$, halla los tres primeros términos y la razón.

Solución:

$a_1 = -\frac{2}{5}$; $a_2 = \frac{2}{25}$; $a_3 = -\frac{2}{125}$

$r = \left(\frac{2}{25}\right) : \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{5}$

30. En una progresión geométrica el primer término es 2 y la razón 1/2. Halla la suma de los 6 primeros términos.

Solución:

$a_6 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$

$S_6 = \frac{\frac{1}{32} \cdot \frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1-128}{64}}{-\frac{1}{2}} = \frac{-127}{-128} = \frac{127}{128}$

31. Halla la suma de los ocho primeros términos de la progresión geométrica: ¼, ½, 1, …

Solución:

$r = 2$

$a_8 = a_1 \cdot r^7 = \frac{1}{4} \cdot 2^7 = 32$

$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{32 \cdot 2 - \frac{1}{4}}{2 - 1} = \frac{64 - \frac{1}{4}}{1} = 63{,}75$

32. En un cultivo de bacterias, que se reproducen por bipartición cada 30 minutos, había inicialmente 10 bacterias. Averigua cuántas bacterias habrá al cabo de 12 horas.

Solución:

Sea a_1 = 10 el número de bacterias inicialmente

a_2 = 10 · 2 = 20 el número de bacterias al cabo de 30 min.

a_3 = 20 · 2 = 40 el número de bacterias al cabo de 60 min.

Entonces a_1, a_2, a_3, ..., es una progresión geométrica de razón 2.

Al cabo de 12 horas $\Rightarrow$ n = 24, el número de bacterias será:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_{24} = 10 \cdot 2^{23}$ = 83 886 080, es decir, aproximadamente tendremos 84 millones de bacterias.

33. El primer término de una progresión geométrica es 27/4 y el cuarto es -1/4. Halla la razón.

Solución:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{27}{4} \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = -\frac{1}{27} \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$$

34. Halla término general de una progresión geométrica sabiendo que el quinto término es 16 y el segundo -2.

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 16 = (-2) \cdot r^3 \Rightarrow -8 = r^3 \Rightarrow r = -2$$

$$a_1 = 1 \Rightarrow a_n = 1 \cdot (-2)^{n-1} \Rightarrow a_n = (-2)^{n-1}$$

35. Halla el primer término y la razón de una progresión geométrica, sabiendo que el segundo término vale 9 y el quinto 243.

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^{5-2} \Rightarrow 243 = 9 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow 9 = a_1 \cdot 3 \Rightarrow a_1 = 3$$

36. Halla el término general de una progresión geométrica sabiendo que el sexto término es 486 y el tercero 18.

Solución:

$$a_6 = a_3 \cdot r^3 \Rightarrow 486 = 18 \cdot r^3 \Rightarrow 27 = r^3 \Rightarrow r = 3$$

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow 18 = a_1 \cdot 9 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

37. En cierto cultivo, inicialmente, había 1 000 amebas que se reproducen por bipartición cada día. ¿Cuántas amebas habrá al cabo de 30 días desde que se inició el cultivo?

Solución:

Sea $a_1 = 1\,000$ el número de amebas inicialmente

$a_2 = 1000 \cdot 2 = 2\,000$ el número de amebas al cabo de un día.

$a_3 = 2\,000 \cdot 2 = 4\,000$ el número de amebas al cabo de dos días.

Entonces $a_1, a_2, a_3, \ldots$, es una progresión geométrica de razón 2.

Al cabo de 30 días $\Rightarrow$ n = 30, el número de amebas será:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_{30} = 1000 \cdot 2^{29} = 536\,870\,912\,000$, es decir, aproximadamente tendremos 537 mil millones de amebas.

38. En una progresión geométrica el quinto término es 32 y el segundo 4. Halla la suma de los diez primeros términos.

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 32 = 4 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 = 2 \cdot 2^9 = 1\,024$$

$$S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{1024 \cdot 2 - 2}{2 - 1} = 2\,046$$

39. De una progresión geométrica sabemos que $a_3=12$ y $a_7=192$. Calcula su razón y su décimo término.

Solución:

$$a_3 = 12 \ , \ a_7 = 192$$

$$\begin{cases} a_7 = 192 \Rightarrow a_1 \cdot r^6 = 192 \\ a_3 = 12 \Rightarrow a_1 \cdot r^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1 \cdot r^6}{a_1 \cdot r^2} = \frac{192}{12} \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow \boxed{r = 2}$$

$$a_1 \cdot r^2 = 12 \Rightarrow a_1 = \frac{12}{r^2} \Rightarrow a_1 = \frac{12}{2^2} \Rightarrow \boxed{a_1 = 3}$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 \Rightarrow a_{10} = 3 \cdot 2^9 = 1536$$